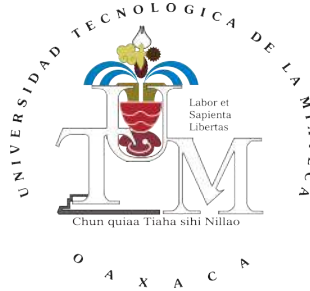






UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA



---

“CONTROL SEMI-ACTIVO DE UNA  
SUSPENSIÓN DE UN CUARTO DE  
AUTOMÓVIL UTILIZANDO UN  
AMORTIGUADOR  
MAGNETO-REOLÓGICO”

---

TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
**INGENIERO EN MECATRÓNICA**

PRESENTA:

**KEVIN HERUBIEL FLOREÁN AQUINO**

DIRECTOR DE TESIS:

**DR. MANUEL ARIAS MONTIEL**

CODIRECTORA DE TESIS:

**DRA. ESTHER LUGO GONZÁLEZ**

HUAJUAPAN DE LEÓN, OAXACA, MÉXICO, DICIEMBRE DE 2017



# Dedicatoria

*Con todo el amor y respeto a mi madre Rosalba, que siempre estuvo a mi lado y me dio su apoyo incondicional.*

*A mis hermanos Karen y Yair, que creyeron siempre en mí y que seguro se motivarán para luchar por sus propios sueños.*

*A mi novia Yaneth, que me acompañó en la distancia.*



# Agradecimientos

- *Agradezco a mi director de tesis, el Dr. Manuel Arias Montiel, por ser mi guía en el desarrollo de este trabajo y por el apoyo moral, académico y económico que siempre me brindó. Esta meta se la debo a él.*
- *Agradezco a mi codirectora, la Dra. Esther Lugo González, por ayudarme hasta en las peores situaciones, por enseñarme a redactar y por ser más que una estricta revisora de mi tesis, una amiga.*
- *Agradezco a todos los técnicos de los laboratorios de Manufactura Avanzada y de Plásticos de la Universidad Tecnológica de la Mixteca, en especial al Sr. Rodolfo Palma, por enseñarme todo lo que ahora conozco sobre manufactura y por ayudarme en la construcción de mi prototipo experimental.*
- *También agradezco a la Universidad Tecnológica de la Mixteca por darme la oportunidad de convertirme en un profesional, otorgándome la beca del 100% de colegiatura en los cinco años de mi estancia en esta institución.*
- *Por último, agradezco a mi amigo Julio César García Revilla por ser mi gran compañero de trabajo en el desarrollo de mi prototipo.*





# Índice general

Índice de figuras . . . . .	xi
Índice de tablas . . . . .	xiv
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Antecedentes . . . . .	3
1.1.1 Control estructural aplicado en la suspensión automotriz . . . . .	3
1.1.2 Modelado del comportamiento del amortiguador MR . . . . .	5
1.1.3 Algoritmos de control semi-activo . . . . .	7
1.1.4 Plataformas experimentales de una suspensión automotriz . . . . .	9
1.2 Planteamiento del problema . . . . .	12
1.3 Justificación . . . . .	13
1.4 Hipótesis . . . . .	13
1.5 Objetivos . . . . .	13
1.5.1 Objetivo general . . . . .	13
1.5.2 Objetivos específicos . . . . .	14
1.6 Resultados esperados y entregables . . . . .	14
1.7 Estructura de la tesis . . . . .	15
<b>2 Marco teórico</b>	<b>17</b>
2.1 La suspensión automotriz . . . . .	17
2.1.1 Modelo simplificado de un cuarto de vehículo . . . . .	18
2.1.2 Clasificación de la suspensión automotriz . . . . .	20
2.2 Criterios de evaluación del rendimiento de una suspensión . . . . .	22
2.2.1 Criterio de comodidad (comfort) . . . . .	22
2.2.2 Criterio de estabilidad (Road-holding) . . . . .	23
2.3 El amortiguador magneto-reológico . . . . .	23
2.3.1 Características generales . . . . .	24
2.3.2 Funcionamiento reológico . . . . .	24
2.3.3 Curva característica Fuerza de amortiguamiento vs Velocidad del pistón	25
2.4 Modelado matemático del amortiguador MR . . . . .	26
2.4.1 Modelo lineal . . . . .	26
2.4.2 Modelo de Bingham . . . . .	26
2.4.3 Modelo de Spencer . . . . .	29

2.4.4	Modelo polinomial . . . . .	30
2.5	Algoritmos de control semi-activo . . . . .	31
2.5.1	Control Skyhook . . . . .	31
2.5.2	Control Groundhook . . . . .	32
2.5.3	Control híbrido Skyhook-Groundhook (SH-GH) . . . . .	33
2.5.4	Control modal de retroalimentación positiva de la aceleración (PAF) . . . . .	33
2.5.5	El problema del “Chattering” . . . . .	34
<b>3</b>	<b>Prototipo de un cuarto de automóvil con suspensión semi-activa</b>	<b>37</b>
3.1	Despliegue de la matriz de la calidad . . . . .	38
3.1.1	Reconocimiento de la necesidad . . . . .	38
3.1.2	Definición del problema . . . . .	39
3.2	Diseño conceptual . . . . .	42
3.3	Diseño preliminar y detallado . . . . .	44
3.3.1	Modelo de un cuarto de automóvil con la suspensión semi-activa propuesta . . . . .	44
3.3.2	El amortiguador RD-8040-1 de Lord Corporation <sup>®</sup> . . . . .	46
3.3.3	Resorte del sistema de suspensión . . . . .	47
3.3.4	Neumático . . . . .	48
3.3.5	Consideraciones de diseño de la plataforma . . . . .	49
3.3.6	Diseño asistido por computadora (CAD) de la plataforma . . . . .	51
3.4	Manufactura de la plataforma . . . . .	59
3.4.1	Manufactura de la suspensión semi-activa . . . . .	59
3.4.2	Manufactura de la estructura de soporte . . . . .	60
3.4.3	Manufactura del sistema de ajuste de la masa suspendida . . . . .	62
3.4.4	Manufactura del sistema de guiado . . . . .	64
3.4.5	Manufactura del sistema de perturbación . . . . .	66
3.4.6	Ensamble de la plataforma experimental . . . . .	68
3.5	Parámetros del modelo simplificado de la plataforma experimental . . . . .	69
3.6	Sumario . . . . .	69
<b>4</b>	<b>Caracterización experimental del amortiguador magneto-reológico</b>	<b>71</b>
4.1	Adquisición de datos . . . . .	72
4.1.1	Pruebas en tensión y compresión del amortiguador MR . . . . .	72
4.1.2	Resultados del experimento . . . . .	74
4.2	Procesamiento de datos . . . . .	77
4.2.1	Acondicionamiento de las señales . . . . .	77
4.2.2	Estimación de las curvas características de Fuerza-Velocidad . . . . .	79
4.3	Cálculo de los coeficientes del modelo polinomial directo . . . . .	80
4.4	Validación del modelo . . . . .	83
4.5	Deducción de un modelo polinomial inverso . . . . .	86
4.6	Sumario . . . . .	87

<b>5</b>	<b>Análisis de una suspensión semi-activa en un cuarto de automóvil</b>	<b>89</b>
5.1	Vibración libre no amortiguada . . . . .	89
5.1.1	Ecuaciones de movimiento . . . . .	90
5.1.2	Respuesta armónica . . . . .	90
5.2	Vibración forzada . . . . .	95
5.2.1	Ecuaciones de movimiento . . . . .	96
5.2.2	Análisis modal . . . . .	96
5.2.3	Funciones de transferencia . . . . .	101
5.2.4	Representación en el espacio de los estados . . . . .	102
5.2.5	Simulaciones numéricas . . . . .	104
5.3	Vibración forzada con amortiguamiento semi-activo . . . . .	107
5.3.1	Respuesta en frecuencia variando la corriente de control . . . . .	107
5.4	Sumario . . . . .	108
<b>6</b>	<b>Control de la suspensión semi-activa</b>	<b>111</b>
6.1	Índices de rendimiento de la suspensión semi-activa . . . . .	111
6.2	Controladores SH, GH, híbrido SH-GH . . . . .	113
6.2.1	Control Skyhook . . . . .	113
6.2.2	Respuesta en frecuencia de la suspensión controlada . . . . .	116
6.2.3	Control Groundhook . . . . .	118
6.2.4	Respuesta en frecuencia de la suspensión controlada . . . . .	120
6.2.5	Control Skyhook-Groundhook . . . . .	122
6.2.6	Respuesta en frecuencia de la suspensión controlada . . . . .	123
6.3	Control de Retroalimentación Positiva de la Aceleración (PAF) . . . . .	125
6.3.1	Desarrollo del controlador en lazo cerrado . . . . .	126
6.3.2	Implementación del controlador en el dominio frecuencial . . . . .	130
6.3.3	Implementación del controlador en el dominio del tiempo utilizando la suspensión MR propuesta . . . . .	130
6.4	Respuesta del sistema con la suspensión controlada . . . . .	132
6.4.1	Respuesta en frecuencia . . . . .	132
6.4.2	Respuesta en el dominio del tiempo . . . . .	133
6.4.3	Análisis del rendimiento de suspensión semi-activa . . . . .	137
<b>7</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>139</b>
7.1	Trabajos futuros . . . . .	140
<b>A</b>	<b>Cálculos teóricos</b>	<b>143</b>
A.1	Magnitudes y fases de la respuesta general en vibración libre no amortiguada . . . . .	143
A.2	Cálculo de las coordenadas generalizadas del análisis modal . . . . .	144
A.3	Deducción de las funciones de transferencia . . . . .	147
<b>B</b>	<b>Diagramas a bloques en SIMULINK/MATLAB®</b>	<b>151</b>

---

B.1	Diagrama a bloques de un cuarto de automóvil con fuerza de control semi-activa	151
B.2	Modelo en espacio de los estados de un cuarto de automóvil . . . . .	154
B.3	Funciones de transferencia del modelo de un cuarto de automóvil . . . . .	154
<b>C</b>	<b>Programas en MATLAB®</b>	<b>155</b>
C.1	Cálculo de los coeficientes del modelo polinomial . . . . .	155
C.2	Programación del modelo polinomial . . . . .	156
C.3	Cálculos del análisis del resorte de la suspensión . . . . .	156
C.4	Respuesta en vibración libre no amortiguada . . . . .	157
C.5	Cálculos del análisis modal del sistema en vibración forzada . . . . .	158
C.6	Generación de los gráficos logarítmicos de magnitud (Pseudo-Bode) . . . . .	160
C.7	Cálculo de la respuesta en frecuencia con diferentes entradas de corriente de control de la suspensión semi-activa . . . . .	162
C.8	Cálculo de la respuesta en frecuencia del sistema con control semi-activo . . .	163
<b>D</b>	<b>Tablas</b>	<b>167</b>
<b>E</b>	<b>Hojas técnicas</b>	<b>171</b>
E.1	Hoja técnica del amortiguador RD-8040-1 de LORD Corporation® . . . . .	171
E.2	Hoja técnica del controlador de corriente LORD Wonder Box® . . . . .	172
<b>F</b>	<b>Dibujos técnicos</b>	<b>173</b>
<b>G</b>	<b>Publicaciones derivadas</b>	<b>185</b>
Referencias	. . . . .	201

# Índice de figuras

1.1	Modelo simplificado de un cuarto de vehículo con sistema de suspensión pasiva (Savaresi <i>et al.</i> , 2010). . . . .	3
1.2	Sistema de suspensión hidroneumática de vehículo. . . . .	4
1.3	Sistema de suspensión MagneRide <sup>®</sup> . . . . .	5
1.4	Comparación de la dinámica de cabeceo del automóvil. . . . .	5
1.5	Curva característica de Fuerza del amortiguador vs Velocidad del pistón (Sapiński y Filuś, 2003). . . . .	6
1.6	Plataforma experimental de una suspensión activa. . . . .	10
1.7	Esquemas y fotografías de una plataforma experimental de una suspensión pasiva y activa. . . . .	11
1.8	Plataforma experimental de una suspensión semi-activa. . . . .	11
2.1	Modelo mecánico de una suspensión clásica. . . . .	18
2.2	Modelo simplificado de un cuarto de automóvil con suspensión pasiva. . . . .	18
2.3	Suspensión activa. . . . .	20
2.4	Suspensión semi-activa. . . . .	21
2.5	Direcciones del movimiento debido a las vibraciones en una persona sentada. . . . .	22
2.6	Carga dinámica y estática de la llanta. . . . .	23
2.7	Estructura de un amortiguador magnetoreológico. . . . .	24
2.8	Comportamiento de un fluido MR. . . . .	25
2.9	Curva característica Fuerza de amortiguamiento vs Velocidad del pistón del amortiguador (Choi <i>et al.</i> , 2001). . . . .	25
2.10	Curva esfuerzo-deformación en cortante para un fluido magnetoreológico (Amador-Garrido, 2004; Sapiński y Filuś, 2003). . . . .	27
2.11	Modelo de Bingham (Amador-Garrido, 2004; Sapiński y Filuś, 2003). . . . .	28
2.12	Modelo simplificado de Bingham (Amador-Garrido, 2004; Sapiński y Filuś, 2003). . . . .	28
2.13	Estructura reológica de amortiguador MR según el modelo propuesto por Spencer (citado en Sapiński (2002); Sapiński y Filuś (2003); Spencer <i>et al.</i> (1997)). . . . .	29
2.14	Modelo polinomial propuesto por Choi <i>et al.</i> (2001). . . . .	30
2.15	Control Skyhook ideal. . . . .	31
2.16	Control Groundhook ideal. . . . .	32
3.1	Procedimiento del desarrollo del prototipo del sistema de suspensión semi-activa. . . . .	37

3.2	Concepto de diseño. . . . .	43
3.3	Suspensión de configuración MacPherson. . . . .	44
3.4	Suspensión semi-activa en un cuarto de automóvil. . . . .	45
3.5	Amortiguador MR modelo RD-8040-1 de LORD Corporation <sup>®</sup> . . . . .	46
3.6	Esfuerzos en resortes helicoidales (Budynas y Nisbett, 2012). . . . .	48
3.7	Diseño CAD de la plataforma experimental. . . . .	51
3.8	Diseño CAD del sistema de suspensión semi-activa. . . . .	52
3.9	Diseño CAD del sistema de guiado vertical y ajuste de la masa suspendida. . . . .	53
3.10	Diseño CAD del sistema de perturbación. . . . .	54
3.11	Diseño CAD de la estructura metálica de soporte. . . . .	55
3.12	Mallado de la estructura de soporte. . . . .	56
3.13	Formal modal 1, frecuencia: 46.165Hz. . . . .	57
3.14	Formal modal 2, frecuencia: 63.892Hz. . . . .	57
3.15	Formal modal 3, frecuencia: 78.399Hz. . . . .	58
3.16	Formal modal 4, frecuencia: 95.595Hz. . . . .	58
3.17	Formal modal 5, frecuencia: 99.478Hz. . . . .	59
3.18	Manufactura del soporte inferior del amortiguador. . . . .	60
3.19	Ensamble de la suspensión semi-activa. . . . .	60
3.20	Procedimiento de manufactura de la estructura de soporte. . . . .	61
3.21	Soldadura de la estructura de soporte. . . . .	61
3.22	Manufactura asistida de la placa masa por el software VISI-CAM <sup>®</sup> . . . . .	62
3.23	Procedimiento del maquinado CNC de la placa de acero del subsistema de ajuste de la masa suspendida. . . . .	63
3.24	Rectificación de la placa masa. . . . .	64
3.25	Calibración y simulación del proceso de maquinado CNC de la placa masa. . . . .	64
3.26	Maquinado CNC de la placa masa. . . . .	64
3.28	Acoplamiento del sistema de guiado a la estructura de soporte. . . . .	65
3.27	Montaje de las guías lineales: soleras y bujes de sujeción. . . . .	65
3.29	Calibración del posicionamiento paralelo de las guías mediante prisioneros de acero en cada buje de sujeción. . . . .	66
3.30	Montaje del sistema de perturbación en la estructura metálica de soporte. . . . .	66
3.31	Procedimiento del maquinado CNC de la base de madera del actuador lineal. . . . .	67
3.32	Ensamble de la plataforma final. . . . .	68
4.1	Convertidor V-I LORD Wonder Box <sup>®</sup> de LORD Corporation <sup>®</sup> . . . . .	72
4.2	Regresión lineal entre la corriente de salida y el voltaje de entrada del convertidor V-I. . . . .	73
4.3	Montaje del amortiguador MR en la máquina universal de ensayos AG-IC/100kN de Shimadzu. . . . .	73
4.4	Recolección de datos de Fuerza-Desplazamiento. . . . .	74
4.5	Experimento 1: Fuerza vs Desplazamiento con 0A de corriente. . . . .	74
4.6	Experimento 2: Fuerza vs Desplazamiento con 241mA de corriente. . . . .	75

4.7	Experimento 3: Fuerza vs Desplazamiento con 530mA de corriente. . . . .	75
4.8	Experimento 4: Fuerza vs Desplazamiento con 750mA de corriente. . . . .	76
4.9	Experimento 5: Fuerza vs Desplazamiento con 1A de corriente. . . . .	76
4.10	Gráficos de Bode para el filtro de primer orden. . . . .	78
4.11	Diagrama de bloques del filtrado de primer orden en SIMULINK <sup>®</sup> . . . . .	79
4.12	Señales filtradas de Fuerza vs Tiempo. . . . .	79
4.13	Señales filtradas de Fuerza vs Desplazamiento. . . . .	80
4.14	Estimación de la velocidad y la aceleración en SIMULINK <sup>®</sup> . . . . .	80
4.15	Curvas características de fuerza-velocidad. . . . .	81
4.16	División del lazo de histéresis en aceleración positiva y negativa. . . . .	82
4.17	Modelo polinomial desarrollado en SIMULINK <sup>®</sup> . . . . .	83
4.18	Comparación entre la fuerza estimada y la experimental, I=0A. . . . .	84
4.19	Comparación entre la fuerza estimada y la experimental, I=241mA. . . . .	84
4.20	Comparación entre la fuerza estimada y la experimental, I=530mA. . . . .	85
4.21	Comparación entre la fuerza estimada y la experimental, I=750mA. . . . .	85
4.22	Comparación entre la fuerza estimada y la experimental, I=1A. . . . .	85
4.23	Modelo polinomial inverso desarrollado en SIMULINK <sup>®</sup> . . . . .	86
5.1	Primer modo normal de vibración. . . . .	94
5.2	Segundo modo normal de vibración. . . . .	95
5.3	Comparación de la respuesta en frecuencia en vibración forzada con amortiguamiento senoidal utilizando diferentes modelos de una suspensión mecánica. . . . .	106
5.4	Modelo en Simulink <sup>®</sup> de un cuarto de automóvil con suspensión semi-activa MR107	
5.5	Comparación de la respuesta en frecuencia en vibración forzada con amortiguamiento semi-activo a diferentes entradas de corriente ( $I_a$ ). . . . .	109
6.1	Comparación entre amortiguamiento pasivo y Skyhook ideal. . . . .	114
6.2	Controlador Skyhook con reducción de chattering. . . . .	115
6.3	Control Skyhook utilizando el modelo de un cuarto de automóvil con suspensión MR. . . . .	115
6.4	Comparación de la respuesta del sistema con control Skyhook. . . . .	117
6.5	Comparación entre amortiguamiento pasivo y Groundhook ideal. . . . .	118
6.6	Controlador Groundhook con reducción de chattering. . . . .	119
6.7	Control Groundhook utilizando el modelo de un cuarto de automóvil con suspensión MR. . . . .	120
6.8	Comparación de la respuesta del sistema con control Groundhook. . . . .	121
6.9	Controlador híbrido SH-GH. . . . .	122
6.10	Control híbrido SH-GH utilizando el modelo de un cuarto de automóvil con suspensión MR. . . . .	123
6.11	Comparación de la respuesta del sistema con control híbrido SH-GH, con diferentes factores de ponderación ( $\alpha$ ). . . . .	124

6.12	Comparación de la respuesta del sistema con amortiguamiento proporcional agregado. . . . .	127
6.13	Controlador PAF: bloques del absorbedor virtual . . . . .	131
6.14	Control PAF utilizando el modelo de un cuarto de automóvil con suspensión MR en el dominio de la frecuencia. . . . .	131
6.15	Comparación general de la respuesta en frecuencia de la masa suspendida. . .	132
6.16	Comparación general de la respuesta en frecuencia orientada al <i>comfort</i> . . . . .	132
6.17	Comparación general de la respuesta en frecuencia orientada al <i>road-holding</i> . .	133
6.18	Señal de perturbación del sistema que simula un barrido frecuencial en el dominio del tiempo. . . . .	134
6.19	Comparación en el dominio del tiempo de los resultados de los controladores Skyhook y pasivo. . . . .	135
6.20	Comparación en el dominio del tiempo de los resultados de los controladores Groundhook y pasivo. . . . .	135
6.21	Comparación en el dominio del tiempo de los resultados de los controladores híbrido SH-GH y pasivo. . . . .	136
6.22	Comparación en el dominio del tiempo de los resultados de los controladores PAF y pasivo. . . . .	136
6.23	Comparación del rendimiento de la suspensión semi-activa con las diferentes técnicas de control desarrolladas. . . . .	137
B.1	Modelo de un cuarto de automóvil en diagrama a bloques de Simulink®. . . .	151
B.2	Modelo de un cuarto de automóvil en diagrama a bloques de Simulink®. . . .	152
B.3	Variación del amortiguamiento y perturbación. . . . .	153
B.4	Diagrama a bloques de una perturbación con barrido frecuencial en el dominio del tiempo. . . . .	153
B.5	Diagrama de una perturbación que simula un obstáculo en el camino. . . . .	153
B.6	Modelo en el espacio de los estados. . . . .	154
B.7	Funciones de transferencia. . . . .	154



# Índice de tablas

1.1	Modelos paramétricos propuestos del amortiguador MR. . . . .	6
3.1	Requerimientos del usuario (matriz de los <i>Qué</i> en la herramienta del QD). . .	39
3.2	Requisitos técnicos (matriz de los <i>Qué</i> de ingeniería en la herramienta del QD)	40
3.3	Parámetros funcionales objetivo de la plataforma (matriz de los <i>Cómo</i> en la herramienta del QD). . . . .	41
3.4	Simbología utilizada en la matriz de la calidad. . . . .	42
3.5	Características técnicas del amortiguador RD-8040-1 de LORD Corporation <sup>®</sup> .	46
3.6	Características mecánicas del resorte. . . . .	47
3.7	Propiedades del estudio de análisis modal de la estructura de soporte en Solidworks/Simulation <sup>®</sup> . . . . .	55
3.8	Detalles de mallado en el análisis modal de la estructura de soporte en Solidworks/Simulation <sup>®</sup> . . . . .	56
3.9	Formas modales de la estructura. . . . .	56
3.10	Parámetros para la simulación del sistema de suspensión semi-activa en un cuarto de automóvil. . . . .	69
4.1	Resultados del experimento 1. . . . .	75
4.2	Resultados del experimento 2. . . . .	75
4.3	Resultados del experimento 3. . . . .	76
4.4	Resultados del experimento 4. . . . .	76
4.5	Resultados del experimento 5. . . . .	77
4.6	Coefficientes del modelo polinomial para aceleración positiva y negativa. . . . .	83
D.1	Valores de deflexión y deformación para el neumático con denominación 175/70 R13, a 180kPa <a href="#">Chalco-Criollo y Sinchi-Viñanzaca (2016)</a> . . . . .	168
D.2	Especificaciones de desempeño del actuador lineal modelo 7821138 PPA-90VCD de Thomson <sup>®</sup> . . . . .	168
D.3	Despliegue de la matriz de la calidad (QD) . . . . .	169



# Capítulo 1

## Introducción

El control estructural (CE) es una metodología que surgió en el siglo XX con el objetivo de proteger sistemas estructurales sometidos a la acción de cargas dinámicas (Housner *et al.*, 1992, 1997). La tarea principal del CE ha sido disipar la energía de los sismos y mitigar las vibraciones en estructuras utilizando dispositivos de control estructural, los cuales se pueden clasificar según el tipo de control aplicado: pasivo, activo y semi-activo. Un sistema de aislamiento es activo o pasivo según si se requiere o no potencia externa para que realice su función. El *control pasivo* comprende de un miembro elástico y un disipador de energía (actuadores pasivos). El *control activo* utiliza sensores, procesadores de señales y actuadores activos. El *control semi-activo* se limita a la manipulación de los disipadores de energía (amortiguadores), utilizando actuadores semi-activos (Rao, 2012).

De acuerdo con Amador-Garrido (2004) y Spencer *et al.* (1997), un actuador pasivo es aquel que por sus características naturales, puede controlar la excitación de una estructura en un rango de operación limitado, permitiendo un ahorro importante de energía; sin embargo la respuesta del sistema utilizando estos dispositivos no resulta precisa fuera del rango de trabajo del actuador. Por otro lado, un actuador activo es aquel que permite al sistema alcanzar un comportamiento óptimo en un rango de operación muy amplio con un suministro de energía al sistema principal. En un contexto intermedio se encuentra el actuador semiactivo, éste combina las ventajas del actuador pasivo y el activo; ofrece la confiabilidad y el ahorro energético del control pasivo manteniendo la versatilidad y adaptabilidad del control activo. Los actuadores semi-activos representan la opción más prometedora para tareas de CE. Esto es debido a su simplicidad, versatilidad y bajos requerimientos de potencia, características que han atraído la atención de los investigadores de la ingeniería de control. El presente trabajo introducirá al lector en la lógica de CE semi-activo.

Los dispositivos comúnmente utilizados para la implementación de CE semiactivo son los materiales piezoeléctricos (Kerboua *et al.*, 2015; Omid *et al.*, 2016; Rios-Gutierrez y Silva-Navarro, 2013; Zhang *et al.*, 2015), aleaciones con memoria de forma (Grant y Hayward, 1997; Han *et al.*, 2003; Liang y Rogers, 1997; Xue y Li, 2007), actuadores electrohidráulicos y actuadores reológicos (Antón-Domínguez *et al.*, 2012; Cabrera-Amado y Silva-Navarro, 2012; Stanway *et al.*, 1996; Zhao-Dong *et al.*, 2003).

Los amortiguadores reológicos son los más utilizados en el diseño de control semiactivo, estos poseen un fluido en su interior que tiene la capacidad de modificar su estructura reológica

mediante un campo eléctrico (electroreológicos) o un campo magnético (magnetoreológicos). Este cambio repercute en la viscosidad del fluido incrementando la resistencia del amortiguador de una forma versátil. El amortiguador reológico recobra sus características normales a la ausencia del estímulo (Arellano *et al.*, 2006; Jiménez-Fabián y Álvarez-Icaza, 2008; Rolle-Calvo, 2004; Spelta *et al.*, 2009).

Una disciplina de aplicación importante del CE semiactivo (y activo) es la ingeniería automotriz, principalmente en el desarrollo de *suspensiones mecánicas*. En general, toda suspensión se encarga de filtrar las vibraciones provenientes de las irregularidades del camino repercutiendo directamente en la seguridad del usuario. En la actualidad se han implementado leyes de control activo y semi-activo en el sistema de suspensión y en la nivelación de la altura de la carrocería, con el objetivo de mejorar la conducción, la seguridad del pasajero, la comodidad, la estabilidad y maniobrabilidad del automóvil (Bhandari y Subramanian, 2010; López-Fernández, 2010; Medina-Pavón, 2011; Nieto-Quijorna, 2008; Xinjie y Shengjin, 2009).

Particularmente, la *suspensión mecánica*, depende del tipo de actuador de control utilizado: *suspensión activa* cuando utiliza un actuador activo externo para ayudar a mitigar las vibraciones del camino y *suspensión semi-activa* cuando se reemplaza el amortiguador convencional (pasivo) por un amortiguador reológico (electroreológico o magnetoreológico) o electrohidráulico (Hurel-Ezeta *et al.*, 2013). Desde un punto de vista del rendimiento, la segunda ha demostrado un comportamiento similar a la primera pero con un consumo de potencia eléctrica muy inferior, es por ello que la suspensión semi-activa se ha convertido en un objeto de estudio del CE y de las ingenierías automotriz y mecatrónica para el desarrollo de vehículos inteligentes de alta eficiencia.

Dentro de las suspensiones semiactivas, la suspensión basada en un amortiguador magnetoreológico (MR) tiene un mejor desempeño en tiempo real, debido a su alta versatilidad y robustez comparada con otras suspensiones semi-activas (Sapiński, 2002; Sapiński y Filuś, 2003). Sin embargo, su rendimiento también depende fuertemente del algoritmo de control utilizado para manipular su reología igual que las otras (Jansen y Dyke, 2000; Kori y Jangid, 2009).

En general, cualquier tipo de suspensión tiene dos objetivos principales: debe minimizar el movimiento del chasis para mejorar la comodidad del pasajero (*comfort*), o debe garantizar el contacto de la llanta a la superficie del camino para mejorar la estabilidad en la conducción (*road-holding*). En las suspensiones semi-activas, esto se realiza utilizando un algoritmo de control computarizado del coeficiente de amortiguamiento del actuador (Savaresi *et al.*, 2010). Dependiendo del objetivo se clasifican en algoritmos de control orientados a: la comodidad, la estabilidad en la conducción o híbridos (consideran ambos criterios) (Savaresi *et al.*, 2010).

El diseño del control semi-activo implica las siguientes problemáticas: la primera está relacionada con la caracterización del amortiguador MR, debido a que presenta un comportamiento altamente no lineal (histéresis) (Sapiński, 2002); la segunda recae en el objetivo de control ya sea la comodidad o la estabilidad en la conducción, es importante considerar que el enfoque en un objetivo disminuye el rendimiento del otro; la tercera está ligada con las irregularidades impredecibles del camino (Savaresi *et al.*, 2010).

El presente proyecto de tesis, tiene como objetivo implementar algoritmos de control semi-activo, que sean capaces de mejorar el rendimiento de una suspensión mecánica, tomando en cuenta los subproblemas mencionados anteriormente.

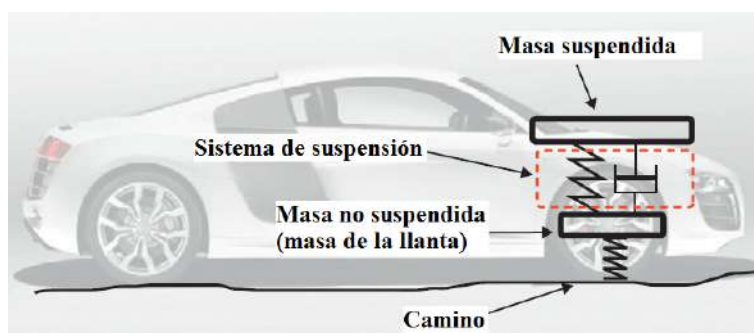


Figura 1.1: Modelo simplificado de un cuarto de automóvil con sistema de suspensión pasiva (Savaresi *et al.*, 2010).

## 1.1 Antecedentes

Con base en la investigación de Housner *et al.* (1992, 1997), una gran cantidad de estudios relacionados con el control estructural (CE) fueron emprendidos en el siglo XX con el fin de explorar las posibilidades para el control de movimiento de estructuras y equipos bajo las fuerzas del viento, sismos, etc. Algunos autores de estos estudios creyeron que, el CE podría ser identificado a partir de un congreso que pudiera correlacionar todos los estudios sobre el tema. En consecuencia, el Panel sobre la Investigación del CE fue organizado por primera vez en Estados Unidos en 1989, por el consorcio California Universities for Research in Earthquake Engineering (CUREE) y financiado por la National Science Foundation. El objetivo de este congreso fue impulsar la innovación en los sistemas de control pasivo, activo y semiactivo para aplicaciones en robots inteligentes, en sistemas innovadores de absorción de energía y para estudiar la confiabilidad y versatilidad de los sistemas de control. También se impulsó el desarrollo de materiales inteligentes para la detección sensorial, monitoreo y diagnóstico. Por su parte, el control estructural semi-activo buscó minimizar el consumo de potencia en los sistemas electrónicos mejorando su rendimiento. Respecto a la investigación de sistemas de control semi-activo se han presentado diversos trabajos en E. U. y otras partes del mundo utilizando actuadores de aleación con memoria de forma (Grant y Hayward, 1997; Han *et al.*, 2003; Liang y Rogers, 1997; Xue y Li, 2007), generadores de fuerza semi-activa (Alanoly y Sankar, 1988; Karnopp *et al.*, 1974), actuadores magnetoreológicos (Hu *et al.*, 2016; Uz y Hadi, 2014; Weber, 2014; Young-Jin y Jong-Wha, 2016; Zhao-Dong *et al.*, 2003; Zhuang *et al.*, 2016), entre otros.

### 1.1.1 Control estructural aplicado en la suspensión automotriz

La ingeniería automotriz es un campo de aplicación importante del CE, específicamente en el sistema de suspensión. En la figura 1.1 se muestra un modelo simplificado de un cuarto de automóvil, donde se incluye un sistema de suspensión completamente pasivo, es decir, todos sus componentes absorben o disipan energía y nunca se introduce energía al sistema por alguno de los componentes de la suspensión o por algún otro medio externo.

La suspensión pasiva fue desplazada rápidamente en los automóviles de gama alta desde

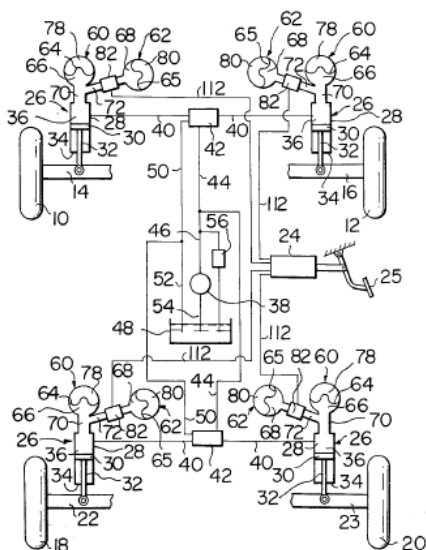


Figura 1.2: Sistema de suspensión hidroneumática de vehículo: unidad de suspensión (26), acumuladores (60), reservorios (62), diafragmas (64 y 65), cámaras de fluido a presión (66 y 68), cámaras de nitrógeno a presión (78 y 80), pistón (30) y cilindro (28) (Hiruma, 1976).

la aparición de la primera *suspensión mecatrónica* en la década de 1960, ésta fue desarrollada por la empresa alemana de manufactura de autos Citroën al introducir suspensiones hidroneumáticas a sus primeros autos. Pero fue hasta la década de 1980 cuando la suspensión mecatrónica entró en auge. Algunos autos de la Fórmula 1, como los del Equipo Lotus F1, fueron oficialmente los primeros autos que utilizaron una suspensión activa hidroneumática, (la figura 1.2 muestra un sistema de suspensión activa hidroneumática patentado por Nissan Motor Company). También en esta década, otros sistemas activos fueron desarrollados, como la autonivelación activa en autos Citroën (modelo Citroën BX 1982) y los frenos ABS en los autos de Toyota (modelo Celica 1989); conseso de Savaresi *et al.* (2010), Hiruma (1976) y MotorMania (s f).

Posteriormente, las suspensiones activas fueron prohibidas debido a la baja confiabilidad de éstas, derivada por la absorción significativa de potencia, sistemas hidráulicos voluminosos y poco fiables, que afectaron a muchos factores de seguridad en la conducción. Entonces, fue clara la necesidad de mejorar la suspensión mecatrónica en aspectos como volumen, consumo de energía y velocidad de respuesta. En 1999, la respuesta a la demanda de estas necesidades llegó con el avance del control semi-activo, el 15 de octubre de ese año la compañía estadounidense Delphi Corporation® lanzó al mercado el sistema MagneRide®, el cual es un sistema de suspensión adaptable basado en amortiguadores MR (figura 1.3). Este sistema es controlado por computadora utilizando sensores de desplazamiento en la suspensión que envían señales a la unidad de mando, la cual aplica una intensidad de corriente a cada amortiguador MR dependiendo de la señal que previamente ha recibido. Esta intensidad de corriente la recibe una bobina electromagnética localizada en el interior del amortiguador, variando el campo magnético en relación con la intensidad recibida y por lo tanto variando la

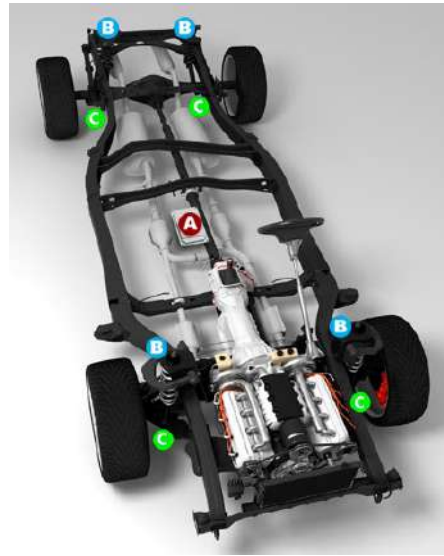


Figura 1.3: Sistema de suspensión MagneRide<sup>®</sup> de Delphi Corporation<sup>®</sup>: unidad de control (A), amortiguadores magnetoreológicos (B) y sensores de movimiento (C) (BWI, 2014).

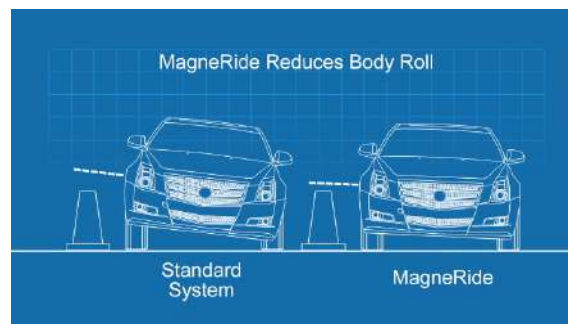


Figura 1.4: Comparación de la dinámica de cabeceo del automóvil (Roll): sistema de suspensión pasiva convencional (izquierda) contra el sistema de suspensión semi-activa MagneRide (derecha) (BWI, 2014).

reología del fluido MR. Además, según datos del fabricante, es un sistema que puede responder hasta 300 veces más rápido que el parpadeo de un ojo humano. El sistema MagneRide<sup>®</sup> posee grandes beneficios: ajuste automático a las superficie del camino, rápida respuesta ante cualquier condición de conducción, máxima maniobrabilidad y seguridad, menor número de componentes que los sistemas de suspensión tradicionales; además permite el control de las dinámicas de cabeceo en altas velocidades mejorando la estabilidad del automóvil (ver figura 1.4) (Blanco *et al.*, 2000; BWI, 2014; Delphi, *sf*).

### 1.1.2 Modelado del comportamiento del amortiguador MR

La investigación sobre el control semi-activo de vibraciones utilizando un amortiguador MR, exigió un modelo que describa el comportamiento no lineal del fluido MR. Esta no linealidad

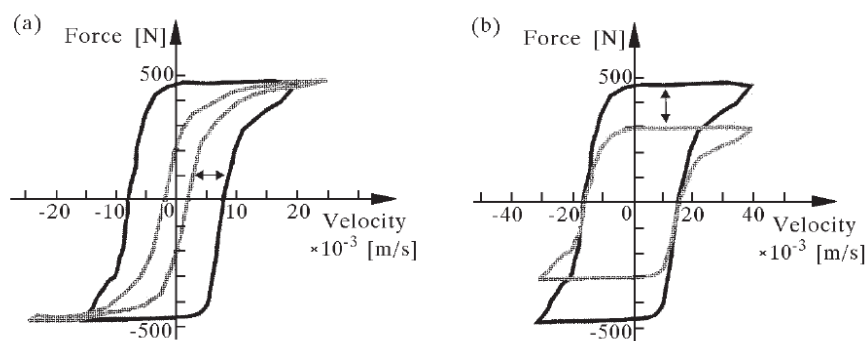


Figura 1.5: Curva característica de fuerza del amortiguador vs velocidad del pistón en: a) bajas velocidades (fenómeno de histéresis) y b) altas velocidades (fenómenos de tipo salto) (Sapiński y Filuś, 2003).

Tabla 1.1: Modelos paramétricos propuestos del amortiguador MR considerando varios escenarios del comportamiento reológico del fluido MR (Sapiński y Filuś, 2003).

Modelo paramétrico	Comportamiento reológico del fluido MR			
	Viscosidad	Elasticidad	Plasticidad	Histéresis
Bingham	x		x	
Gamota-Filisko	x	x	x	
Li	x	x	x	
Bouc-Wen	x	x		x
Spencer	x	x		x

la describen Sapiński y Filuś (2003), con un fenómeno de histéresis y uno de tipo salto, en la curva característica de fuerza del amortiguador vs velocidad del pistón a bajas y altas velocidades respectivamente (ver figura 1.5). Estos fenómenos presentes en los fluidos MR, han sido considerados por diferentes investigadores para predecir la fuerza del amortiguador ante una entrada de intensidad de corriente conocida.

Los modelos matemáticos propuestos se han dividido en dos ramas principales: *paramétricos* y *no paramétricos*.

En los modelos paramétricos, el amortiguador es caracterizado por un sistema con elementos lineales y no lineales, los cuales definen los parámetros de resortes, amortiguadores y otros elementos mecánicos. El modelo de Bingham (Stanway *et al.*, 1987), Gamota y Filisko (Gamota y Filisko (1991), Li, Bouc-Wen y Spencer (Spencer *et al.*, 1997) son las aportaciones más importantes en esta rama. La tabla 1.1 muestra una comparación de algunos modelos paramétricos bajo diferentes comportamientos reológicos del fluido MR. Como se puede observar, sólo los modelos de Bouc-Wen y Spencer han considerado la histéresis. De acuerdo con un análisis comparativo llevado a cabo en Sapiński y Filuś (2003), se puede afirmar que el modelo de Spencer describe mejor el fenómeno de histéresis que cualquier otro modelo paramétrico, sin embargo sus ecuaciones resultan ser muy complejas y poco útiles para el desarrollo de algoritmos de control semi-activo.



Con respecto al modelado no paramétrico, el amortiguador es caracterizado por funciones especiales adaptadas experimentalmente, por polinomios de potencias en la velocidad del pistón como es el caso del modelo polinomial propuesto por [Choi \*et al.\* \(2001\)](#) y por métodos de inteligencia artificial utilizando lógica difusa ([Askari \*et al.\*, 2011](#); [Medina \*et al.\*, 2008](#)) o redes neuronales ([Karamodin y Kazemi, 2010](#); [Khalid \*et al.\*, 2014](#)).

También otros estudios han sido desarrollados para predecir el comportamiento no lineal del fluido MR. Por [Liao y Lai \(2002\)](#) con un análisis armónico para control de vibraciones; por [Crivellaro y Alves \(2006\)](#) quienes proponen un modelo fenomenológico utilizando un algoritmo SQP (Sequential Quadratic Programming); por [Parlak \*et al.\* \(2012\)](#); [Quoc-Hung y Seung-Bok \(2009\)](#) quienes realizan el diseño de un actuador MR basado en un análisis de elemento finito; por [Kwok \*et al.\* \(2007\)](#) quienes realizan una parametrización de un fluido MR basado en algoritmos genéticos (GA), entre otros.

### 1.1.3 Algoritmos de control semi-activo

Los algoritmos de control semi-activo, que se han desarrollado en la literatura para el control de una suspensión automotriz, están basados principalmente en actuadores electroreológicos (ER), magnetoreológicos (MR) y electrohidráulicos (EH) [Guglielmino \*et al.\* \(2008\)](#). El presente trabajo hace énfasis al estudio del control semi-activo utilizando un amortiguador MR.

La fuerza de amortiguamiento desarrollada por el amortiguador MR depende directamente del comando de voltaje (intensidad de corriente) de entrada. El rendimiento de un amortiguador MR depende principalmente del algoritmo de control semi-activo usado ([Jansen y Dyke, 2000](#)). Estos algoritmos se pueden identificar de acuerdo a su objetivo: la comodidad del pasajero (*comfort*), la estabilidad del automóvil en la conducción (*road-holding*) o ambos. Cada uno con diferente grado de complejidad y diferentes requerimientos para su implementación (número de sensores por mencionar un ejemplo) ([Guglielmino \*et al.\*, 2008](#); [Savaresi \*et al.\*, 2010](#)).

#### Algoritmos orientados a la comodidad del pasajero

La comodidad del pasajero, también llamado “Confort”, se puede obtener al minimizar la aceleración del chasis del automóvil, el cual está unido de forma directa al sistema de suspensión. Consecuentemente, al minimizar la aceleración del chasis se puede atenuar la vibración del cuerpo del pasajero.

En uno de los primeros exámenes de control semi-activo, [Karnopp \*et al.\* \(1974\)](#) propusieron un algoritmo de control on/off “Skyhook 2 estados” para un sistema de suspensión, que permite ajustar el coeficiente de amortiguamiento dependiendo del signo del producto entre la velocidad vertical de la deflexión de la suspensión y de la velocidad vertical del chasis.

[Sammier \*et al.\* \(2003\)](#) presentaron una mejora de este algoritmo con el control llamado “Skyhook de aproximación lineal”, el cual permite cambiar de un coeficiente de amortiguamiento alto a bajo de manera suave minimizando la influencia de la conmutación.

[Savaresi \*et al.\* \(2004, 2005\)](#) presentaron el control “ADD (Acceleration Driven Damper)” el cual es muy similar al Skyhook 2 estados, con la diferencia de que utiliza el valor de la aceleración de la deflexión de la suspensión en lugar de la velocidad, es más sencillo medir

esta variable en un auto real mediante un acelerómetro.

En [Morselli y Zanasi \(2008\)](#), los autores proponen una estrategia de control de suspensión semi-activo llamado "PDD (Power Driven Damper)" utilizando técnicas hamiltonianas, las cuales proporcionan herramientas para el modelado de sistemas mecatrónicos con componentes disipativos como es una suspensión; las ventajas de este enfoque están ligadas con la eliminación de los efectos del "chattering", comunes en sistemas de alta velocidad de conmutación.

En [Cabrera-Amado et al. \(2016\)](#) un método de control modal, conocido como PVF (Control de Retroalimentación Positiva de la Velocidad por sus siglas en inglés) propuesto por Goh (1985) (mencionado por los autores), es utilizado en una simulación numérica de una suspensión semi-activa. El algoritmo de control es programado en MatLab/Simulink<sup>®</sup> usando un modelo polinomial del amortiguador MR; el enfoque PVF demostró una reducción de la amplitud del desplazamiento del chasis del 65% con respecto a la suspensión pasiva.

Existe un gran número de trabajos que han implementado o mejorado algún algoritmo orientado a la comodidad del pasajero, incrementando el rendimiento de la suspensión para éste objetivo; sin embargo, éste enfoque de control ha perjudicado moderadamente la estabilidad del automóvil ([Do et al., 2010](#); [Griffin et al., 2001](#); [Hohenbichler et al., 2006](#); [Li y Goodall, 1999](#); [Poussot-Vassal et al., 2006](#)).

### Algoritmos orientados a la estabilidad del automóvil

Al utilizar una suspensión semi-activa la estabilidad se puede obtener mediante la fijación de las llantas a la superficie del camino, de ahí que también se les conozca a estos algoritmos como orientados al "Road-holding". Estos pueden evitar el fenómeno de cabeceo en altas velocidades, previniendo volcaduras en trayectorias curvas y por lo tanto mejorando la estabilidad del automóvil ([Guglielmino et al., 2008](#)).

De forma dual al enfoque de control Skyhook (2 estados y lineal) orientado a la comodidad, existen los algoritmos con enfoque de control Groundhook (2 estados y lineal) orientados a la estabilidad. Este enfoque de control permite ajustar el coeficiente de amortiguamiento dependiendo del signo del producto entre la velocidad vertical de la deflexión de la suspensión y la velocidad vertical de la llanta. La desventaja principal de este enfoque de control es la disminución importante del rendimiento de la suspensión para la comodidad del pasajero ([Guglielmino et al., 2008](#); [Koo et al., 2004](#); [Savaresi et al., 2010](#)).

### Algoritmos de control semi-activo modernos

Los algoritmos de control modernos han sido desarrollados para mejorar la comodidad, la estabilidad o ambas respecto a los algoritmos clásicos pero con una complejidad aumentada en la ley de control.

Entre los enfoques de control modernos pueden destacar los algoritmos basados en lógica de  $H_\infty$  LPV (Linear Parameter Varying) ([Fujita et al., 2013](#); [Lovera et al., 2015](#); [Nguyen et al., 2015a](#)), híbridos de lógica difusa ([Nguyen et al., 2015b](#); [Uz y Hadi, 2014](#)) este enfoque considera la comodidad del pasajero y la estabilidad del automóvil, LQR ([Uz y Hadi, 2014](#)), control retroalimentado variacional (VFC) ([Pepe y Carcaterra, 2016](#)), control basado en un

modelo difuso del amortiguador MR (Askari *et al.*, 2011; Pletschen y Diepold, 2016) usando lógica *H2* (Félix-Herrán *et al.*, 2016), control backstepping (Majdoub *et al.*, 2013), control adaptivo (Mori *et al.*, 2007), control óptimo (Brezas *et al.*, 2015), control basado en algoritmos genéticos (Wang y Shih, 2007), control tolerante a fallas (Tudón-Martínez *et al.*, 2012, 2016) y control mixto 1-sensor-SH-ADD el cual combina dos algoritmos clásicos: skyhook (SH) y ADD, que cumple con el primer objetivo de la suspensión sin afectar considerablemente al segundo, reduciendo el número de sensores a 1 (Savaresi *et al.*, 2010).

### Comparación de los algoritmos de control semi-activo propuestos

Los algoritmos de control clásicos (Skyhook, Groundhook, PDD, ADD, etc.) tienen la ventaja de ser relativamente simples, pues no requieren altos costos computacionales ni de muchos sensores en el sistema, sin embargo son utilizados para mejorar el confort o la estabilidad del vehículo pero no para cumplir con ambos objetivos. *Una lógica orientada a la estabilidad del automóvil, mejora el contacto de las llantas con el camino pero decrementa la comodidad del pasajero; la otra lógica mejora la comodidad pero decrementa la fijación de las llantas.* Es importante señalar que, el control orientado a la estabilidad, afecta fuertemente la comodidad presentando leves mejoras en la suspensión; por el contrario, el control orientado a la comodidad afecta ligeramente la estabilidad, es por ello que éste último es mayormente utilizado.

Respecto al control semi-activo moderno, se concluye que son más precisos, robustos y adaptables a cualquier condición de la conducción; además algunos permiten mejorar la comodidad y la estabilidad del automóvil de manera simultánea, pero otros resultan demasiado complejos en comparación con el control clásico. Incluso pueden derivar en sistemas muy costosos, debido al requerimiento de un mayor número de sensores y computadoras más sofisticadas. A pesar de esto, muchos algoritmos utilizan técnicas para la minimización del fenómeno de “Chattering” que repercute negativamente en los algoritmos de control semi-activo clásicos (Guglielmino *et al.*, 2008).

#### 1.1.4 Plataformas experimentales de una suspensión automotriz

Los tipos de control semi-activo referidos anteriormente, en muchas ocasiones son implementados en plataformas experimentales, las cuales simulan el comportamiento dinámico de una suspensión automotriz con el objetivo de analizar su rendimiento en tiempo real. A continuación se describen brevemente tres sistemas de suspensión experimentales presentadas en la literatura.

Wang y Shih (2007) presentan un mecanismo de suspensión con un generador de perturbaciones utilizando un sistema hidráulico (figura 1.6). Cuenta con un amortiguador activo que controla el flujo del fluido hidráulico entre las cámaras internas del actuador, mediante el control de un motor a pasos. La computadora puede ajustar hasta 7 niveles de amortiguamiento de acuerdo al perfil de perturbación y la lectura de un sensor de aceleración localizado sobre la masa suspendida. El cilindro hidráulico, ubicado en la parte inferior del mecanismo, puede generar varios perfiles de camino y la velocidad de flujo del fluido hidráulico es controlada por una servoválvula. Sus ventajas son: precio económico y estructura simple.

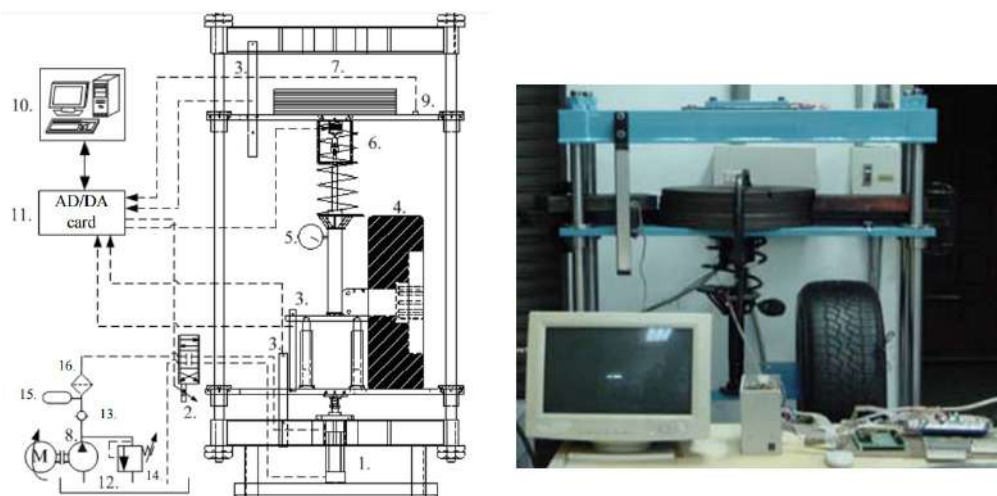


Figura 1.6: Plataforma experimental de una suspensión activa: masa no suspendida (7), llanta (4), cilindro hidráulico para aplicar una fuerza externa al sistema (1), circuito hidráulico (2,8,12,13,14,15,16), tarjeta de adquisición de datos (11), amortiguador activo (5,6), acelerómetro (9), sensores de desplazamiento (3), microcomputadora (10) (Wang y Shih, 2007).

En Koch *et al.* (2010) se expone el diseño y modelado de una plataforma de un cuarto de vehículo para la implementación de control activo. La acción activa se incluyó al mecanismo utilizando un motor lineal incorporado en paralelo a una suspensión pasiva. La figura 1.7 muestra a detalle las dos conceptualizaciones de la plataforma: suspensión pasiva (izquierda) y activa (derecha). A diferencia del mecanismo anterior, cuenta con un actuador lineal para generar perturbaciones sobre el sistema, tiene acelerómetros capacitivos en la masa suspendida así como en la no suspendida, un transductor WRAPT (Wire Rope Actuated Position Transducer) para la medición de la deflexión de la suspensión, un encoder incremental para medir el desplazamiento de la masa no suspendida y también un sensor de fuerza para medir la carga total de la llanta. Es un sistema complejo pero muy robusto, es de un mayor costo económico pero cuenta con mayor número de sensores para la implementación de una gran cantidad de controles activos.

Por último, Zhuang *et al.* (2016) desarrollaron un sistema a escala de un cuarto de vehículo (ver figura 1.8). La suspensión utiliza un amortiguador MR como actuador semi-activo en paralelo con cuatro resortes, incluyendo un amortiguador de masa (TMD) que puede incluir otro amortiguador pasivo o semi-activo. Cabe señalar que el mecanismo no incluye al neumático, éste es remplazado por cuatro resortes más previamente caracterizados. El sistema de perturbación está basado en un cilindro eléctrico que puede generar diferentes perfiles del camino. El mecanismo discrimina al neumático, pero es más cercano al modelo ideal simplificado de un cuarto de automóvil.

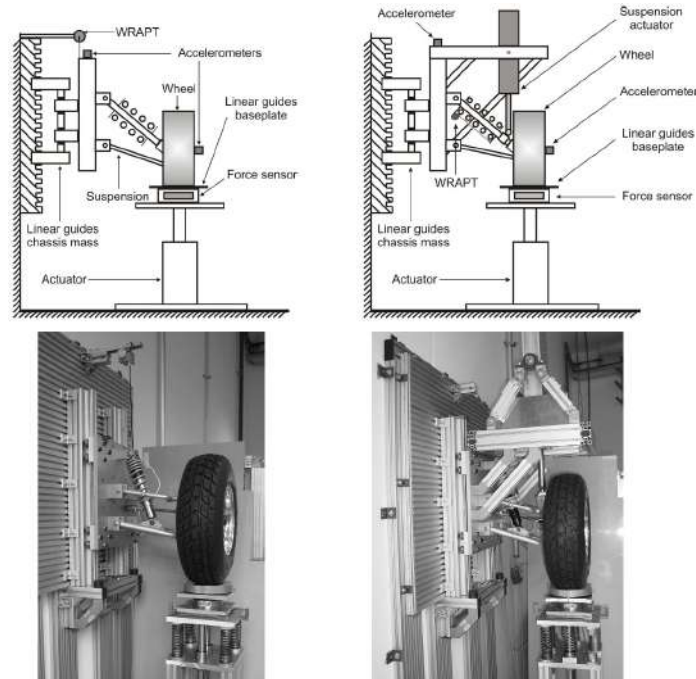


Figura 1.7: Esquemas y fotografías de una plataforma experimental de una suspensión pasiva (izquierda) y una activa (derecha) (Koch *et al.*, 2010).

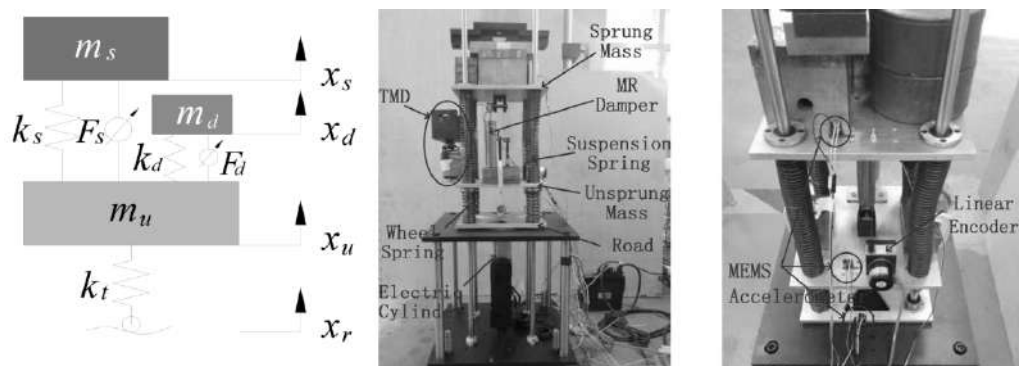


Figura 1.8: Plataforma experimental de una suspensión semi-activa con un amortiguador MR (Zhuang *et al.*, 2016).

## 1.2 Planteamiento del problema

La suspensión de un automóvil tiene dos objetivos principales: (1) minimizar el movimiento del chasis, para procurar la comodidad del pasajero y (2) garantizar el contacto de las llantas con la superficie irregular del camino, para estabilizar el automóvil durante la conducción.

Para cumplir con estos objetivos la suspensión semi-activa, basada en un amortiguador MR, es una buena alternativa de solución, debido a la capacidad de controlar el coeficiente de amortiguamiento de forma versátil y robusta de acuerdo a un algoritmo de control programado, sin requerir grandes cantidades de potencia externa.

Sin embargo el problema principal, como se ha demostrado en la subsección 1.1.3, es que *los objetivos de la suspensión son incompatibles entre sí*. Utilizar un control clásico orientado a la estabilidad (road-holding) afecta fuertemente la comodidad (confort), presentando leves mejoras en la suspensión; por el contrario, el control orientado a la comodidad afecta ligeramente la estabilidad mejorando el rendimiento de la suspensión, es por ello que éste último es más utilizado.

Otros enfoques más recientes pueden superar esta problemática, sin embargo tienen una complejidad elevada en comparación con el control clásico. Pueden elevar costos de implementación al requerir computadoras de mayor capacidad de procesamiento, mayor número de sensores en el sistema, así como un mayor número de componentes del controlador (acondicionadores de señales por mencionar un ejemplo).

Por lo anterior, este proyecto se enfocará en el diseño de un control semi-activo que pueda cumplir con los objetivos fundamentales de una suspensión, independientemente de las frecuencias a las cuáles es sometido el sistema primario.

El diseño de un control de suspensión semi-activo presenta además 4 subproblemas importantes: 1) la caracterización de la fuerza de amortiguamiento desarrollada por el amortiguador MR, ya que presenta un comportamiento altamente no lineal (histéresis, ver figura 1.5), esta caracterización debe generar el modelo matemático directo que prediga la fuerza desarrollada bajo una corriente eléctrica de entrada y el modelo inverso que prediga la corriente eléctrica de entrada requerida para desarrollar una fuerza deseada de amortiguamiento; 2) la repercusión negativa del fenómeno de “Chattering” en el rendimiento de la suspensión, que se presenta en sistemas de control de alta velocidad de conmutación *online* y puede hacer que la suspensión semi-activa se comporte peor que una pasiva; 3) las irregularidades aleatorias del camino, las cuales repercuten directamente en el tipo y en el número de sensores para detectar el comportamiento del sistema, así como en el costo computacional; 4) por último se tiene la validación del algoritmo de control semi-activo de forma experimental, este subproblema demanda la construcción de diversas plataformas experimentales de una suspensión mecatrónica.

Para resolver las subproblemáticas, en el presente proyecto se utiliza una caracterización no paramétrica de un amortiguador MR comercial modelo RD-8040-1 de Lord Corporation® y se desarrolla un prototipo de una plataforma de suspensión semi-activa, el cual se ha manufacturado dentro de las instalaciones de la Universidad Tecnológica de la Mixteca.

## 1.3 Justificación

El desarrollo de sistemas inteligentes que puedan adaptarse a perturbaciones extremas usando el control estructural, es una realidad en otros países del mundo como Japón, Malasia, China y Estados Unidos (Brezas *et al.*, 2015; Khalid *et al.*, 2014; Quoc-Hung y Seung-Bok, 2009; Young-Jin y Jong-Wha, 2016; Zhao-Dong *et al.*, 2003). Estadísticas del mes de julio de 2017 de la Asociación Mexicana de la Industria Automotriz (AMIA, 2017), demuestran que México es el segundo exportador de vehículos más importante en Latinoamérica después de Brasil. Sin embargo, la investigación de sistemas automotrices inteligentes no se ha profundizado lo suficiente, limitando el desarrollo de vehículos con tecnologías innovadoras completamente nacionales.

En la Universidad Tecnológica de la Mixteca (UTM), en la carrera de Ingeniería en Mecatrónica, se han desarrollado proyectos relacionados al estudio de las vibraciones mecánicas; a manera de ejemplo se pueden mencionar: el desarrollo de un sistema de chumacera móvil para controlar modos de vibración en un eje rotatorio, así como la caracterización experimental de un amortiguador MR basado en un modelo polinomial (Arias-Montiel *et al.*, 2015); esto permite generar las bases para desarrollar proyectos como el propuesto en este trabajo de Tesis.

Adicionalmente, el desarrollo de una nueva plataforma didáctica para la implementación de control semi-activo en la UTM, es viable y pertinente en el área de Mecatrónica. Una encuesta aplicada a estudiantes del décimo semestre de ingeniería en mecatrónica, determinó que es fundamental el aprendizaje teórico-práctico de sistemas inteligentes comunes en la industria y que el autoequipamiento de la universidad es importante para el desarrollo de nuevos proyectos mecatrónicos.

## 1.4 Hipótesis

- ✓ La problemática de una suspensión automotriz pasiva, para cumplir con los objetivos de confort y estabilidad en la conducción, se puede resolver con el desarrollo de controladores semi-activos para suspensiones mecatrónicas.
- ✓ El diseño de control semi-activo orientado a un objetivo específico (confort o estabilidad), disminuye el rendimiento de la suspensión respecto al otro; sin embargo el diseño orientado al confort no afecta de forma significativa a la estabilidad.

## 1.5 Objetivos

### 1.5.1 Objetivo general

Implementar diversos algoritmos de control semi-activo para una suspensión mecatrónica, utilizando el modelo de un cuarto de automóvil y un amortiguador magnetoreológico, para mejorar la comodidad del pasajero y la estabilidad del vehículo bajo distintas perturbaciones.

### 1.5.2 Objetivos específicos

- ✓ Caracterizar experimentalmente un amortiguador MR comercial utilizando la metodología propuesta por [Choi \*et al.\* \(2001\)](#), para deducir un modelo matemático polinomial que describa la fuerza de amortiguamiento desarrollada, por una señal de corriente eléctrica de entrada.
- ✓ Diseñar y construir un sistema de suspensión mecatrónica experimental de un cuarto de automóvil, utilizando el amortiguador MR modelo RD-8040-1 de Lord Corporation® para la implementación de control semi-activo; así como un sistema de perturbación basado en un actuador lineal.
- ✓ Modelar numéricamente un sistema de suspensión mecatrónica en lazo abierto utilizando el modelo polinomial propuesto, para desarrollar leyes de control semi-activo.
- ✓ Aplicar en la suspensión mecatrónica diferentes algoritmos de control expuestos en la literatura, para comparar su rendimiento y determinar cómo afecta un algoritmo de control orientado al confort en la estabilidad y viceversa, utilizando los índices de desempeño.
- ✓ Evaluar numéricamente el rendimiento del sistema de suspensión semi-activa en lazo cerrado y comparar los resultados con el rendimiento de un sistema de suspensión no controlada (pasivo).

## 1.6 Resultados esperados y entregables

Los resultados esperados son los siguientes:

- ✓ Minimización de la aceleración del chasis respecto a un sistema no controlado (pasivo).
- ✓ Minimización de la deflexión del neumático respecto a un sistema no controlado.
- ✓ Mejora en el rendimiento de la suspensión en un amplio rango de frecuencias de la perturbación.
- ✓ Minimización del consumo energético de la actuación de control, respecto a un sistema de control activo.

Los entregables comprometidos son los siguientes:

- ✓ Sistema de suspensión acoplado con un amortiguador MR. Ésta será una plataforma física para la validación experimental de controladores semi-activos en trabajos futuros.
- ✓ Control semi-activo basado en un amortiguador MR. El algoritmo de control contemplará el uso de un amortiguador MR caracterizado experimentalmente.



## 1.7 Estructura de la tesis

El presente documento de tesis está constituido por 7 capítulos, el contenido de cada uno de ellos se resumen a continuación.

En el Capítulo 1, se presenta una introducción detallada del tema de tesis; se incluyen los antecedentes del proyecto, el planteamiento del problema, los objetivos, las hipótesis y la justificación del desarrollo.

En el segundo capítulo, se exponen los fundamentos teóricos del tema. Se describen los diferentes modelos de una suspensión automotriz, las diferencias entre una suspensión semi-activa y activa, los principales modelos de un amortiguador magnetoreológico, así como las técnicas clásicas de control semi-activo utilizadas en una suspensión mecatrónica.

En el Capítulo 3 se presenta el desarrollo de un prototipo experimental de una suspensión mecatrónica, este consiste en una plataforma de ensayos que simula un cuarto de automóvil. Su objetivo principal es la implementación experimental de control semi-activo como trabajos futuros a este proyecto de tesis, así como la deducción de un modelo matemático de un cuarto de automóvil para la simulación de diferentes técnicas de control semi-activo.

El Capítulo 4, está dedicado a la caracterización experimental del amortiguador magneto-reológico utilizado en este trabajo, para describir la fuerza semi-activa de control y para calcular la corriente eléctrica necesaria para desarrollar dicha fuerza.

El modelo general, de un cuarto de automóvil acoplado al modelo del amortiguador magneto-reológico, se valida en forma numérica (MATLAB<sup>®</sup>) y analítica (análisis modal) en el Capítulo 5.

La implementación numérica de cuatro diferentes técnicas de control semi-activo clásicas y modernas, utilizando el modelo obtenido de un cuarto de automóvil con suspensión mecatrónica, se describe en el Capítulo 6.

Por último, en el séptimo capítulo se presentan las conclusiones del proyecto, así como la propuesta de trabajos futuros y mejoras.



# Capítulo 2

## Marco teórico

El propósito de este capítulo es proveer los fundamentos necesarios para este proyecto de tesis. En primer lugar, se define la suspensión automotriz, sus características y su clasificación, así como el modelo simplificado de un cuarto de automóvil para el análisis de sistemas de suspensión automotrices. Posteriormente, se exponen algunos modelos matemáticos propuestos para un actuador MR. También, se detallan brevemente algunos de los algoritmos de control semi-activo que se han aplicado a una suspensión mecatrónica. Por último, se describe una técnica de control modal de retroalimentación positiva de la aceleración (PAF por sus siglas en inglés), la cual se utilizará en este proyecto como una propuesta de control semi-activo.

### 2.1 La suspensión automotriz

De acuerdo con [Pérez-Rello \(2011\)](#), *la suspensión automotriz* consiste en una serie de elementos elásticos que se interponen entre los elementos suspendidos y los no suspendidos de un vehículo.

- ✓ *Elementos suspendidos:* todos aquellos cuya masa es soportada por el bastidor o el chasis, como el motor y la carrocería.
- ✓ *Elementos no suspendidos:* se conforma del resto de las masas que no se encuentran definidas en el grupo anterior, como los ejes, llantas, neumáticos o frenos.

La figura 2.1 muestra el modelo mecánico de una suspensión clásica pasiva, donde  $k$  es la constante de rigidez del resorte y  $c$  es el coeficiente de amortiguamiento. La suspensión consiste en un sistema resorte-amortiguador en paralelo.

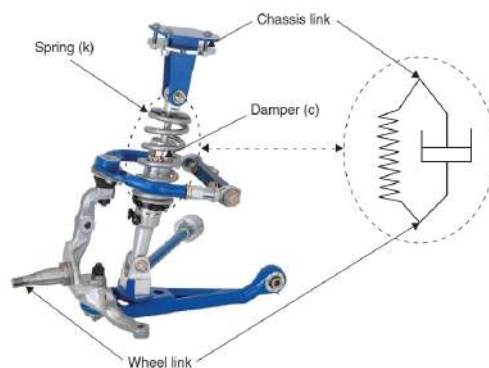


Figura 2.1: Modelo mecánico de una suspensión clásica descrita en Savaresi *et al.* (2010).

### 2.1.1 Modelo simplificado de un cuarto de vehículo

De acuerdo con Guglielmino *et al.* (2008); Savaresi *et al.* (2010); Schiehlen (2009), el sistema de un cuarto de automóvil se puede aproximar como el modelo simplificado que se muestra en la figura 2.2, donde  $m_u$  representa la masa no suspendida (llanta),  $m_s$  representa la masa suspendida (chasis),  $z_s(t)$  es el desplazamiento vertical de  $m_s$ ,  $z_u(t)$  es el desplazamiento vertical de  $m_u$  y  $z_r(t)$  representa la irregularidad del camino,  $k_s$  es el coeficiente de rigidez del resorte,  $c_s$  es el coeficiente de amortiguamiento de la suspensión y  $k_u$  es el coeficiente de rigidez del neumático. En la práctica, el coeficiente de amortiguamiento del neumático es mucho más pequeño que su rigidez, por lo tanto puede ser ignorado.

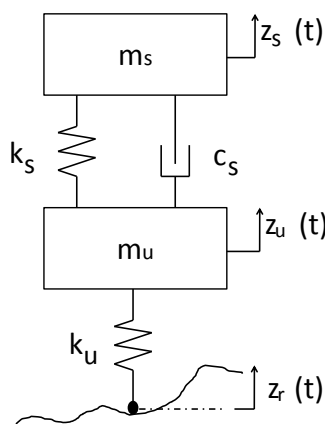


Figura 2.2: Modelo simplificado de un cuarto de automóvil con suspensión pasiva (no recibe la aplicación de energía externa; almacena energía con resortes y la disipa con amortiguadores), diagrama basado de Hurel-Ezeta *et al.* (2013).

Entonces, de acuerdo a la suposición anterior, las ecuaciones de movimiento del sistema se pueden obtener aplicando la segunda ley de Newton y están definidas por:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{z}_s(t) &= -k_s (z_s(t) - z_u(t)) - c_s (\dot{z}_s(t) - \dot{z}_u(t)) \\ m_u \ddot{z}_u(t) &= k_s (z_s(t) - z_u(t)) + c_s (\dot{z}_s(t) - \dot{z}_u(t)) - k_u (z_u(t) - z_r(t)). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Una representación en el espacio de estados asociada al modelo anterior puede ser descrita como:

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_u \\ \dot{z}_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c_s}{m_s} & -\frac{k_s}{m_s} & \frac{c_s}{m_s} & \frac{k_s}{m_s} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_s}{m_u} & \frac{k_s}{m_u} & -\frac{c_s}{m_u} & -\frac{k_s - k_u}{m_u} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_s \\ z_s \\ \dot{z}_u \\ z_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_u}{m_s} \\ 0 \end{bmatrix} z_r. \quad (2.2)$$

Por otro lado, el sistema puede ser analizado en el dominio frecuencial mediante su función de transferencia. De [Savaresi et al. \(2010\)](#) se extraen las siguientes funciones de transferencia, las cuales se basan en la representación en el espacio de estados dada en la ecuación (2.2).

**Funciones de transferencia relacionadas a especificaciones de la comodidad (comfort).** El desplazamiento  $z_s$  y la aceleración del chasis  $\ddot{z}_s$  en función de las irregularidades del camino  $z_r$ :

$$F_{z_s}(s) = \frac{(c_s k_u) s + k_u k_s}{(m_s m_u) s^4 + (c_s m_u + c_s m_s) s^3 + (m_s k_s + m_u k_s + m_s k_u) s^2 + (c_s k_u) s + k_u k_s}, \quad (2.3)$$

$$F_{\ddot{z}_s}(s) = s^2 F_{z_s}(s). \quad (2.4)$$

Notas:

- ✓  $F_{z_s}(s)$  tiene una ganancia estática unitaria y tiende a cero con una pendiente de  $-60dB/dec$  cuando  $s = j\omega$  incrementa (el chasis sigue los movimientos de las irregularidades del camino).
- ✓  $F_{\ddot{z}_s}$  tiene una ganancia estática nula y tiende a cero con una pendiente de  $-20dB/dec$  cuando  $s = j\omega$  incrementa.

**Funciones de transferencia relacionadas a especificaciones de la estabilidad (road-holding).** El desplazamiento de la llanta  $z_u$ , la deflexión de la suspensión  $z_{def} = z_s(s) - z_u(s)$  y la deflexión del neumático  $z_{defl} = z_u(s) - z_r(s)$  en función de las irregularidades del camino  $z_r$ :

$$F_{z_u}(s) = \frac{(m_s k_u) s^2 + (c_s k_u) s + k_u k_s}{(m_s m_u) s^4 + (c_s m_u + c_s m_s) s^3 + (m_s k_s + m_u k_s + m_s k_u) s^2 + (c_s k_u) s + k_u k_s}, \quad (2.5)$$

$$F_{z_s - z_u}(s) = F_{z_s}(s) - F_{z_u}(s) := F_{z_{def}}(s), \quad (2.6)$$

$$F_{z_u - z_r}(s) = F_{z_u}(s) - 1 := F_{z_{defl}}(s). \quad (2.7)$$

Notas:

- ✓  $F_{z_u}(s)$  tiene una ganancia estática unitaria y tiende a cero con una pendiente de -40dB/dec cuando  $s = j\omega$  incrementa.
- ✓  $F_{z_{def}}(s)$  tiene una ganancia estática nula y tiende a cero con una pendiente de -40dB/dec cuando  $s = j\omega$  incrementa.
- ✓  $F_{z_{def}}(s)$  tiene una ganancia estática nula y tiende a la unidad cuando  $s = j\omega$  incrementa.

### 2.1.2 Clasificación de la suspensión automotriz

**Según la geometría.** La suspensión se puede clasificar en tres grupos principales: suspensión rígida (o de eje rígido), semirígida o independiente. Las dos primeras clasificaciones, se caracterizan por utilizar un eje que conecta dos ruedas opuestas de forma dependiente o semi-dependiente respectivamente. La última tiene grandes ventajas sobre las primeras debido a que no se trasmite el movimiento de una llanta a su opuesta, mejorando la adherencia al suelo y por consecuencia en la estabilidad en la conducción; problema muy común en las otras suspensiones (López-Fernández, 2010; Pérez-Rello, 2011). De ahora en adelante, el tipo de suspensión al que se refiere en este proyecto será una suspensión independiente.

**Según el sistema de control.** La suspensión puede ser pasiva, activa o semi-activa (Hurel-Ezeta *et al.*, 2013). El modelo del tipo de suspensión se detalla en las figuras 2.2 (pasiva), 2.3 (activa) y 2.4 (semi-activa).

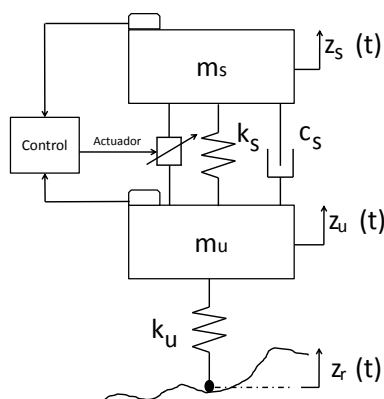


Figura 2.3: Suspensión activa. Almacena energía con resortes, la disipa con amortiguadores y la introduce utilizando un actuador externo (basada de Hurel-Ezeta *et al.* (2013)).

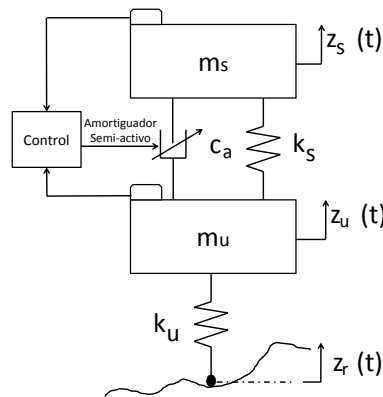


Figura 2.4: Suspensión semi-activa. Utiliza actuadores semi-activos (magnetoreológicos, electroreológicos y electrohidráulicos principalmente) para disipar la energía (basada de [Hurel-Ezeta \*et al.\* \(2013\)](#)).

La suspensión pasiva no recibe la aplicación de energía como las suspensiones activas y semi-activas (las cuales son comúnmente conocidas como suspensiones electrónicas o mecánicas).

### Suspensión semi-activa

En una suspensión semi-activa se sustituyen los amortiguadores convencionales por amortiguadores controlables (dispositivos de control semi-activo), además se añaden transductores electrónicos encargados de dar la información necesaria al controlador, para que elija la configuración óptima del coeficiente de amortiguamiento. El nombre de semi-activa proviene del hecho que no se recurre a canales externos de energía; únicamente se actúa sobre el funcionamiento de los amortiguadores, normalmente limitando el paso de un aceite, un gas o un fluido reológico por las diferentes cámaras que componen al amortiguador. Generalmente, estas suspensiones controlan las frecuencias bajas con elementos activos y las frecuencias altas con elementos pasivos. Suelen estar compuestas por lo siguiente ([Pérez-Rello, 2011](#)):

- ✓ Amortiguadores semi-activos. Pueden ser principalmente electro-hidráulicos, electroreológicos o magnetoreológicos.
- ✓ Sensores de desplazamiento vertical. Miden la aceleración vertical del chasis, de la deflexión de la suspensión y de la llanta.
- ✓ Controlador. Recibe las señales de los sensores y actúa sobre el amortiguador semi-activo de acuerdo a un algoritmo de control implementado.

La suspensión semi-activa es aplicada usualmente en vehículos ligeros. Así mismo, su rendimiento es comparable al de una suspensión activa, con la ventaja de no requerir grandes cantidades de potencia.

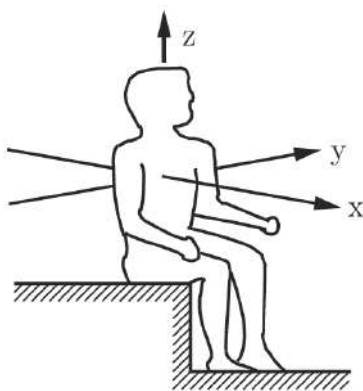


Figura 2.5: Direcciones del movimiento debido a las vibraciones en una persona sentada (Schiehlen, 2009).

## 2.2 Criterios de evaluación del rendimiento de una suspensión

Las propiedades dinámicas de un vehículo están relacionadas a tres movimientos esenciales: longitudinal, lateral y vertical. El movimiento vertical está relacionado con el rendimiento de la suspensión. Los criterios que evalúan su desempeño están basados en los objetivos principales de la suspensión: criterios para la evaluación de la comodidad del pasajero y de la estabilidad en la conducción. Una deducción matemática específica para evaluar estos criterios es difícil y puede ser con frecuencia una deducción empírica. Por ello, un enfoque interdisciplinario es útil, tomando en cuenta algunos conocimientos de ergonomía.

### 2.2.1 Criterio de comodidad (comfort)

La comodidad en la conducción se basa en la percepción subjetiva del ser humano. Se ha demostrado en Schiehlen (2009), que la percepción humana de las vibraciones depende de la aceleración del cuerpo, esta relación se puede escribir como

$$K = K(a) \quad (2.8)$$

donde  $K$  es una medida adimensional de la percepción y  $a$  es la aceleración absoluta en dirección horizontal o vertical. Además, la posición del pasajero es importante en este análisis, en la figura 2.5 se puede observar las tres direcciones principales de la aceleración del cuerpo humano, en este trabajo se hace énfasis en el movimiento a lo largo del eje  $Z$ .

Las pruebas de vibración ergonómicas se han realizado usando excitaciones armónicas determinísticas. Sin embargo, en un vehículo, el cuerpo humano está expuesto a un perfil de perturbación aleatorio; en Schiehlen (2009) se muestra un análisis con excitación estocástica (no periódica). Este proyecto de tesis contemplará sólo pruebas determinísticas en dirección vertical (Savaresi *et al.*, 2005).



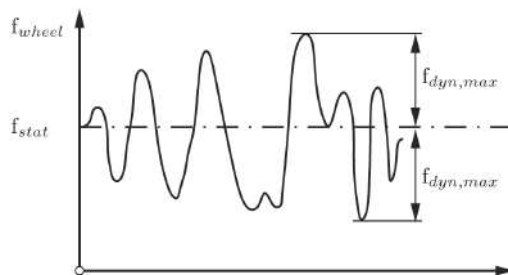


Figura 2.6: Carga dinámica y estática de la llanta (Schiehlen, 2009).

### 2.2.2 Criterio de estabilidad (Road-holding)

La estabilidad del automóvil depende de las fuerzas longitudinales de frenado y las fuerzas de laterales de la dirección. Estas fuerzas a su vez están relacionadas con las fuerzas normales de la suspensión (debidas a la carga vertical de la rueda). Y por otro lado, las fuerzas de contacto tangenciales entre el neumático y el camino son influenciadas por las fuerzas normales. Por lo tanto, la carga de la rueda mínima restante es un índice para evaluar el criterio de la estabilidad (Schiehlen, 2009). La carga total de la llanta  $f_{wheel}$  puede ser dividida en una carga estática  $f_{stat}$ , debida al peso del vehículo, y en una carga dinámica  $f_{dyn}$ , generada por las vibraciones verticales. La carga total se determina por la ecuación (2.9), ver figura 2.6.

$$f_{wheel}(t) = f_{stat} + f_{dyn}(t) \quad (2.9)$$

La carga de la rueda mínima restante está dada por la diferencia entre la carga estática y la carga dinámica máxima como

$$f_{wheel,min} = f_{stat} - f_{dyn,max}. \quad (2.10)$$

Entonces es posible definir el margen de estabilidad  $R$  de la siguiente forma

$$R = \frac{f_{stat} - f_{dyn,max}}{f_{stat}}, \quad (2.11)$$

el cual es una cualidad escalar de seguridad que varía en un rango de  $0 \leq R \leq 1$ . El margen de estabilidad de un automóvil estacionado es de  $R = 1$ , este valor puede caer hasta  $R = 0$  por un movimiento rápido sobre un camino muy irregular.

## 2.3 El amortiguador magneto-reológico

Realizando un consenso de Medina-Pavón (2011); Spencer *et al.* (1997), un amortiguador magneto-reológico (MR), es un actuador reológico de control semiactivo que usa un fluido MR para producir amortiguamiento controlable mediante un estímulo magnético. Un material MR se compone de partículas micrométricas magnéticamente permeables suspendidas en un medio no magnético. Bajo un estímulo magnético se produce una polarización inducida sobre las partículas suspendidas, de manera que se crean estructuras con forma de cadena debido a

la interacción entre los diferentes dipolos inducidos. Estas estructuras restringen la movilidad del fluido; cuanto mayor sea el campo magnético aplicado mayor será la energía mecánica necesaria para romper dichas estructuras, es decir, se genera una viscosidad dependiente del campo magnético.

### 2.3.1 Características generales

El amortiguador MR es de forma cilíndrica, el pistón tiene una bobina que asegura que el campo magnético se centre dentro del volumen del fluido MR. La figura 2.7 muestra las características de un amortiguador MR.

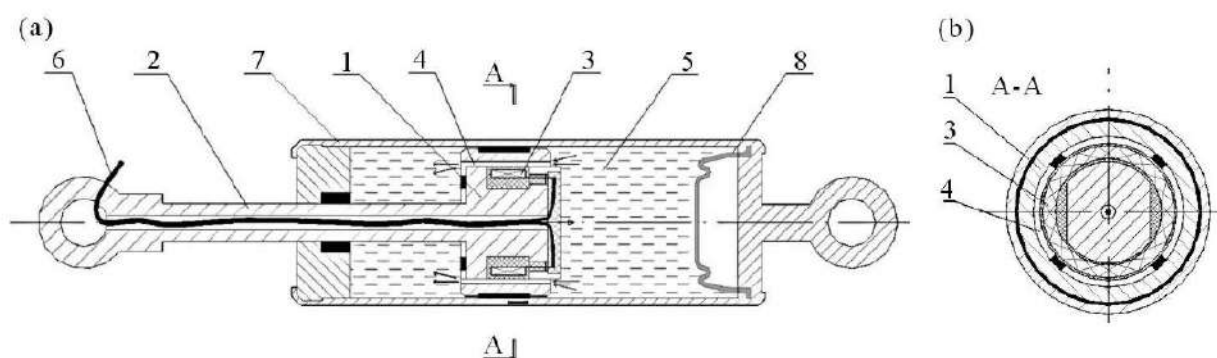


Figura 2.7: Estructura de un amortiguador magnetoreológico. a) Sección longitudinal. 1-pistón, 2-varilla, 3-bobina, 4-brecha, 5-fluido MR, 6-alambres de alimentación, 7-vivienda, 8-acumulador de presión. b) Sección transversal: 1-pistón, 3-bobina, 4-brecha (Sapiński y Filuś, 2003).

### 2.3.2 Funcionamiento reológico

El funcionamiento del amortiguador se basa en el efecto MR, lo que equivale a los cambios rápidos en la viscosidad. En la ausencia de un campo magnético, los agregados de partículas magnéticas son suspendidos en el fluido portador (ver figura 2.8a), sus momentos magnéticos no tienen una estructura ordenada y el momento resultante es igual a cero. Cuando una fuerza externa actúa sobre el pistón, la resistencia depende del flujo de fluido a través de la brecha, que resulta de las diferencias de presión entre las células del fluido. De esta forma, el amortiguador se comporta como un dispositivo pasivo. En presencia de un campo externo, los agregados están polarizados y sus momentos magnéticos están orientados a lo largo de las líneas de campo. Estos agregados forman estructuras en forma de cadena perpendiculares a la dirección del fluido, lo cual resulta en un aumento de la tensión de cizallamiento y la viscosidad del fluido para restringir su movimiento (ver figura 2.8b) (Sapiński, 2002; Sapiński y Filuś, 2003).

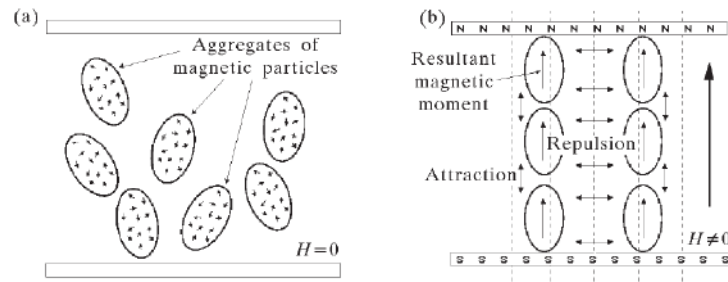


Figura 2.8: Comportamiento de un fluido MR. a) Campo magnético igual a 0 ( $H=0$ ), b) campo magnético presente ( $H \neq 0$ ) (Sapiński y Filuś, 2003).

### 2.3.3 Curva característica Fuerza de amortiguamiento vs Velocidad del pistón

Una de las curvas más importantes para caracterizar un amortiguador MR, es la relación de fuerza de amortiguamiento-velocidad del pistón; varios modelos en la literatura se basan en esta gráfica, pues es relativamente sencillo obtenerla experimentalmente. Sin embargo, en esta curva se presenta el fenómeno de histéresis como en muchos de los dispositivos adaptables o inteligentes. El fenómeno ocurre cuando estos dispositivos tratan de mantener las propiedades que tenían antes de la aplicación de una perturbación. La figura 2.9 muestra un ejemplo del comportamiento histéretico de un amortiguador MR en la curva de fuerza del amortiguador-velocidad del pistón (Choi *et al.*, 2001; Sapiński y Filuś, 2003; Spencer *et al.*, 1997).

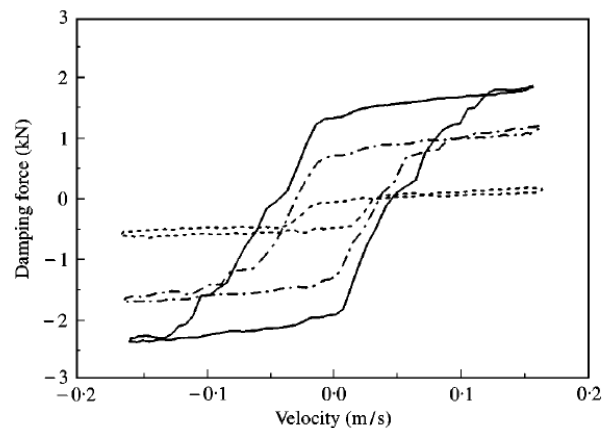


Figura 2.9: Curva característica Fuerza de amortiguamiento vs Velocidad del pistón del amortiguador. Se destaca el fenómeno de histéresis de un amortiguador MR (Choi *et al.*, 2001).

## 2.4 Modelado matemático del amortiguador MR

En la literatura se han reportado diferentes modelos del amortiguador MR, desde modelos simples que siguen una relación lineal con la velocidad del pistón, hasta los más complejos que involucran el comportamiento histerético del fluido MR. A continuación se resumen algunos modelos paramétricos y no paramétricos utilizados para aplicación de control semi-activo.

### 2.4.1 Modelo lineal

El modelo más simple de un amortiguador viscoso, consiste en representar la fuerza de amortiguamiento  $F_a$  como una relación lineal de la velocidad, es decir:

$$F_a = cv \quad (2.12)$$

donde  $c$  denota el coeficiente de amortiguamiento viscoso. En el caso de los amortiguadores MR, el coeficiente  $c$  varía con la corriente aplicada  $I$ . Por lo tanto, la fuerza de amortiguamiento es una función de la velocidad y de la corriente

$$F_a = f(v, I). \quad (2.13)$$

En forma más explícita, la fuerza se puede describir en términos de un coeficiente de amortiguamiento equivalente que depende de la corriente, entonces

$$F_a = c(I)v. \quad (2.14)$$

Debido a que la corriente es la entrada de control, se necesita encontrar la relación entre el coeficiente de amortiguamiento y la corriente, para caracterizar el control sobre la fuerza generada ([Amador-Garrido, 2004](#)).

### 2.4.2 Modelo de Bingham

El modelo se basa en las propiedades reológicas de los fluidos no newtonianos de Bingham, para representar el comportamiento de la fuerza de amortiguamiento [Sapiński y Filuś \(2003\)](#).

La relación entre el esfuerzo de cedencia  $\tau_y$  y la deformación por cortante  $\gamma$  en el fluido, se estudia en dos regímenes definidos: elástico (precedencia) y plástico (post-cedencia). En el régimen elástico, el esfuerzo cortante tiene una relación viscoelástica lineal con la deformación; mientras que después de la cedencia, la relación sigue un comportamiento similar a un fluido newtoniano (figura 2.10).

En lo que corresponde a los fluidos MR, en el régimen de pre-cedencia  $\tau < \tau_y$ , la relación entre el esfuerzo y la deformación por cortante se describe como:

$$\tau = G^* \gamma \quad (2.15)$$

donde  $G^*$  es el módulo por cortante complejo. A su vez,  $G^*$  se define como:

$$G^* = G' + G''i, \quad (2.16)$$

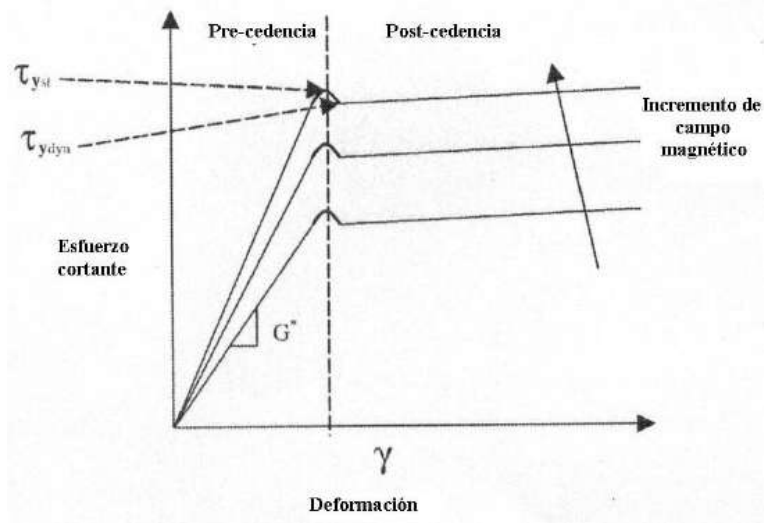


Figura 2.10: Curva esfuerzo-deformación en cortante para un fluido magnetoreológico (Amador-Garrido, 2004; Sapiński y Filuś, 2003).

donde  $G'$  es conocido como el módulo de almacenamiento y  $G''$  como el módulo de pérdidas. El módulo de almacenamiento es proporcional a la energía almacenada por unidad de volumen durante un ciclo de deformación. Por otro lado, el módulo de pérdidas es proporcional a la energía disipada por unidad de volumen después de un ciclo. El módulo de pérdidas es calculado experimentalmente según el fluido, mientras que  $G'$  es determinado utilizando la relación de Ginder (mencionado en Amador-Garrido (2004))

$$G' \approx 3\phi\mu_0 M_s H \quad (2.17)$$

donde  $\phi$  es la fracción en volumen de las partículas suspendidas,  $\mu_0$  es la permeabilidad del vacío,  $M_s$  es la constante de saturación magnética de las partículas y  $H$  es la magnitud del campo magnético.

La región plástica ( $\tau > \tau_y$ ), como se ha mencionado, es caracterizada por medio del modelo viscoplástico de Bingham, donde el esfuerzo cortante está definido como

$$\tau_y = \alpha H^\beta \quad (2.18)$$

donde  $H$  es la intensidad del campo magnético,  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes propias del fluido determinadas experimentalmente.

Basándose en las relaciones anteriores, se puede obtener finalmente el modelo de Bingham de la fuerza del amortiguador MR (figura 2.11)

$$f_{MR} = k_e x + c_e \dot{x} + \alpha_1 \alpha H^\beta \text{sign}(\dot{x}) \quad (2.19)$$

donde,  $x$  es el desplazamiento del pistón,  $\dot{x}$ , la velocidad,  $k_e$ , la rigidez producida por la compresión del fluido,  $c_e$ , el coeficiente del amortiguamiento debido a la viscosidad y  $\alpha_1$ , una constante geométrica. De la figura 2.11,  $F_s$  es la fuerza de amortiguamiento controlable por el campo magnético  $H$

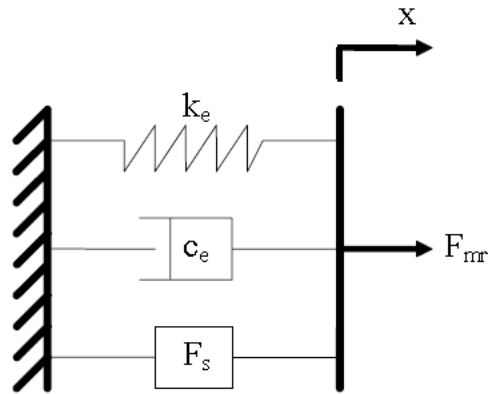


Figura 2.11: Modelo de Bingham ([Amador-Garrido, 2004](#); [Sapiński y Filuś, 2003](#)).

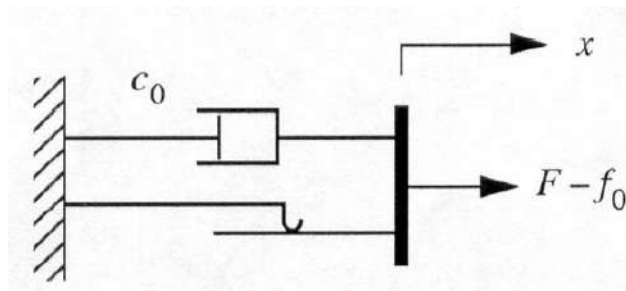


Figura 2.12: Modelo simplificado de Bingham ([Amador-Garrido, 2004](#); [Sapiński y Filuś, 2003](#)).

$$F_s = \alpha_1 \alpha H^\beta \text{sign}(\dot{x}). \quad (2.20)$$

### Modelo de Bingham simplificado

[Stanway et al. \(1987\)](#) (mencionados en [Amador-Garrido \(2004\)](#); [Sapiński y Filuś \(2003\)](#)) propusieron un modelo que consiste en un elemento de fricción de Coulomb en paralelo con un amortiguador viscoso; también lo llamaron modelo de Bingham (figura 2.12). Sin embargo, no se considera la velocidad cero del pistón (la función signo no está definida en 0). El modelo de fuerza es

$$F = f_c \text{sign}(\dot{x}) + c_0 \dot{x} + f_0 \quad (2.21)$$

donde  $c_0$  es el coeficiente de amortiguamiento y  $f_c$  es la fuerza de fricción relacionada con el esfuerzo de fluencia del fluido. Además, se incluye una fuerza constante  $f_0$  que reemplaza la acción de un resorte debido al acumulador de presión.

Existe una desventaja respecto al uso del modelo de Bingham, cuando la señal de la velocidad cruza por cero, el elemento de fricción será equivalente a una fuerza externa aplicada.

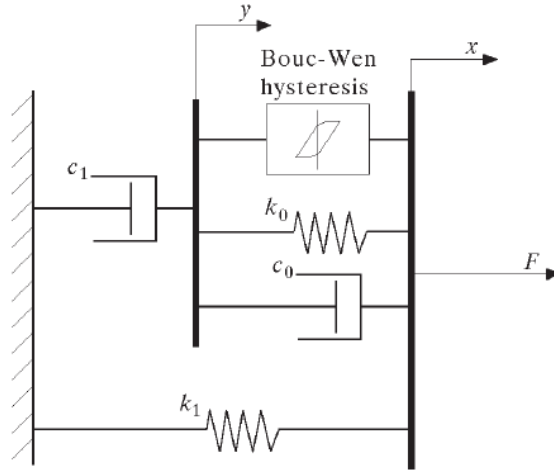


Figura 2.13: Estructura reológica de amortiguador MR según el modelo propuesto por Spencer (citado en Sapiński (2002); Sapiński y Filuś (2003); Spencer *et al.* (1997)).

### 2.4.3 Modelo de Spencer

Spencer *et al.* (1997) utilizan una estructura de Bouc-Wen para modelar los efectos de la histéresis. El esquema del modelo de Spencer se presenta en la figura 2.13.

Las ecuaciones que rigen el modelo son

$$\dot{y} = \frac{1}{c_0 + c_1} [\alpha z + k_0(x - y) + c_0 \dot{x}], \quad (2.22)$$

$$\dot{z} = -\gamma |\dot{x} - \dot{y}| z |\dot{z}|^{n-1} - \mu (\dot{x} - \dot{y}) |z|^n + A(\dot{x} - \dot{y}), \quad (2.23)$$

$$f_{MR} = c_1 \dot{y} + k_1(x - x_0). \quad (2.24)$$

En la ecuación 2.24,  $f_{MR}$  representa la fuerza del amortiguador MR y  $x$  es la posición del émbolo. En la ecuación 2.22,  $y$  es un estado interno que reproduce los efectos de deslizamiento presentes a velocidades bajas. Las constantes  $k_0$ ,  $k_1$ ,  $c_0$  y  $c_1$  son los valores de rigidez y amortiguamiento viscoso, figura 2.13. La ecuación 2.23 corresponde al modelo de Bouc-Wen (Kwok *et al.*, 2007), donde  $z$  es el estado interno y las constantes  $\gamma$ ,  $\mu$  y  $A$  forman el ciclo de histéresis; el parámetro  $n$  determina la evolución del estado  $z$  y  $\alpha$  representa el acoplamiento entre el estado  $z$  y la fuerza  $f_{MR}$ . Los parámetros  $\alpha$ ,  $c_0$ ,  $c_1$ , están relacionados con el voltaje  $u$  (e indirectamente con el campo magnético) mediante las siguientes ecuaciones

$$\alpha = \alpha_a + \alpha_b u, \quad (2.25)$$

$$c_0 = c_{0a} + c_{0b} u, \quad (2.26)$$

$$c_1 = c_{1a} + c_{1b} u. \quad (2.27)$$

La dinámica del fluido para alcanzar el equilibrio reológico al aplicarse un voltaje a la entrada  $v$  está dada por

$$\dot{u} = \eta(u - v). \quad (2.28)$$

El modelo de Spencer se rige por 14 parámetros:  $(c_{0a}, c_{0b}, k_0, c_{1a}, c_{1b}, k_1, x_0, \alpha_a, \alpha_b, \gamma, \mu, A, n, \eta)$ . En Sapiński (2002); Sapiński y Filuś (2003) se determinan utilizando un algoritmo de optimización en MATLAB<sup>®</sup>, minimizando el error entre datos experimentales y este modelo.

#### 2.4.4 Modelo polinomial

Propuesto por Choi *et al.* (2001), es un modelo que solo requiere mediciones de la fuerza de amortiguamiento y la posición. El modelo se representa en la figura 2.14, donde la curva de histéresis de fuerza de amortiguamiento vs velocidad se divide en dos regiones de aceleración: positiva y negativa.

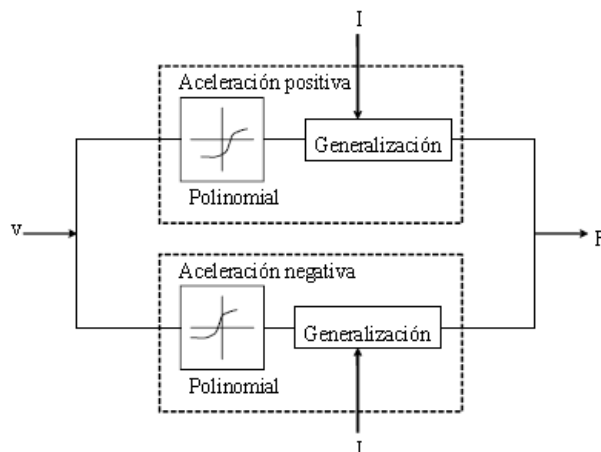


Figura 2.14: Modelo polinomial propuesto por Choi *et al.* (2001).

Ambas secciones se aproximan con un polinomio de grado  $n$  en función de la velocidad; el modelo se rige por la siguiente ecuación

$$f_{MR} = \sum_{i=0}^n a_i v^i \quad (2.29)$$

donde  $v^i$ ,  $i = 0, \dots, n$ , son potencias de la velocidad y  $a_i$ ,  $i = 0, \dots, n$ , son los coeficientes obtenidos por regresión polinomial de grado  $n$ . El grado polinomial se define a prueba y error hasta alcanzar una buena aproximación a la curva experimental.

De acuerdo a Choi *et al.* (2001), los coeficientes  $a_i$  pueden guardar una relación lineal con la corriente de control  $I$ , de la forma



$$a_i = b_i + c_i I, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (2.30)$$

Sustituyendo la ecuación 2.30 en la ecuación 2.29, se obtiene la fuerza de amortiguamiento  $f_{MR}$  en función de la velocidad del pistón  $v$  y la corriente de entrada  $I$  para aceleraciones positivas y negativas:

$$f_{MR} = \sum_{i=0}^n (b_i + c_i I) v^i. \quad (2.31)$$

La ventaja principal de este modelo es que considera el fenómeno de histéresis de una forma más simple, produciendo incluso resultados similares al modelo de Spencer; siendo un modelo muy útil para propósitos de control.

## 2.5 Algoritmos de control semi-activo

En el presente proyecto de tesis se considerarán cuatro algoritmos de control semiactivo reportados en la literatura: Skyhook, Groundhook, control modal PAF y control híbrido Skyhook-Groundhook. El objetivo de utilizarlos es comparar su efectividad sobre el rendimiento de una suspensión mecatrónica. A continuación se describe brevemente cada uno de ellos.

### 2.5.1 Control Skyhook

Esta técnica, propuesta por [Karnopp \*et al.\* \(1974\)](#), es una de las leyes de control semiactivo más utilizadas en el control estructural. Retomando el modelo de la suspensión simplificada de la figura 2.2, idealmente la lógica Skyhook considera un amortiguador anclado a un punto en el *cielo* como se muestra en la figura 2.15.

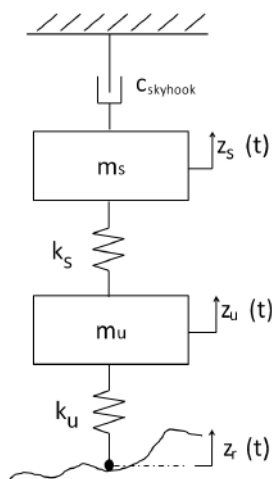


Figura 2.15: Control Skyhook ideal.

El objetivo de los autores, fue solucionar el problema de la sintonización de la constante de amortiguamiento del sistema,  $c_s$  de la figura 2.2, la cual está asociada con la relación de amortiguamiento (mejor conocida en la literatura como  $\zeta$ ). Si  $c_s$  es mayor ( $\zeta$  es mayor), la respuesta de la masa suspendida mejora en la primera frecuencia de resonancia, pero se amplifica en frecuencias mayores (afectando la amplitud en la resonancia de la masa no suspendida); en contraste, si  $c_s$  es menor ( $\zeta$  es menor), la respuesta en frecuencias mayores se atenúa, pero se obtiene una amplificación significativa en la primera resonancia. La estrategia de control Skyhook permite atenuar la respuesta en la primera resonancia sin empeorar la amplitud en la segunda.

Debido a que no es posible un punto fijo en el cielo, el comportamiento deseado se puede seguir mediante actuadores semi-activos, los cuales deberán obedecer la siguiente condición

$$F_{SH} = \left\{ \begin{array}{ll} c_{skyhook} \dot{z}_{def} & \text{si } \dot{z}_s \dot{z}_{def} \geq 0 \\ 0 & \text{si } \dot{z}_s \dot{z}_{def} < 0 \end{array} \right\} \quad (2.32)$$

donde  $\dot{z}_{def} = \dot{z}_s - \dot{z}_u$  es la velocidad relativa de la suspensión y  $\dot{z}_s$  es la velocidad absoluta del chasis (masa suspendida) (Do *et al.*, 2010; Hohenbichler *et al.*, 2006; Jansen y Dyke, 2000; Ortíz-Espinoza *et al.*, 2014; Poussot-Vassal *et al.*, 2006).

## 2.5.2 Control Groundhook

Esta técnica se enfoca en reducir la fuerza dinámica de la rueda, su objetivo primordial es proveer maniobrabilidad y manejabilidad mediante una mejora del contacto del neumático al camino (Guglielmino *et al.*, 2008; Jansen y Dyke, 2000; Koo *et al.*, 2004; Savaresi *et al.*, 2010). Análogamente a la lógica Skyhook, un amortiguador ficticio es colocado entre la masa no suspendida y un punto en la tierra, de ahí su nombre (figura 2.16).

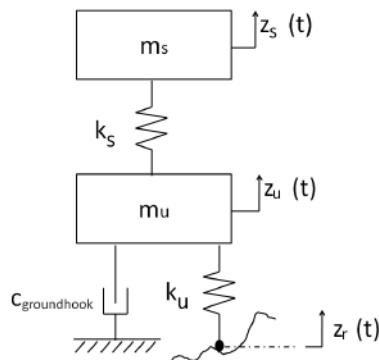


Figura 2.16: Control Groundhook ideal.

La fuerza necesaria se puede seguir mediante actuadores semi-activos, los cuales deberán obedecer la siguiente condición

$$F_{GH} = \begin{cases} c_{groundhook} z_{defl} \dot{z}_u & \text{si } -z_{defl} \dot{z}_u \geq 0 \\ 0 & \text{si } -z_{defl} \dot{z}_u < 0 \end{cases} \quad (2.33)$$

donde  $z_{defl} \dot{z}_u = \dot{z}_u - \dot{z}_r$  es la velocidad relativa de la llanta y  $\dot{z}_u$  es la velocidad absoluta de la llanta (masa no suspendida).

### 2.5.3 Control híbrido Skyhook-Groundhook (SH-GH)

Como una alternativa moderna de control estructural semiactivo, el control híbrido Skyhook-Groundhook (SH-GH) combina las ventajas de dos de las leyes de control clásicas más importantes en el estado del arte. Esta lógica permite al sistema funcionar como un sistema orientado al confort o al *road-holding*, o como una combinación de ambos controles. La relación de control está dada por la siguiente expresión

$$F_{hyb} = \alpha F_{SH} + (1 - \alpha) F_{GH} \quad (2.34)$$

donde  $F_{SH}$  es la fuerza de amortiguamiento Skyhook (ecuación 2.32),  $F_{GH}$  es la fuerza de amortiguamiento Groundhook (ecuación 2.33) y  $\alpha \in (0, 1)$  es un factor de ponderación entre *confort* y *road-holding* (Guglielmino *et al.*, 2008; Mulla *et al.*, 2014; Ortiz-Espinoza *et al.*, 2014).

### 2.5.4 Control modal de retroalimentación positiva de la aceleración (PAF)

El control PAF (Positive Acceleration Feedback) es una estrategia reconocida en la literatura como un método de control modal para la atenuación de vibraciones mecánicas, el cual es derivado de su similar PPF (Positive Position Feedback) propuesto por Goh-Caughey (mencionado en Cabrera-Amado y Silva-Navarro (2012)).

Esta lógica de control, agrega un grado de libertad al sistema primario que se considera como un absorbedor virtual pasivo o como un filtro de segundo orden. La popularidad de los esquemas PPF y PAF, se debe a que la sintonización de los parámetros del controlador puede realizarse solo mediante el uso de datos experimentales. La terminología del control PAF, viene del hecho de retroalimentar positivamente la aceleración de la salida del sistema a controlar al filtro virtual, además de que la coordenada de aceleración del compensador es retroalimentada positivamente al sistema (Cabrera-Amado y Silva-Navarro, 2009; Enríquez-Zárate *et al.*, 2016).

El modelo para un sistema de múltiples grados de libertad controlado en lazo cerrado está dado por las siguientes ecuaciones

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = B_f u \quad (2.35)$$

$$\ddot{\eta} + 2\zeta_f \omega_f \dot{\eta} + \omega_f^2 \eta = g B_f^T \ddot{q} \quad (2.36)$$

$$u = g\ddot{\eta} \quad (2.37)$$

Los parámetros del control están definidos por una ganancia  $g$  y las constantes del filtro  $\varsigma_f$  y  $\omega_f$ . Frecuentemente, estas constantes se sintonizan de acuerdo al modo de vibración que se desea atenuar, por lo tanto,  $\omega_f$  puede fijarse en alguna frecuencia modal  $\omega_i$ . La coordenada de aceleración del absorbedor virtual es retroalimentada positivamente al sistema físico con la señal de control  $u$ .

Para este enfoque de control las matrices de rigidez  $K$  y amortiguamiento  $C$  son ambas simétricas y definidas positivas, por lo tanto, las matrices en lazo cerrado  $\hat{K}$  y  $\hat{C}$  también cumplen esta condición. El sistema en lazo cerrado se expresa como

$$\begin{bmatrix} M & -gB_f \\ -gB_f^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 2\varsigma_f\omega_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & \omega_f^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.38)$$

Entonces, debido a que la matriz  $M$  es simétrica y definida positiva, para garantizar la estabilidad asintótica en lazo cerrado del sistema, es suficiente seleccionar una ganancia  $g$  tal que la matriz en lazo cerrado  $\hat{M}$  sea también definida positiva. Esto se cumple si  $g$  es sintonizada tal que la matriz  $M - g^2 B_f B_f^T$  sea definida positiva. En consenso, el control PAF repercute solamente a la matriz de masa en lazo cerrado ([Cabrera-Amado y Silva-Navarro, 2009](#)).

### 2.5.5 El problema del “Chattering”

Es un fenómeno que puede presentarse en sistemas donde existen conmutaciones rápidas del controlador (como en el control por modos deslizantes), excitando algunas características dinámicas de sensores o actuadores no modeladas en el lazo de control, debido a que estos son significativamente más rápidos que la dinámica principal.

Además, este fenómeno es propio de sistemas híbridos, debido a la compleja interacción entre dinámicas discretas y continuas (transiciones discretas entre funciones del tiempo continuo) ([Aljarbouh et al., 2016](#)).

El “Chattering” aparece en estado estacionario como una oscilación alrededor del punto de equilibrio deseado y puede producir grandes pérdidas de calor en los circuitos eléctricos de potencia. Afortunadamente, la prevención del “Chattering” usualmente no requiere un modelo detallado de todos los componentes del sistema ([Schmidt et al., 2013](#)).

#### El “Chattering” en el control semi-activo

Las no linealidades de los amortiguadores semi-activos generan un comportamiento discontinuo de la fuerza que ocasiona un ruido audible (*Chattering*). Este fenómeno ocurre cerca del punto de conmutación entre una configuración del coeficiente de amortiguamiento y otra. La constante de tiempo que toma el proceso de conmutación repercute en el *Chattering*. Una constante menor incrementa el *Chattering*, mientras que una mayor disminuye el fenómeno pero repercute negativamente en el rendimiento de la suspensión semi-activa. Algunas estrategias usadas para reducir este fenómeno son ([Guglielmino et al., 2008](#)):

- ✓ Filtro pasa-bajas de señales de retroalimentación
- ✓ Introducción de una “Capa límite” alrededor de los puntos de conmutación
- ✓ Introducción de un controlador difuso
- ✓ Uso de la función  $\tanh(x)$  para suavizar la conmutación.

Como se puede ver, la cuarta opción es la más simple de todas; sin embargo, se ha demostrado que la tercera es la más óptima pues no repercute en el rango de frecuencias (bandwidth) de la suspensión.



## Capítulo 3

# Prototipo de un cuarto de automóvil con suspensión semi-activa

El objetivo de este capítulo es presentar el desarrollo de un prototipo experimental de una suspensión semi-activa, acoplada a un sistema mecánico de un cuarto de automóvil. Este desarrollo, tiene la finalidad de identificar los *parámetros mecánicos* de un modelo matemático que describa el comportamiento de un cuarto de vehículo, bajo perturbaciones desconocidas del camino. Estos parámetros comprenden principalmente los valores de: la masa suspendida ( $m_s$ ), la masa no suspendida ( $m_u$ ), la constante de rigidez de la suspensión ( $k_s$ ) y la rigidez radial estática del neumático ( $k_u$ ), del modelo simplificado de un cuarto de automóvil (sección 2.1.1); los cuales serán utilizados para el desarrollo de control semi-activo en capítulos posteriores. Cabe mencionar que el prototipo experimental de una suspensión semi-activa, es pertinente en la implementación de leyes de control semi-activo como trabajos futuros a este proyecto de tesis. Algunos ejemplos de prototipos experimentales se muestran en la figuras 1.6-1.8. Para el desarrollo del prototipo experimental se utiliza el método que se describe en la figura 3.1.

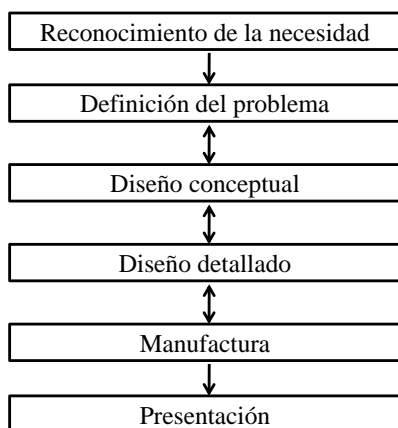


Figura 3.1: Procedimiento del desarrollo del prototipo experimental del sistema de un cuarto de automóvil con suspensión semi-activa.

El procedimiento está basado en dos métodos de diseño, uno de ingeniería mecánica y otro de ingeniería concurrente expuestos en [Budynas y Nisbett \(2012\)](#); [Pahl y Beitz \(2013\)](#). A continuación se describe cada una de las fases del desarrollo del prototipo experimental.

## 3.1 Despliegue de la matriz de la calidad

Para definir las especificaciones técnicas de diseño, en las dos primeras fases de desarrollo, se utiliza la herramienta QD (Despliegue de la Matriz de la Calidad) del QFD (Despliegue de la Función de Calidad por sus siglas en inglés). El QFD es un método de diseño de productos y servicios, el cual hace énfasis en los requerimientos del usuario (los Qué), pues considera que un buen resultado de diseño está basado en una correcta especificación inicial del sistema (los Cómo), evitando problemas en las fases posteriores. El método QFD utiliza la herramienta QD para delimitar los alcances de diseño de acuerdo a las prioridades del usuario ([Yacuzzi y Martín, 2003](#)). El proceso de construcción de la matriz QD se explica en las siguientes subsecciones.

### 3.1.1 Reconocimiento de la necesidad

Como se ha mencionado anteriormente, el diseño de suspensiones mecatrónicas automotrices, está directamente relacionado con el diseño de algoritmos de control activo y semi-activo computarizados, los cuales son la clave principal en el rendimiento de la suspensión para mejorar el *comfort* y el contacto del neumático con el camino (*road-holding*), lo que se traduce en la necesidad de garantizar la seguridad del pasajero.

El diseño de leyes de control semi-activo demanda un modelo paramétrico del sistema de suspensión semi-activa, así como su evaluación en tiempo real, para determinar su rendimiento frente a perturbaciones del camino desconocidas. Aquí surge la necesidad de construir un prototipo de suspensión electrónica, que permita desglosar un modelo matemático para el desarrollo de control semi-activo en simulaciones numéricas o incluso a nivel experimental.

#### Matriz de los requerimientos del usuario (los Qué)

Una encuesta aplicada a una muestra del alumnado de la carrera de ingeniería en mecatrónica de la Universidad Tecnológica de la Mixteca (UTM), determinó la pertinencia de construir una *plataforma experimental de un cuarto de automóvil con suspensión semi-activa*. Dicha plataforma debería satisfacer los requerimientos del usuario que se exponen en la tabla 3.1 (se observa que el primer requerimiento hace referencia inmediata al modelo de una suspensión semi-activa presentado en la figura 2.4).

La prioridad de cada requerimiento de acuerdo a la encuesta, se evalúa como 10 muy importante, 8 importante y 5 deseable. Los requerimientos de mayor ponderación (A, D, F, H, J) determinan las prioridades del usuario y en base a estas se evalúa el prototipo resultante.



Tabla 3.1: Requerimientos del usuario (matriz de los *Qué* en la herramienta del QD).

Etiqueta	Requerimiento	Prioridad	
		Absoluta	Relativa
A	Simular un cuarto de automóvil simplificado.	10	9%
B	La suspensión debe ser semi-activa utilizando un amortiguador magneto-reológico (MR).	8	7%
C	Debe medir la dinámica de las masas suspendida y no suspendida.	8	7%
D	Debe permitir la implementación a futuro de diferentes algoritmos de control semi-activo.	10	9%
E	Debe permitir al usuario diseñar algoritmos de control semi-activo de forma gráfica	8	7%
F	Debe contar con un sistema que genere una excitación dinámica a la suspensión.	10	9%
G	Debe permitir al usuario ajustar el valor de la masa suspendida.	8	7%
H	Robusto a las vibraciones mecánicas.	10	9%
I	Mínimo mantenimiento.	5	4%
J	Debe ser instalado en un laboratorio de la UTM.	10	9%
K	Manufactura dentro de la UTM.	5	4%
L	Largo ciclo de vida.	8	7%
M	Transportable	8	7%
N	Bajo costo	8	7%
Total		116	100%

### 3.1.2 Definición del problema

En la segunda fase de desarrollo se define la magnitud del problema, es decir, se proponen los requisitos de ingeniería derivados sólo de los requerimientos más importantes del usuario. También, se proponen los parámetros funcionales deseados de la plataforma. Esto se realiza con el objetivo de delimitar los alcances del proyecto; ventaja que otorga el uso de la matriz de la calidad (QD) (Yacuzzi y Martín, 2003).

#### Matriz de los requerimientos de ingeniería (los *Qué* de ingeniería)

Partiendo de las necesidades generales del usuario sobre el equipo experimental, estos ahora se traducen en requisitos de ingeniería. En la tabla 3.2 se exponen los requisitos técnicos derivados sólo de los requerimientos más importantes del usuario (con prioridad relativa mayor al 5%), con sus nuevas prioridades relativas, donde los requisitos *B1* y *B2* son derivados del requerimiento *B* de la tabla 3.1; esta misma notación se utiliza para el resto de los requisitos.

Tabla 3.2: Requisitos técnicos (matriz de los *Qué* de ingeniería en la herramienta del QD)

Etiqueta	Requisito	Escala de medición	Prioridad	
A1	Diseño basado en el modelo de un cuarto de automóvil simplificado (ecuación (2.1))	Grados de libertad máximos ( <i>GDL</i> )	10	6.8%
B1	Utilizar un amortiguador MR	Rango de fuerza de amortiguamiento ( <i>N</i> )	8	5.4%
B2	Suspensión tipo MacPherson	Cumple/No cumple	8	5.4%
C1	Utilizar sensores de aceleración para medir la dinámica de las masas	Rango de medición de la aceleración ( <i>g</i> )	8	5.4%
D1	Utilizar una tarjeta de adquisición de datos para la lectura de las salidas de los sensores de aceleración	Cumple/No cumple	10	6.8%
E1	Comunicación con el software MATLAB/Simulink <sup>®</sup> para el procesamiento de los datos	Cumple/No cumple	8	5.4%
F1	La excitación del sistema se propone con un perfil senoidal de amplitud definida por el usuario	Amplitud de la excitación mínima ( <i>mm</i> )	10	6.8%
F2	La excitación del sistema se propone con un perfil senoidal de frecuencia definida por el usuario	Frecuencia de la excitación mínima ( <i>Hz</i> )	10	6.8%
G1	Masa suspendida ajustable por el usuario	Rango de ajuste de la masa suspendida ( <i>kg</i> )	8	5.4%
H1	La estructura de soporte del equipo no debe tener alguna forma modal en el rango de frecuencias de operación de la suspensión ( $[0, 35] Hz$ de acuerdo con <a href="#">Savaresi et al. (2005)</a> )	Límite inferior de la frecuencia fundamental de la estructura de soporte ( <i>Hz</i> )	10	6.8%
J1	Facilidad de ingreso a un laboratorio por una puerta de 100x200cm	Volumen máximo de la plataforma ( <i>cm * cm * cm</i> )	10	6.8%
L1	Vida útil prolongada	Vida útil mínima ( <i>años</i> )	8	5.4%
M1	El equipo no debe ser demasiado pesado para su transporte	Peso máximo del equipo ensamblado ( <i>kg</i> )	8	5.4%
M2	El equipo debe permitir su ensamble manual	Cumple/No cumple	8	5.4%
N1	Tiempos mínimos de manufactura	Tiempo máximo por proceso de maquinado ( <i>hrs</i> )	8	5.4%
N2	Tolerancias amplias para minimizar costos de manufactura	Tolerancias de manufactura ( <i>in, mm</i> )	8	5.4%
N3	Reutilizar autopartes para minimizar la inversión económica	Cumple/No cumple	8	5.4%
Total			148	100%

### Matriz de los parámetros funcionales de la plataforma (los Cómo)

De acuerdo a los requisitos de ingeniería, se definen los parámetros funcionales de calidad (los Cómo), que son las características técnicas deseadas en la plataforma final, para satisfacer los requerimientos del cliente (los Qué). En la tabla 3.3 se exponen dichos parámetros, donde  $b1$  y  $b2$  responden a la pregunta de cómo satisfacer los requisitos técnicos  $B1$  y  $B2$  respectivamente; esta misma notación se utiliza para el resto de los parámetros.

Tabla 3.3: Parámetros funcionales objetivo de la plataforma (matriz de los *Cómo* en la herramienta del QD).

Etiqueta	Parámetro funcional	Valor objetivo
a1	Grados de libertad máximos del modelo simplificado (ecuación (2.1))	$2\ GDL$
b1	Rango de fuerza de amortiguamiento del actuador MR	$[100, 1000]N$
b2	Suspensión tipo McPherson	<i>Cumplir</i>
c1	Rango de medición de la aceleración de las masas suspendida y no suspendida, así como la aceleración de la perturbación	$[-50, 50]g$
d1	Utilizar una tarjeta de adquisición de datos DS1104 dSpace <sup>®</sup> para la comunicación con MATLAB/Simulink <sup>®</sup>	Cumplir
f1	Amplitud mínima de la excitación del sistema con perfil senoidal	$10mm$
f2	Frecuencia mínima de la excitación del sistema con perfil senoidal	$1Hz$
g1	Rango de ajuste de la masa suspendida	$[90, 120]kg$
h1	Límite inferior de la frecuencia fundamental de la estructura de soporte	$> 30Hz$
j1	Volumen máximo de la plataforma	$90 * 90 * 180cm$
l1	Vida útil mínima	$10\ años$
m1	Peso máximo del equipo ensamblado	$400kg$
m2	Ensamblaje manual	Cumplir
n1	Tiempo máximo por proceso de maquinado	$6hrs$
n2	Tolerancias de maquinado	$\pm 0.005in,$ $\pm 0.125mm$
n3	Reutilización de autopartes	Cumplir

### Matriz de la calidad (QD)

Luego de definir los requerimientos (Qué de ingeniería) y los parámetros funcionales (Cómo), se realiza una matriz de correlación que permita saber que tan influyente es un parámetro sobre un requerimiento. El Apéndice D.3 muestra la matriz QD de la correlación; la simbología utilizada se muestra en la tabla 3.4, donde 9 corresponde a muy correlacionados, 5 correlacionados, 3 poco relacionados, 0 sin correlación. La ponderación total absoluta y relativa de

cada requisito técnico (Cómo), se calcula mediante la suma de todas las multiplicaciones de la prioridad de cada requerimiento (Qué) por el grado de correlación.

Tabla 3.4: Simbología utilizada en la matriz de la calidad.

Grado de correlación	Valor numérico	Símbolo utilizado
Muy correlacionados	9	○
Correlacionados	5	△
Poco correlacionados	3	—
Sin correlación	0	Sin símbolo

Finalmente, de acuerdo a los parámetros funcionales con mayor ponderación total relativa (mayor al 6% del Apéndice D.3), se definen las principales características de ingeniería deseadas en la plataforma final. A partir de estos resultados de la matriz QD, se desarrolla la propuesta de diseño (concepto) en la siguiente fase de desarrollo.

## 3.2 Diseño conceptual

Como se puede observar en la matriz de la calidad (QD), el parámetro de mayor ponderación  $a1$ , define el concepto principal de diseño. Por lo tanto, éste debe seguir el modelo simplificado de un cuarto de automóvil como se expone en la figura 2.4, es decir, debe constar de los siguientes elementos principales:

- ✓ **Masa suspendida** (dada principalmente por la sumatoria de las masas del chasis, suspensión, tornillos, etc.).
- ✓ **Masa no suspendida** (dada principalmente por la sumatoria de las masas de la llanta, brazos de dirección, tornillos, mangueta, etc.).
- ✓ **Rigidez de la suspensión** (dada principalmente por la rigidez del resorte).
- ✓ **Rigidez del neumático.**

Por otro lado, se puede cumplir con los parámetros:  $b1$ ,  $b2$ ,  $c1$ ,  $d1$ ,  $m2$ ,  $n3$  de la matriz QD, con las siguientes características del concepto:

- ✓ Para cumplir con  $b1$ ,  $b2$  y  $n3$ , se reutiliza un suspensión tipo MacPherson de un automóvil de turismo (especialmente para transporte de personas), procurando que el resorte se encuentre en buen estado e intercambiando el amortiguador dañado por un amortiguador magneto-reológico nuevo.
- ✓ Para cumplir con los parámetros  $c1$  y  $d1$ , se utiliza un acelerómetro para la medición de vibración en cada masa, para este fin los más empleados son los acelerómetros piezoeléctricos (comúnmente llamados IEPE=Integrated Electronics Piezo Electric en [Stein \(2001\)](#)); además, se utiliza una tarjeta DS1104dSpace<sup>®</sup> para el procesamiento

de las señales de los acelerómetros, esta tarjeta permite una comunicación en tiempo real con MATLAB/Simlunk<sup>®</sup>, para permitir al usuario implementar leyes de control semi-activo en trabajos futuros a este proyecto de tesis.

- ✓ Para cumplir con el parámetro  $m2$ , es pertinente diseñar un concepto modular, es decir, que cuente con subsistemas (submódulos) que permitan su operación manual de forma independiente. Algunas ventajas del diseño modular son: la posibilidad de implementar cada submódulo por separado, la facilidad de mantenimiento y el ensamblaje por submódulos, y la posibilidad de mejorar continuamente cada uno de los subsistemas.

Con las características anteriores se define el concepto principal de la figura 3.2, donde se proponen cuatro subsistemas del diseño modular, los cuales están directamente relacionados con *los parámetros funcionales con mayor ponderación de calidad* resultantes de la matriz QD:

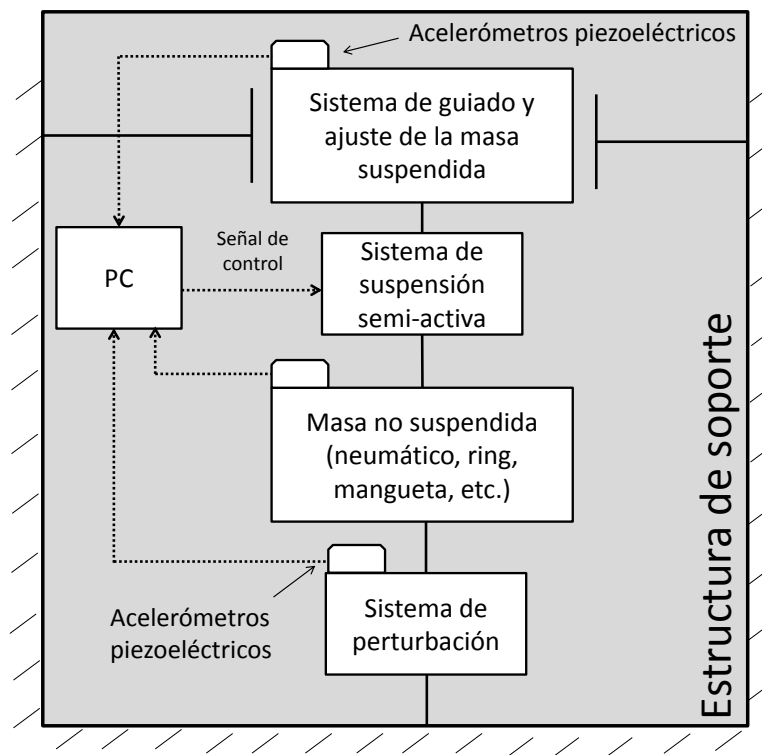


Figura 3.2: Concepto de diseño.

- ✓ **Sistema de suspensión semi-activa.** Permitirá al usuario implementar control utilizando un actuador MR. El objetivo de diseño de este sistema es cumplir con el parámetro funcional  $b2$ .
- ✓ **Sistema de guiado y ajuste de la masa suspendida.** Guiará el movimiento de la masa suspendida de forma vertical. El objetivo de diseño del sistema de guiado es cumplir con el parámetro funcional  $a1$ . Además, permitirá al usuario el ajuste de la masa

suspendida de forma manual. El objetivo de diseño del sistema de ajuste es cumplir con el parámetro funcional  $g1$ .

- ✓ **Sistema de perturbación.** Permitirá al usuario simular la perturbación del camino al sistema de un cuarto de automóvil. El objetivo de diseño de este sistema es cumplir con los parámetros  $f1$  y  $f2$ .
- ✓ **Estructura de soporte.** Servirá de soporte principal de todo el sistema. El objetivo de diseño de este sistema es cumplir con el parámetro funcional  $h1$ .

### 3.3 Diseño preliminar y detallado

Como se mencionó en los parámetros funcionales, el sistema de suspensión que se estudia en este trabajo de tesis es de tipo MacPherson. Esta configuración consta de dos elementos primordiales en paralelo: un elemento elástico y un amortiguador; ambos se colocan concéntricamente entre la masa suspendida (chasis) y la no suspendida (llanta). El elemento de elasticidad utilizado es un resorte helicoidal de alambre redondo y el elemento de disipación es el amortiguador MR modelo RD-8040-1 de Lord Corporation. La figura 3.3 muestra un esquema de esta configuración.

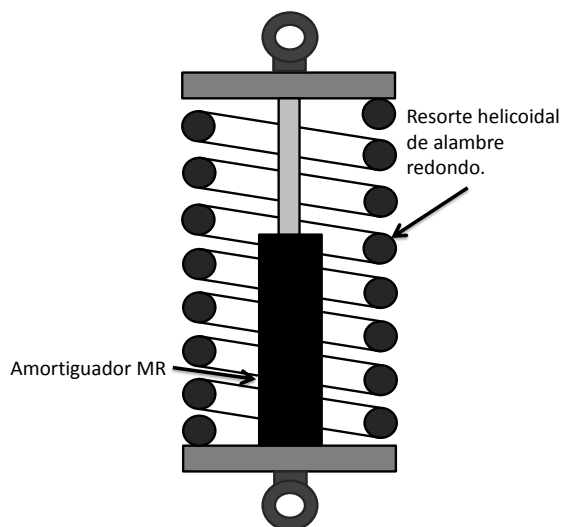


Figura 3.3: Suspensión semi-activa de configuración MacPherson.

#### 3.3.1 Modelo de un cuarto de automóvil con la suspensión semi-activa propuesta

La suspensión semi-activa descrita anteriormente, se acopla al modelo simplificado de un cuarto de automóvil como en la figura 3.4a. El diagrama en cuerpo libre del sistema se presenta en la figura 3.4b.

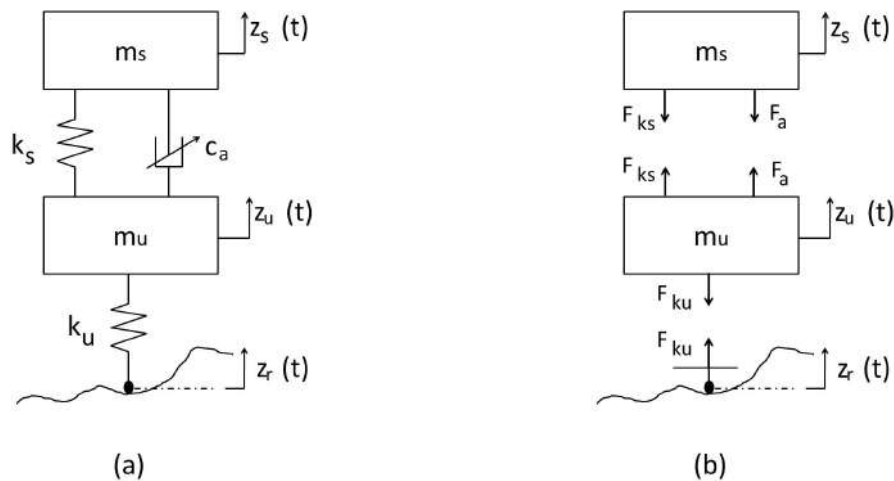


Figura 3.4: Suspensión semi-activa en un cuarto de automóvil: (a) modelo simplificado; (b) diagrama de cuerpo libre.

Como se observa, se trata de un sistema de dos grados de libertad,  $z_s$  y  $z_u$ , sometido a una perturbación  $z_r$  y a una fuerza de control  $F_a$  (fuerza de amortiguamiento del actuador MR), es decir un sistema MIMO (múltiples entradas, múltiples salidas). Sin embargo, como podrá notarse, la fuerza  $F_a$  puede considerarse también como pasiva, lo que convierte al sistema en SIMO (simple entrada, múltiples salidas). Por la aplicación de la segunda ley de Newton, se tienen las siguientes ecuaciones de movimiento

$$m_s \ddot{z}_s + F_{k_s} + F_a = 0 \quad (3.1)$$

$$m_u \ddot{z}_u + F_{k_u} = F_{k_s} + F_a \quad (3.2)$$

donde  $F_{k_s}$  y  $F_{k_u}$  son las fuerzas desarrolladas por la rigidez del resorte y el neumático definidas como

$$F_{k_s} = k_s(z_s - z_u), \quad (3.3)$$

$$F_{k_u} = k_u(z_u - z_r). \quad (3.4)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.3) y (3.4) en (3.1) y (3.2), se tiene el sistema de ecuaciones diferenciales que describen completamente el movimiento vertical del sistema

$$m_s \ddot{z}_s + k_s(z_s - z_u) + F_a = 0 \quad (3.5)$$

$$m_u \ddot{z}_u + k_u(z_u - z_r) - k_s(z_s - z_u) - F_a = 0 \quad (3.6)$$



Figura 3.5: Amortiguador MR modelo RD-8040-1 de LORD Corporation<sup>®</sup>.

aquí nuevamente,  $z_s$  y  $z_u$  son el desplazamiento absoluto de las masas suspendida  $m_s$  y no suspendida  $m_u$  respectivamente.

### 3.3.2 El amortiguador RD-8040-1 de Lord Corporation<sup>®</sup>

El actuador considerado RD-8040-1 de Lord Corporation<sup>®</sup>, es un amortiguador MR industrial diseñado especialmente para controlar vibraciones mecánicas en estructuras (figura 3.5). La tabla 3.5 detalla las características de este actuador. La hoja técnica del fabricante se encuentra en el Apéndice E.1.

Tabla 3.5: Características técnicas del amortiguador RD-8040-1 de LORD Corporation<sup>®</sup>

Descripción	Valor
Carrera	55mm
Longitud en máxima extensión	208 mm
Diámetro del vástago	10 mm
Fuerza máxima de amortiguamiento	> 2447 N con 5cm/s a 1A; < 667 N con 20cm/s a 0A
Tensión de ruptura	8896 N
Temperatura de operación	71°C máx.
Intensidad de corriente de entrada	1A máxima continua por 30s; 2A máxima intermitente
Voltaje de entrada	12 VDC
Resistencia	5 ohms a 25°C; 7 ohms a 71°C

De la tabla 3.5 se puede notar que la tensión de ruptura es de 8896N y la carrera máxima es de 55mm, estas características del fabricante se toman de referencia para el prototipado.



Tabla 3.6: Características mecánicas del resorte.

Descripción	Valor
Tipo de resorte	Helicoidal de compresión a escuadra
Diámetro de alambre (d)	10.8mm
Diámetro medio de arrollamiento (D)	111.83mm
Número total de espiras ( $N_T$ )	7
Longitud libre ( $L_o$ )	33.2cm
Material	Acero al Cromo-Vanadio (ASTM A232)
Módulo de elasticidad del material (E) (Budynas y Nisbett, 2012)	203.4GPa
Módulo de elasticidad al corte del material (G) (Budynas y Nisbett, 2012)	77.7GPa

### 3.3.3 Resorte del sistema de suspensión

Las características del resorte helicoidal reutilizado en este prototipado, se describen en la tabla 3.6. La elasticidad de una suspensión MacPherson se debe en mayor parte al resorte helicoidal. La elasticidad por otros elementos se considera nula al suponerse completamente rígidos. Es importante mencionar que, en la práctica, el amortiguador también presenta un grado de elasticidad, el cual se considera en una caracterización experimental del amortiguador en el siguiente capítulo.

#### Cálculo teórico de la rigidez del resorte

La rigidez teórica de la suspensión puede calcularse a partir del teorema de Castigliano (Budynas y Nisbett, 2012), que se refiere a que, el desplazamiento correspondiente y colineal a cualquier fuerza sobre un sistema sistema elástico, es igual a la derivada parcial de la energía de deformación total con respecto a esa fuerza; que en forma matemática se puede expresar como

$$\delta_i = \frac{\partial U}{\partial F_i} \quad (3.7)$$

donde  $\delta_i$  es el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza  $F_i$  en la misma dirección que ésta.

La energía total de deformación  $U$  de un resorte helicoidal está conformada por una componente de torsión y una por cortante directo, (figura 3.6) y se expresa como

$$U = U_T + U_F = \frac{4F^2 D^3 N_a}{d^4 G} + \frac{2F^2 D N_a}{d^2 G}, \quad (3.8)$$

donde  $D$  es el diámetro medio de arrollamiento,  $d$  diámetro del alambre,  $N_a$  número de espiras activas y  $G$  es el módulo de elasticidad al corte del material del resorte. Luego, sustituyendo la ecuación (3.8) en (3.7) y definiendo el índice del resorte como  $C = D/d$ , se tiene la deflexión total como

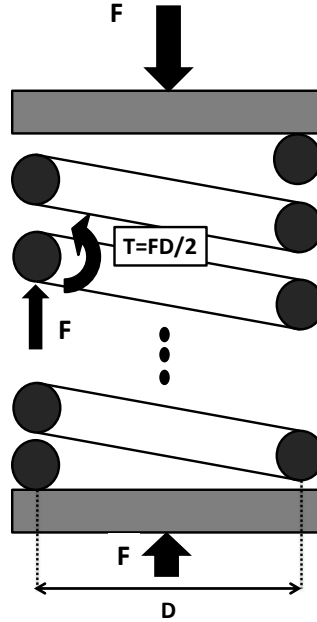


Figura 3.6: Resorte helicoidal bajo carga axial, donde se muestran los esfuerzos por cortante directo y cortante por torsión (esquema basado de [Budynas y Nisbett \(2012\)](#)).

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{8FD^3N_a}{d^4G} + \frac{4FDN_a}{d^2G} = \frac{8FD^3N_a}{d^4G} \left\{ 1 + \frac{1}{2C^2} \right\} \cong \frac{8FD^3N_a}{d^4G}. \quad (3.9)$$

La constante de rigidez teórica del resorte en cuestión está dada por  $k_s = F/\delta$ , entonces

$$k_s = \frac{Gd^4}{8D^3N_a} \quad (3.10)$$

donde el  $N_a$ , para resortes helicoidales de compresión a escuadra, se calcula como  $N_T - 2$ .

Sustituyendo los datos de la tabla 3.6 en la ecuación (3.10), se obtiene finalmente una rigidez teórica del resorte helicoidal de  $k_s = 18.775 \text{ kN/m}$ . La programación en comandos de MATLAB<sup>®</sup> de los cálculos se adjunta en el Apéndice C.3.

### 3.3.4 Neumático

#### Constante de rigidez radial estática del neumático

El modelo lineal, de desplazamiento vertical de un neumático automotriz descrito en [Savaresi et al. \(2010\)](#), consta de un componente elástico y otro de amortiguamiento. El primero puede ser comparado como un resorte lineal que obedece la ley de Hooke, la constante de este resorte es mejor conocida como **rigidez radial estática**. Por otro lado, en la práctica, la rigidez de un neumático es más grande que su amortiguamiento. Esto se ha demostrado en múltiples pruebas experimentales llevadas a cabo en [Chalco-Criollo y Sinchi-Viñanzaca \(2016\)](#) con diferentes neumáticos, sometidos a diferentes cargas estáticas. En este trabajo

se considera un neumático con denominación 175/70 R13, con una presión de 180kPa. La aproximación de la constante de rigidez del neumático, se obtiene por el promedio de las divisiones de la carga aplicada al neumático y la deflexión, resultantes del trabajo de [Chalco-Criollo y Sinchi-Viñanzaca \(2016\)](#), ver la tabla del Apéndice D.1. Entonces, la rigidez del neumático considerada en este trabajo es  $\mathbf{k}_u=148.2886\mathbf{kN/m}$ .

### 3.3.5 Consideraciones de diseño de la plataforma

La construcción del sistema de suspensión considera las siguientes características:

- ✓ Precarga del resorte. Se obtiene por la deformación inicial del resorte en el ensamble de la suspensión. La deformación inicial es  $x_o = 0.018m$ , equivalente a una precarga teórica  $F_{c_o} = k_s x_o = (18.775 \times 10^3 N/m)(0.018m) = 337.948N$ , o bien una precarga de masa  $P_o = (337.948N)/(9.81m/s^2) = 34.449kg$ .
- ✓ Esfuerzo por tensión en el vástago del amortiguador. En la suspensión MacPherson ensamblada de la figura 3.6, se muestra que la deformación por la precarga del resorte, desarrollará una tensión ejercida sobre el amortiguador cuando la suspensión se encuentre sin carga de trabajo (masa suspendida igual a cero). Esta fuerza de tensión generará un esfuerzo de tensión máxima del amortiguador en el eje del vástago, debido a que posee el área mínima transversal.

De acuerdo con [Budynas y Nisbett \(2012\)](#), el esfuerzo de tensión en el vástago estaría dado por la ecuación (3.11).

$$\sigma_o = \frac{P_o}{A} \quad (3.11)$$

Donde  $A = \frac{\pi d_v^2}{4}$ , es el área transversal del vástago del amortiguador.

También de la tabla 3.5 se sabe que el diámetro del vástago es  $d_v = 0.01m$ , entonces su área transversal es  $A = \frac{\pi 0.01^2}{4} = 0.078539 \times 10^{-3} m^2$ .

Luego, sustituyendo el valor del área transversal y la tensión de precarga en la ecuación (3.11), se obtiene  $\sigma_o = 4.303MPa$ .

- ✓ Esfuerzo de fluencia y ruptura del vástago. El esfuerzo de fluencia,  $\sigma_y$  (esfuerzo último antes de que exista una deformación plástica del vástago), se puede aproximar con el 50% del valor del esfuerzo de ruptura,  $\sigma_{mx}$  (esfuerzo último antes de que exista una ruptura del eje del vástago).

El esfuerzo de ruptura está dado por la tensión de ruptura del amortiguador (de la tabla 3.5,  $T_s = 8896N$ ) y el área transversal del vástago de la siguiente forma

$$\sigma_{mx} = \frac{T_s}{A} \quad (3.12)$$

De esta forma  $\sigma_{mx} = 113.267MPa$  y el esfuerzo de fluencia es  $\sigma_y = 0.5\sigma_{mx} = 56.634MPa$ .

- ✓ Factor de seguridad que protege contra la deformación plástica del vástago por tensión estática. Este factor está dado como

$$n = \frac{\sigma_y}{\sigma_o}, \quad n > 2. \quad (3.13)$$

Es decir, al cumplirse  $n > 2$ , el esfuerzo de tensión ejercido por la precarga del resorte sobre vástago del amortiguador no provocará su deformación plástica, ni su ruptura. Sustituyendo los valores calculados para  $\sigma_y$  y  $\sigma_o$  se obtiene  $n = 13.16$ . Así, se puede proceder con el ensamble de la suspensión con una deformación inicial del resorte de  $x_o = 0.018m$ .

- ✓ Carga media de la suspensión. La carga media o masa suspendida media,  $P_m$ , está dada por el parámetro funcional del rango de la masa suspendida ( $g1$  de la tabla 3.3). De esta manera,  $P_m = 90 + ((120 - 90)/2) = 105kg$ . Por simplicidad se define la masa suspendida media como  $m_s = 100kg$ .
- ✓ Deflexión de la suspensión a carga media. La deflexión teórica,  $x_m$  debida a la masa suspendida media y la precarga se calcula con la constante de rigidez teórica del resorte, por lo tanto  $x_m = \frac{P_m}{k_s} + x_o \rightarrow x_m = 0.07m$ . Este resultado es una medida aproximada que se ha de corroborar en la fase de implementación.

### 3.3.6 Diseño asistido por computadora (CAD) de la plataforma

La plataforma se diseña a detalle utilizando el software CAD SolidWorks®. La figura 3.7 muestra el CAD del sistema definiendo los cuatro subsistemas del diseño conceptual de la figura 3.2. El dibujo técnico en explosión se reporta en el dibujo número 01 del Apéndice F.

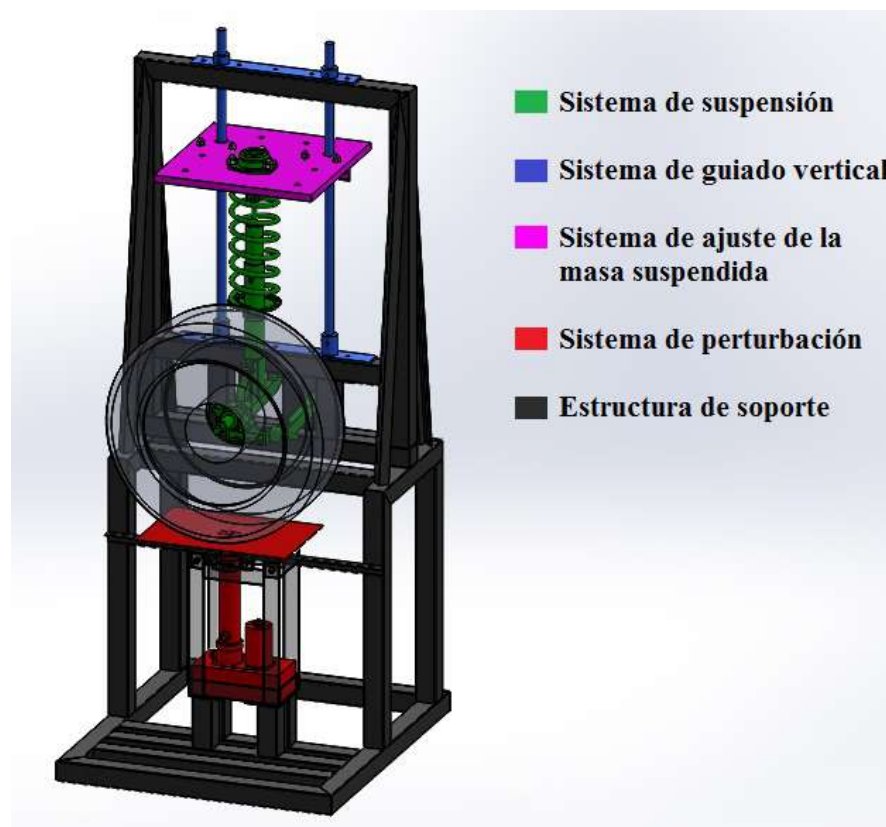


Figura 3.7: Diseño CAD de la plataforma experimental: subsistemas del concepto.

A continuación, se describe el diseño detallado de cada uno de los subsistemas, referenciando la ubicación de los dibujos técnicos correspondientes sólo de los elementos a manufacturar.

#### Sistema de suspensión

La figura 3.8 describe los elementos principales de la suspensión. Este subsistema está constituido, además del amortiguador MR (Apéndice E.1) y el resorte helicoidal (tabla 3.6), por los siguientes elementos:

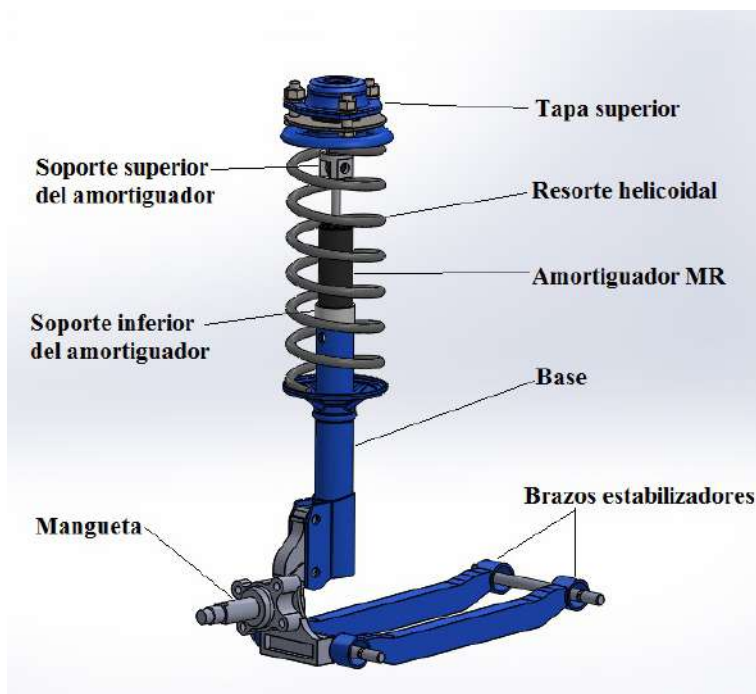


Figura 3.8: Diseño CAD del sistema de suspensión semi-activa.

- ✓ *Tapa superior de la suspensión.* Su función es mantener al resorte en compresión con una precarga o deflexión inicial.
- ✓ *Base inferior de la suspensión.* Está en contacto con el extremo inferior del resorte y lo mantiene en compresión con una precarga o deflexión inicial.
- ✓ *Soporte inferior del amortiguador.* Este elemento está diseñado para unir el extremo inferior del amortiguador con la base de la suspensión (dibujo número 02 del Apéndice F).
- ✓ *Soporte superior del amortiguador.* Este elemento está diseñado para funcionar como una extensión del amortiguador MR, y para unir el extremo superior del pistón con la tapa de la suspensión. Además, asegura la precarga del resorte mediante el uso de una tuerca de seguridad (dibujo número 03 del Apéndice F).

### Sistema de guiado y ajuste de la masa suspendida

La figura 3.9 describe los elementos principales del subsistema. Este subsistema está constituido por dos secciones acopladas:

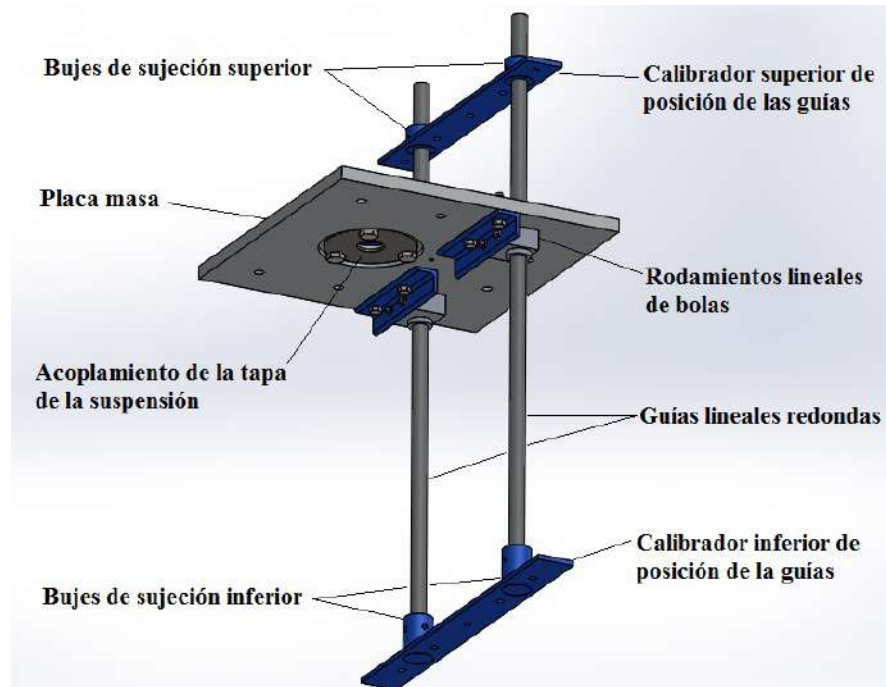


Figura 3.9: Diseño CAD del sistema de guiado vertical y ajuste de la masa suspendida.

- ✓ *Sistema de ajuste de la masa suspendida.* Comprende principalmente de una placa de acero de  $40 \times 40 \text{ cm}$  con  $\frac{3}{4} \text{ in}$  de espesor y  $29 \text{ kg}$  de masa (dibujo número 04 del Apéndice F), para colocar bloques de plomo de  $4.5 \times 6.7 \times 1 \text{ in}$  de aproximadamente  $6 \text{ kg}$  cada uno, con la finalidad de ajustar el valor de la masa suspendida en un rango de  $[90, 120] \text{ kg}$ .

La placa es diseñada en SolidWorks® para acoplarse a la tapa superior de la suspensión, procurando que el centro de masa resultante se encuentre sobre el eje de acción de la suspensión, figura 3.9.

- ✓ *Sistema de guiado de la masa suspendida.* Está constituido por dos guías redondas de acero templado y dos rodamientos lineales de bolas (dibujo número 05 del Apéndice F).

Las guías redondas se colocan de forma vertical y paralelas entre sí; se diseñan 2 bujes de acero para sujetar los extremos superiores de las guías y otros 2 para sujetar los extremos inferiores. La calibración de la orientación de las guías, se prevee utilizando dos prisioneros en cada buje perpendiculares al eje de la guía y con un ángulo de separación de  $120^\circ$  (dibujo número 06 del Apéndice F).

Los rodamientos se fijan en la parte inferior de la placa de ajuste de masa y son colineales a las guías. Se utilizan dos tramos de perfil estructural angular de  $1 \times 1 \times 0.125 \text{ in}$  y se adaptan para acoplar los rodamientos a la placa como lo muestra la figura 3.9.

### Sistema de perturbación

La figura 3.10 describe los elementos principales del subsistema.

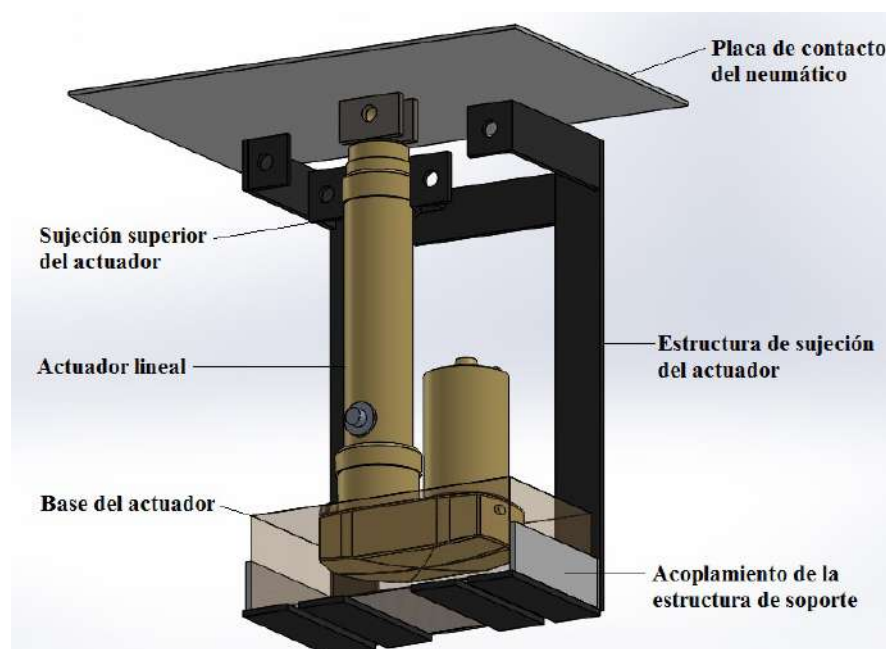


Figura 3.10: Diseño CAD del sistema de perturbación.

- ✓ *Actuador lineal.* Compuesto por un motor de corriente directa y tornillo de bolas. Su función principal es desarrollar una fuerza vertical al sistema para simular las irregularidades del camino (Apéndice D.2).
- ✓ *Base del actuador lineal.* Es una pieza de madera diseñada en SolidWorks<sup>®</sup> para sujetar el extremo inferior convexo del actuador lineal (dibujo número 08 del Apéndice F).
- ✓ *Cinturón de sujeción superior del actuador.* Es una pieza diseñada en acero para sujetar el tubo del actuador.
- ✓ *Plataforma de contacto del neumático.* Es una placa de 15x10x0.125in diseñada en acero para ejercer la fuerza vertical de contacto al neumático desarrollada por el actuador lineal (dibujo número 09 del Apéndice F).

### Estructura de soporte

Es una estructura metálica soldada por arco eléctrico, que funciona como sistema de soporte de todos los subsistemas anteriores, acoplándolos entre sí para formar un sólo sistema (dibujo número 10 del Apéndice F). El dimensionamiento está delimitado por el parámetro funcional  $j1$ , que define el volumen máximo de la plataforma ensamblada (90x90x180cm). El objetivo es permitir el acceso de la estructura de soporte en una puerta de laboratorio de 100x200cm, la figura 3.11.

Se utiliza miembros estructurales de PTR con 2mm de espesor y 5 perfiles angulares de tamaño  $1\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{4} \times \frac{3}{16}$  in. Se utilizan electrodos con número AWS (especificación de la American Welding Society) E6013, de  $1\frac{1}{8}$  y  $\frac{3}{32}$  con resistencia a la fluencia de 50kpsi (Budynas y Nisbett, 2012).



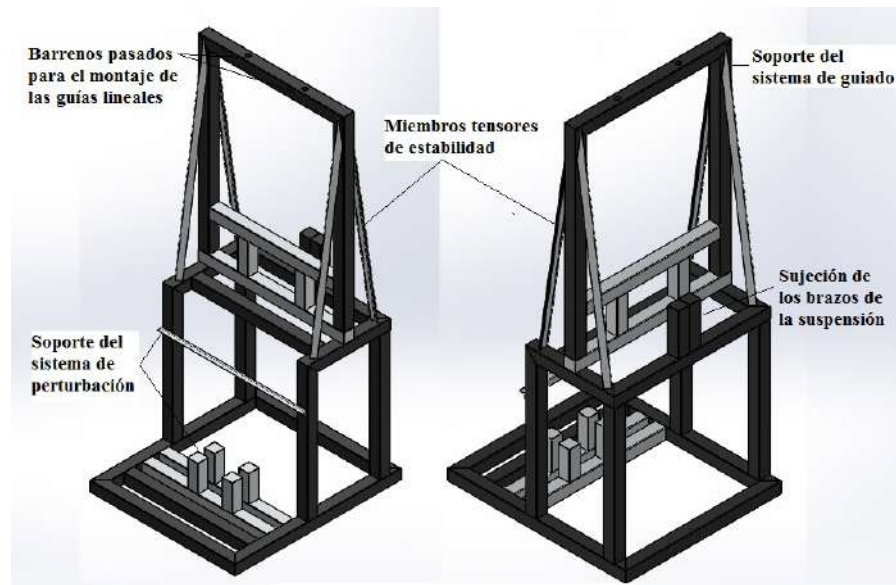


Figura 3.11: Diseño CAD de la estructura metálica de soporte.

✓ *Estudio de la frecuencia fundamental de la estructura en Soliworks Simulation®*

Para cumplir con el parámetro funcional  $h1$ , que corresponde al límite inferior de la frecuencia fundamental de la estructura, se realiza un análisis modal de la estructura metálica en SolidWorks Simulation®, para aproximar los 5 primeros modos de vibración y verificarlos con el límite inferior deseado.

La tabla 3.7 expone las propiedades del estudio. La figura 3.12 muestra las juntas de las 33 vigas detectadas por el software, además se aprecian las 12 juntas de la base con sujeción de tipo inamovible (sin traslación). Los detalles de malla se muestran en la tabla 3.8.

Tabla 3.7: Propiedades del estudio de análisis modal de la estructura de soporte en Solidworks/Simulation®.

Descripción	Valor
Número de frecuencias	5
Material	Acero estructural (ASTM A36)
Límite elástico	$2.5 \times 10^8 \frac{N}{m^2}$
Módulo elástico	$2 \times 10^{11} \frac{N}{m^2}$
Densidad	$7859 \frac{kg}{m^3}$

Tabla 3.8: Detalles de mallado en el análisis modal de la estructura de soporte en Solidworks/Simulation<sup>®</sup>.

Descripción	Valor
Tipo de malla	Malla mixta
Mallador utilizado	Malla estándar
Número total de nodos	430
Número total de elementos	418

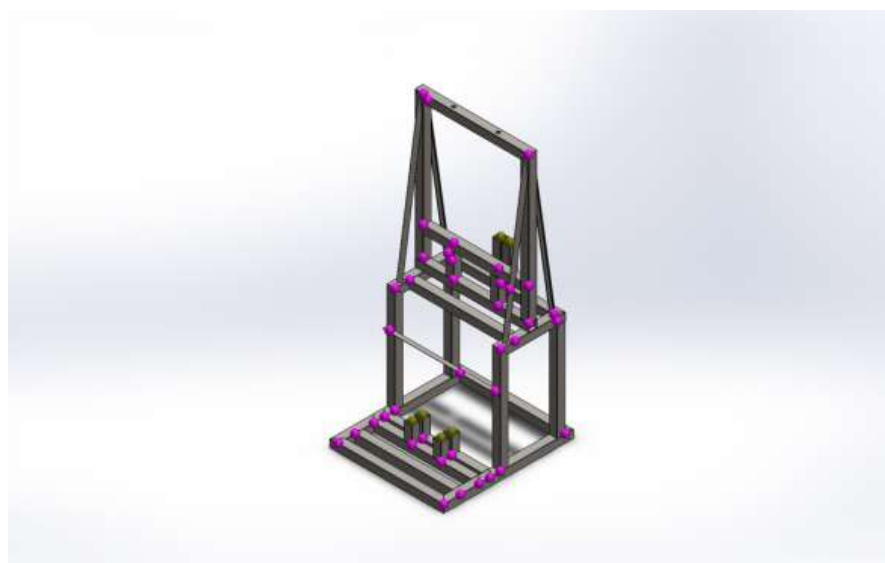


Figura 3.12: Mallado de la estructura de soporte.

### ✓ Resultados del estudio

Los resultados del análisis modal de la estructura soldada en SolidWorks Simulation<sup>®</sup> se exponen en la tabla 3.9 y en las figuras 3.13-3.17.

Tabla 3.9: Formas modales de la estructura.

Forma modal	Frecuencia	Participación de la masa (dirección)		
1	46.165Hz	0.50024 (X)	7.3501e-009 (Y)	1.7091e-008 (Z)
2	63.892Hz	2.2603e-007 (X)	5.538e-005 (Y)	0.50538 (Z)
3	78.399Hz	6.4732e-006 (X)	1.1668e-005 (Y)	0.0013769 (Z)
4	95.595Hz	1.9575e-002 (X)	5.6347e-007 (Y)	1.1709e-004 (Z)
5	99.478Hz	0.041478 (X)	5.9656e-006 (Y)	4.0789e-005 (Z)
Sumatoria		0.5613 (X)	7.3584e-005 (Y)	0.50692 (Z)

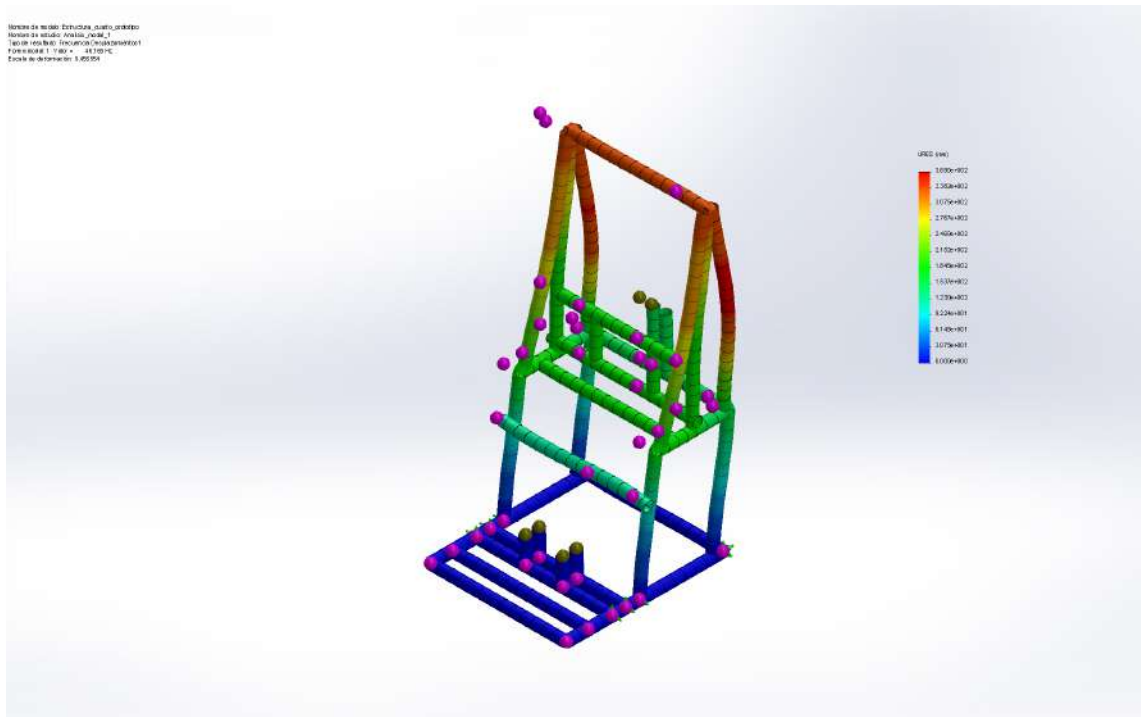


Figura 3.13: Formas modales 1, frecuencia: 46.165Hz.

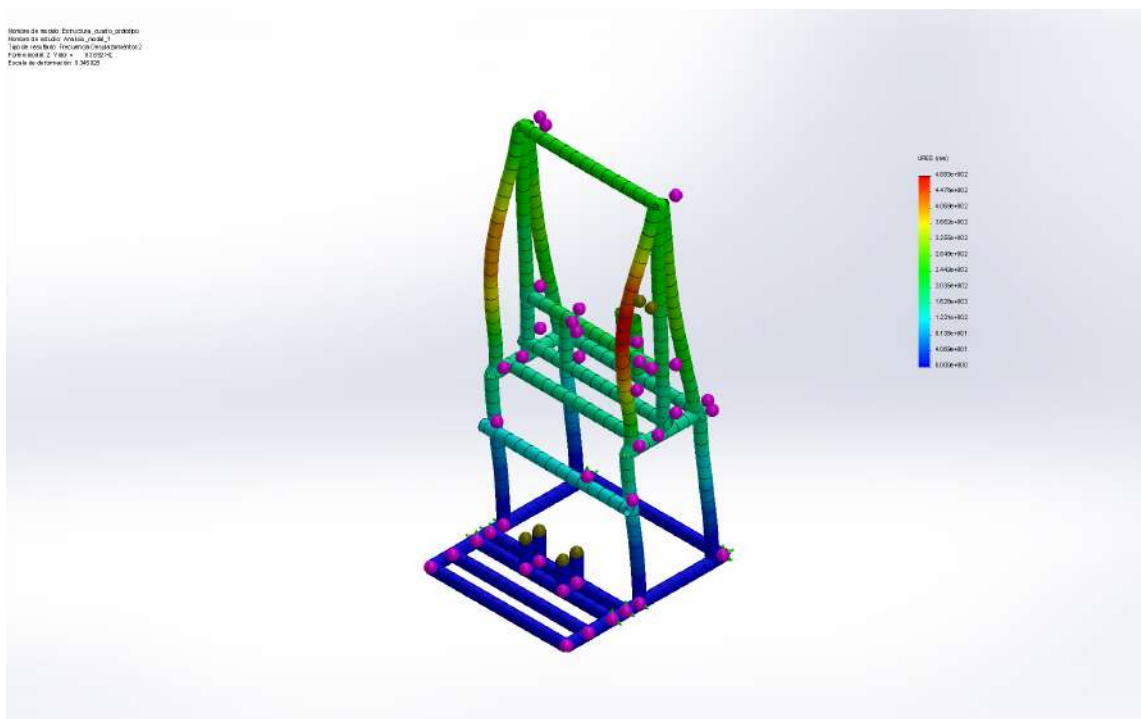


Figura 3.14: Formas modales 2, frecuencia: 63.892Hz.

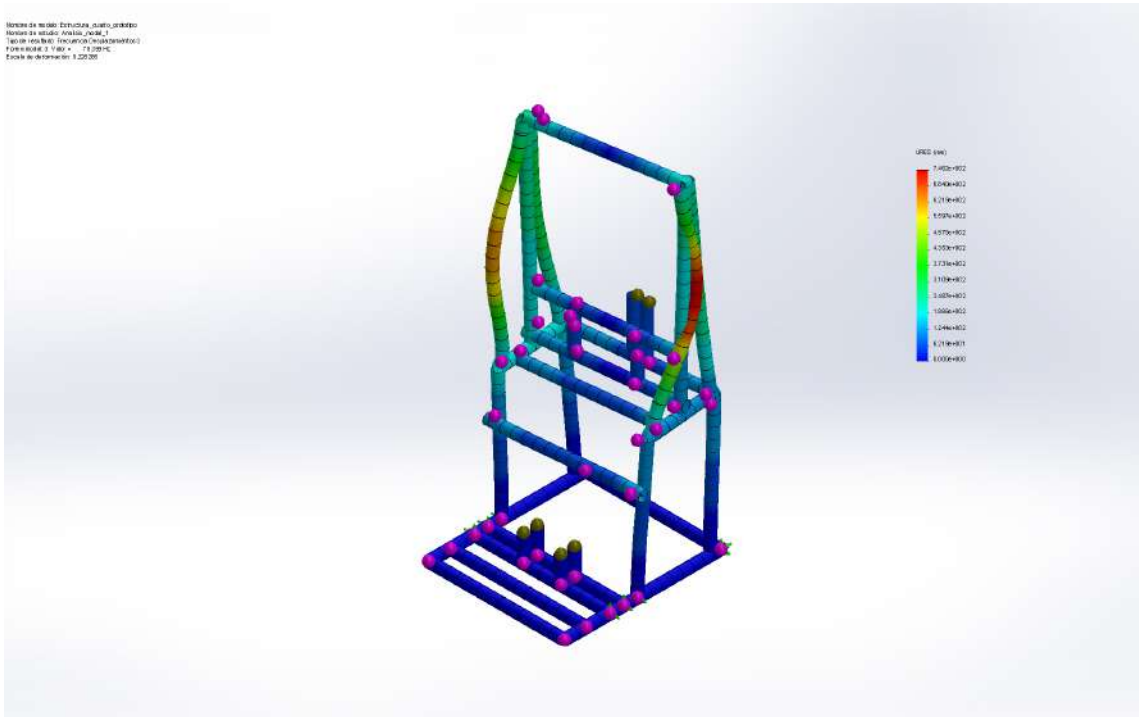


Figura 3.15: Formas modales 3, frecuencia: 78.399Hz.

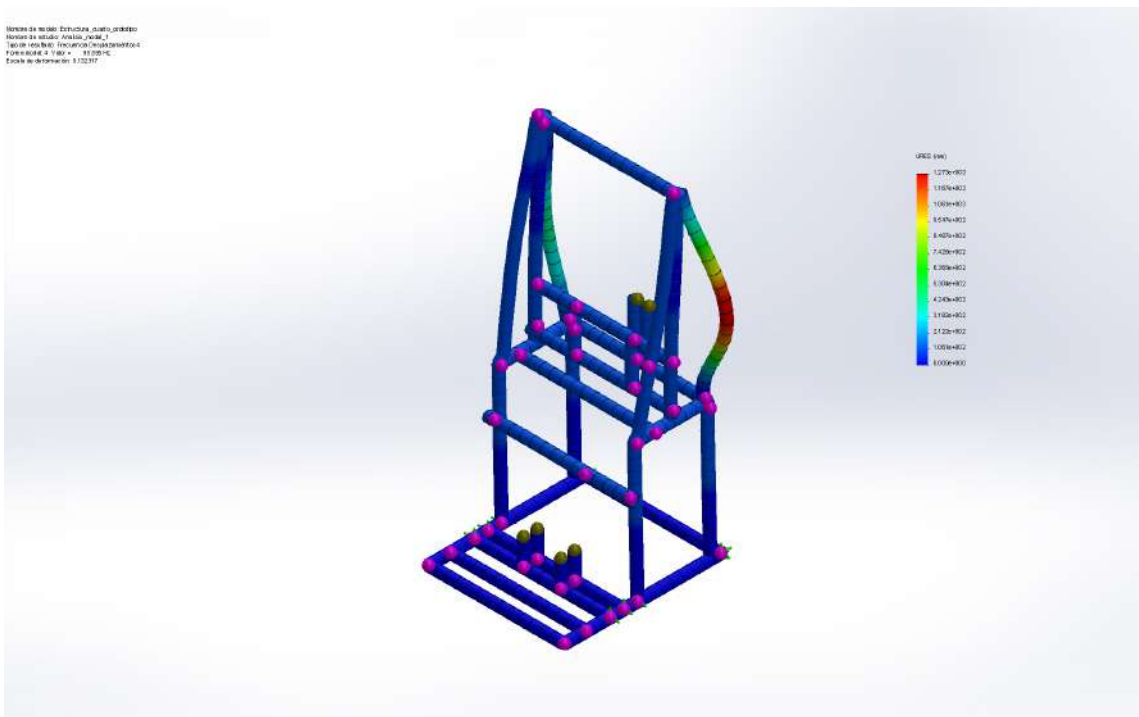


Figura 3.16: Formas modales 4, frecuencia: 95.595Hz.

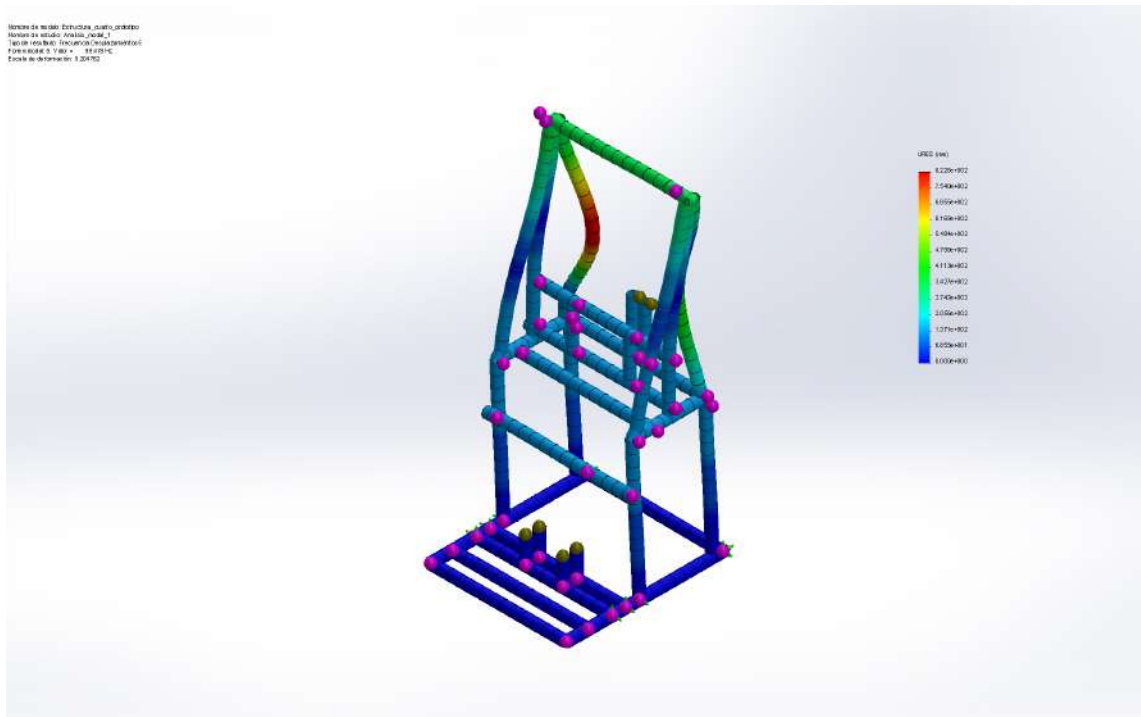


Figura 3.17: Formas modales 5, frecuencia: 99.478Hz.

Los resultados del diseño detallado muestran que el primer modo de vibración de la estructura soldada se encuentra en 46.165Hz. De acuerdo al parámetro funcional  $h1$ , la frecuencia fundamental de la estructura se encuentra sobre el límite inferior deseado ( $>30\text{Hz}$ ), de esta forma, el rango de trabajo de la suspensión no repercute negativamente en el rendimiento de la estructura.

## 3.4 Manufactura de la plataforma

El procedimiento de manufactura se lleva a cabo de acuerdo con los subsistemas del concepto (figura 3.2), dentro del Laboratorio de Manufactura Avanzada en las instalaciones de la Universidad Tecnológica de la Mixteca (UTM).

### 3.4.1 Manufactura de la suspensión semi-activa

La implementación del sistema de suspensión consta del acondicionamiento de una suspensión MacPherson de un automóvil de turismo. Para ello fue necesario la manufactura en torno paralelo de 2 piezas importantes: *soportes superior e inferior del amortiguador*, figura 3.18. Las piezas torneadas son sujetas a los extremos del nuevo amortiguador MR utilizando dos tornillos y dos tuercas de seguridad de  $\frac{1}{8}\text{in}$  con 20 roscas por pulgada de acero grado 8, ver figura 3.19 (izquierda). La suspensión es ensamblada comprimiendo el resorte y mediante una tuerca métrica de seguridad M12X1.75 se sujeta la tapa superior de la suspensión, figura 3.19 (derecha).



Figura 3.18: Manufactura de los soportes inferior (primera, segunda) y superior (tercera, cuarta) del amortiguador: torneado y acabados. El orificio rectangular del soporte inferior tiene la finalidad de limitar la rotación del amortiguador. El soporte superior cuenta con un roscado métrico fino exterior M12x1.75 para el ensamble de la suspensión.



Figura 3.19: Soportes superior e inferior acoplados al amortiguador MR (izquierda). Suspensión semi-activa ensamblada (derecha).

### 3.4.2 Manufactura de la estructura de soporte

La construcción de la estructura metálica se lleva a cabo utilizando el procedimiento de la figura 3.20, la figura 3.21 muestra tres fotografías del proceso de soldadura.

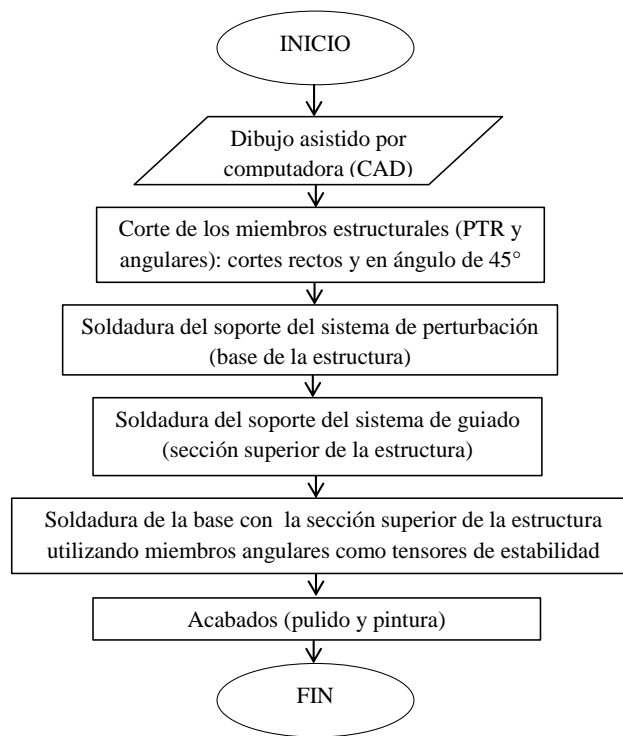


Figura 3.20: Procedimiento de manufactura de la estructura de soporte.



Figura 3.21: Soldadura de la estructura de soporte: base para el sistema de perturbación (izquierda); sección superior (marco) para el sistema de guiado acoplada a la base con miembros angulares como tensores (medio y derecha).

### 3.4.3 Manufactura del sistema de ajuste de la masa suspendida

El sistema de ajuste de la masa suspendida constó principalmente del maquinado de una placa de acero de 40x40cm con  $\frac{1}{4}$ in de espesor, mencionada anteriormente en la sección 3.3.6. La manufactura de la placa fue asistida por una máquina fresadora CNC y otra convencional. El proceso se planifica mediante manufactura asistida por computadora (CAM por sus siglas en inglés) utilizando el software VISI-CAM<sup>®</sup>, figura 3.22. Este programa permite obtener los comandos de control de la fresadora CNC (conocidos como códigos *G*) a partir del CAD de la placa deseada. El procedimiento se resume en el diagrama de la figura 3.23, las figuras 3.24-3.26 exponen algunas fotografías del maquinado.

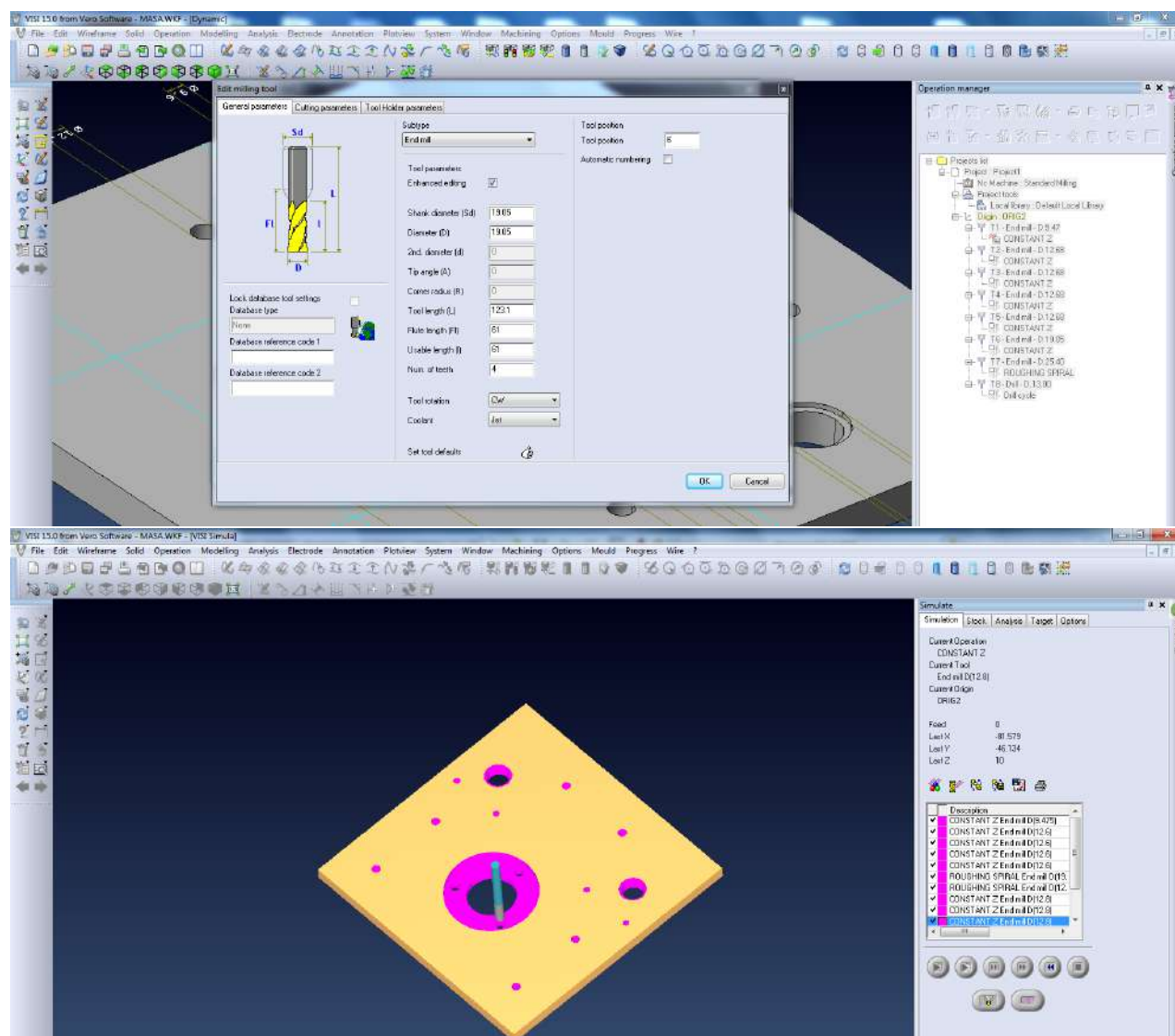


Figura 3.22: Manufactura asistida de la placa masa por el software VISI-CAM<sup>®</sup>: descripción del tipo de herramientas (superior) y simulación del maquinado CNC (inferior).



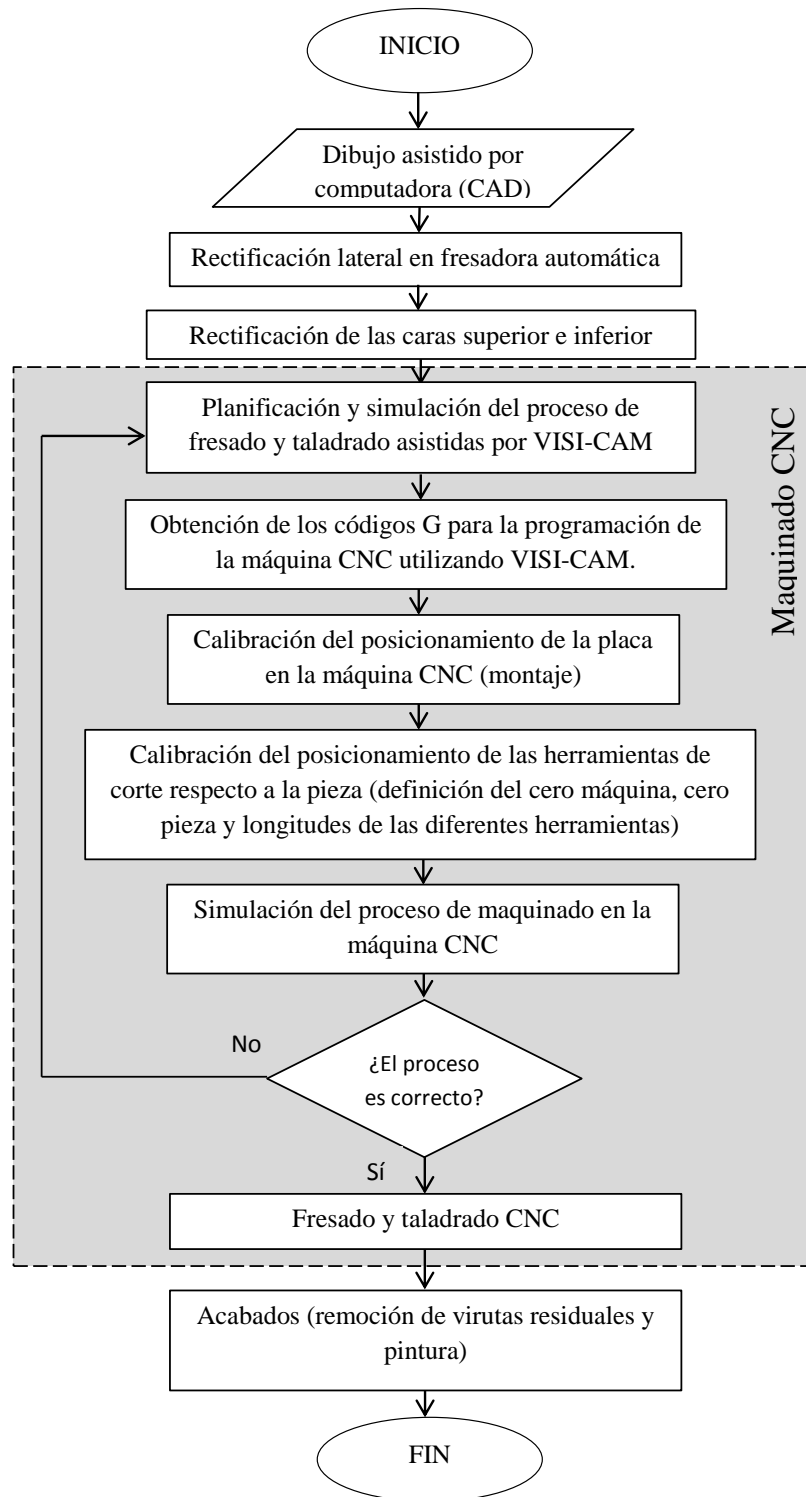


Figura 3.23: Procedimiento del maquinado CNC de la placa de acero (40x40cm de  $\frac{1}{4}$  de grosor) del subsistema de ajuste de la masa suspendida.



Figura 3.24: Rectificación lateral (izquierda) y de las caras superior e inferior (derecha) de la placa masa acero A36 40x40cm de  $\frac{1}{4}$  in de grosor.



Figura 3.25: Calibración del posicionamiento de la placa (izquierda) y simulación del proceso de maquinado CNC (derecha).

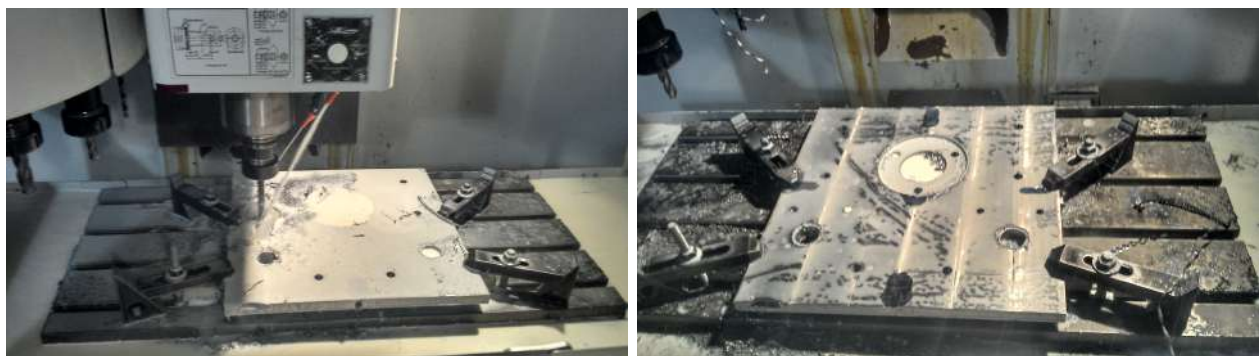


Figura 3.26: Proceso de maquinado CNC (izquierda) y pieza resultante (derecha).

### 3.4.4 Manufactura del sistema de guiado

Como se ha mencionado en la sección 3.3.6, el movimiento de la placa masa es limitado verticalmente a un solo grado de libertad utilizando dos guías redondas de acero templado.



Figura 3.28: Acoplamiento del sistema de guiado a la estructura de soporte: desbaste interior de los bujes para la sujeción de las guías (izquierda) y montaje del sistema de guiado (derecha).

Para el montaje vertical de las guías en la estructura de soporte, se requirió el torneado de 2 bujes de acero de 28 mm de longitud y otros 2 de 50mm, todos de 1.5in de diámetro exterior, así como el fresado CNC de dos bases de solera de acero A36 de 2in de ancho y 3/8in de grosor (dibujo número 07 del Apéndice F) para sujetar los bujes como lo muestra la figura 3.27. La figura 3.28 (izquierda) muestra el desbaste interior de los bujes y la figura 3.28 (derecha) el sistema de guiado acoplado a la estructura de soporte utilizando 8 tornillos de acero grado 8 de  $\frac{3}{8}$ in UNF (serie fina). La calibración de la posición paralela de las guías se realiza mediante prisioneros de acero en cada buje, figura 3.29.



Figura 3.27: Sujetadores de las guías lineales: soleras resultantes del maquinado CNC (izquierda) y bujes de calibración del posicionamiento paralelo de las guías (derecha).



Figura 3.29: Calibración del posicionamiento paralelo de las guías mediante 2 prisioneros M8x1.25 de acero grado 8 en cada buje de sujeción: calibradores superior (izquierda) e inferior (derecha).

### 3.4.5 Manufactura del sistema de perturbación

La implementación del sistema de perturbación consta de dos piezas principalmente: *base de madera del actuador lineal* y *plataforma de contacto del neumático*. La base de madera fue manufacturada en una fresadora CNC, de acuerdo a la forma de la base del actuador. Por otro lado, la plataforma de contacto del neumático consta de una placa de acero de  $10 \times 40 \text{ mm}$  con un grosor de  $\frac{3}{16} \text{ in}$ , esta se adapta al extremo superior del actuador utilizando dos perfiles estructurales angulares de  $12 \times 12 \text{ mm}$  con un grosor de  $\frac{1}{4} \text{ in}$ . El acoplamiento del sistema de perturbación a la estructura de soporte se detalla en la figura 3.30. El procedimiento de manufactura de la base de madera se describe en la figura 3.31.

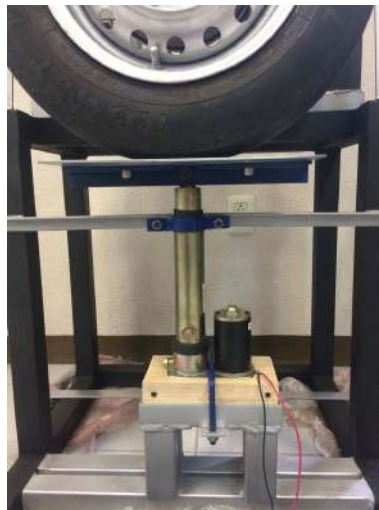


Figura 3.30: Montaje del actuador lineal (sistema de perturbación) en la estructura metálica de soporte: base de madera maquinada en CNC y cinturón de sujeción superior del actuador lineal. La plataforma de contacto del neumático se acopla al pistón del actuador utilizando un tornillo de  $\frac{1}{2} \text{ in}$  UNC (serie gruesa) de acero grado 8.

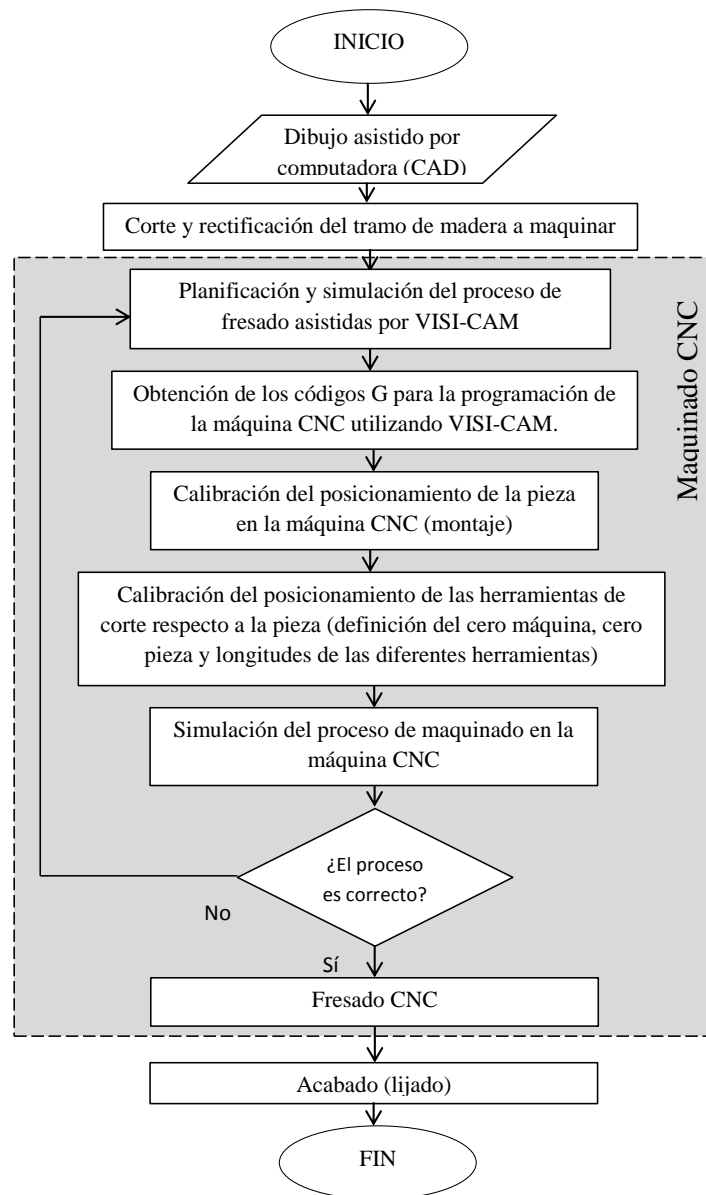


Figura 3.31: Procedimiento del maquinado CNC de la base de madera del actuador lineal.

### 3.4.6 Ensamble de la plataforma experimental

El ensamble final de la plataforma se llevó a cabo dentro del laboratorio de Automatización y Sistemas Mecatrónicos de la UTM, ver figura 3.32.



Figura 3.32: Ensamble de la plataforma final.

### 3.5 Parámetros del modelo simplificado de la plataforma experimental

La meta en particular de este trabajo, de construir una plataforma experimental, es obtener un *modelo matemático simplificado de un cuarto de automóvil*. Los parámetros generales del modelo se obtienen del cálculo teórico de la rigidez del resorte y el neumático (secciones 3.3.3 y 3.3.4 respectivamente), así como del pesaje de los componentes de la plataforma experimental antes del ensamble final para aproximar la masa suspendida y no suspendida, para esto se utilizó una vástula de 0.5kg de resolución y con rango de medición [0,350]kg. Los parámetros resultantes se muestran en la tabla 3.10.

Tabla 3.10: Parámetros para la simulación del sistema de suspensión semi-activa en un cuarto de automóvil.

Parámetro	Descripción	Valor
$m_s$	Masa suspendida (chasis)	100kg
$m_u$	Masa no suspendida (llanta, suspensión)	27.8kg
$k_s$	Constante de rigidez de la suspensión (sección 3.3.3)	18.775kN/m
$k_u$	Constante de rigidez del neumático (sección 3.3.4)	148.2886kN/m

### 3.6 Sumario

En este capítulo se presentó el diseño conceptual, el preliminar, el detallado y la manufactura de una plataforma experimental que emula el comportamiento mecánico de un sistema de suspensión semi-activa de un cuarto de automóvil, la cual utiliza un amortiguador magneto-reológico (MR) como actuador para control semi-activo. En las fases de diseño e implementación se utilizaron diversas herramientas CAD/CAE/CAM y la herramienta QD (Matriz de la Calidad) del QFD (Despliegue de la Función de Calidad). La plataforma resultante utiliza una suspensión tipo McPherson con un amortiguador MR modelo RD-8040-1 de Lord Corporation<sup>®</sup>, para la implementación de leyes de control semi-activo como trabajos futuros a este proyecto de tesis. En las siguientes secciones, se presenta el estudio en vibración del sistema simplificado de un cuarto de automóvil, compuesto por las ecuaciones (3.5) y (3.6); los parámetros que se consideran en todas las simulaciones se resumen en la tabla 3.10.





# Capítulo 4

## Caracterización experimental del amortiguador magneto-reológico

Como se mencionó en la sección 1.1, el actuador de control estructural (CE) es el elemento fundamental en la suspensión mecatrónica. En consecuencia, la caracterización de la fuerza de amortiguamiento es crucial para la implementación de control.

En este proyecto de tesis, se utiliza un amortiguador MR comercial para desarrollar control semiactivo. El modelo no paramétrico, utilizado para aproximar la curva característica de Fuerza-Velocidad, se basa en el modelo polinomial propuesto por [Choi \*et al.\* \(2001\)](#), ver ecuación (2.29). De acuerdo a los autores, es posible obtener dos relaciones importantes: la fuerza en función con la velocidad, la aceleración y la corriente de entrada (modelo directo); así como la corriente en función con la velocidad, la aceleración y la fuerza de amortiguamiento deseada (modelo inverso).

En este capítulo, se expone el desarrollo de un modelo polinomial para el amortiguador MR RD-8040-1 de LORD Corporation<sup>®</sup>. En la primera sección se describen brevemente las características del actuador. En las segunda y tercera secciones, se detalla el proceso de recolección y acondicionamiento de datos de fuerza y desplazamiento mediante pruebas de tensión-compresión, con el objetivo de describir la dinámica del amortiguador. El cálculo de los coeficientes del modelo polinomial se detalla en la cuarta sección. La programación del modelo directo del amortiguador en MATLAB/SIMULINK<sup>®</sup> se detalla en la quinta sección, para validar el modelo propuesto. Finalmente, en la sexta sección se presenta un modelo inverso a partir del modelo directo resultante.

### Metodología experimental

La metodología para caracterizar el amortiguador MR consta de 3 fases principales:

- ✓ Recolección y procesamiento de datos.
- ✓ Cálculo de los coeficientes del modelo polinomial directo.
- ✓ Validación del modelo.

La corriente de la bobina interna del amortiguador (ver nuevamente la figura 2.7), se controla con el convertidor de voltaje a corriente (V-I) LORD Wonder Box<sup>®</sup>, distribuido por el mismo fabricante; la figura 4.1 muestra su configuración.



Figura 4.1: Convertidor V-I LORD Wonder Box<sup>®</sup> de LORD Corporation<sup>®</sup>.

De acuerdo a las instrucciones de operación del fabricante (consulte Apéndice E.2), el convertidor V-I se alimenta con 12VDC en la terminal (A); la salida de corriente de control (B) se conecta a las terminales del amortiguador MR sin importar la polaridad; la señal externa de voltaje de control, (0-5)VDC, se introduce por el puerto coaxial (D) tipo BNC. El potenciómetro (C) permite el control de la corriente de forma manual; es necesario girarlo a tope, en sentido horario, para el control por medio de una señal externa. El pulsador (E) detiene y reanuda el flujo de corriente de salida bajo cualquier modo de operación (el lector puede compararlo con un switch manual). El LED rojo encendido, ubicado en el centro del convertidor, indica el funcionamiento apropiado del dispositivo. La figura 4.2 muestra un ajuste por regresión lineal entre la corriente de salida del convertidor y la entrada de voltaje de control, realizado a partir de datos experimentales.

## 4.1 Adquisición de datos

### 4.1.1 Pruebas en tensión y compresión del amortiguador MR

En el proceso experimental, se obtienen datos de fuerza de amortiguamiento y posición del pistón bajo una excitación periódica conocida, con diferentes valores de corriente eléctrica fijos. Las pruebas de tensión y compresión del amortiguador, se llevan a cabo en una máquina universal de ensayos, modelo AG-IC/100kN de Shimadzu<sup>®</sup>. La corriente de control se mide con un amperímetro conectado en serie con las terminales del amortiguador MR. La figura 4.3 muestra la instalación del amortiguador en la máquina de ensayos.

El amortiguador se somete a una perturbación triangular de 10mm de amplitud, 0.4 Hz de frecuencia y a una velocidad máxima de 1000mm/min, bajo cinco diferentes intensidades de

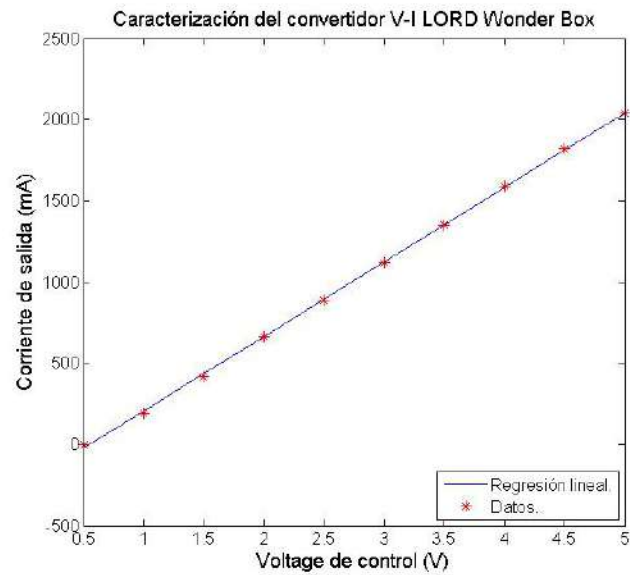


Figura 4.2: Regresión lineal entre la corriente de salida y el voltaje de entrada del convertidor V-I.

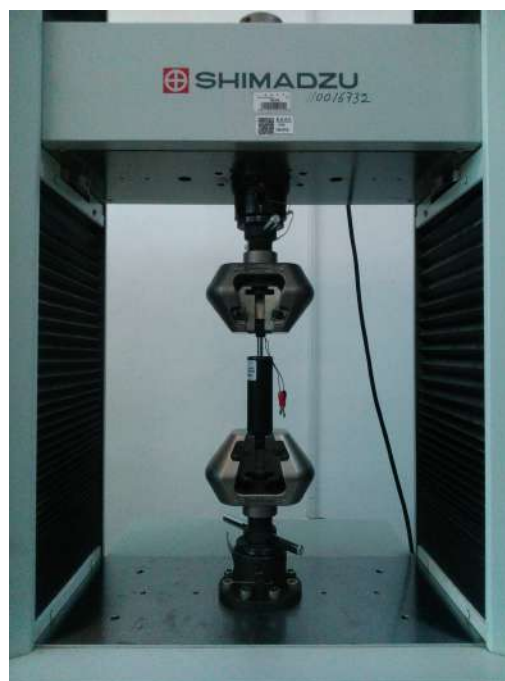


Figura 4.3: Montaje del amortiguador MR en la máquina universal de ensayos modelo AG-IC/100kN de la marca Shimadzu.



Figura 4.4: Recolección de datos de Fuerza-Desplazamiento.

corriente (0A, 0.241A, 0.530A, 0.750A, 1A). La figura 4.4 muestra una fotografía del proceso de medición.

#### 4.1.2 Resultados del experimento

La computadora de la máquina de ensayos entrega un informe completo en una carpeta de archivos por cada prueba; los datos de fuerza, desplazamiento y tiempo se almacenan en un archivo CSV (Valores Separados por Comas). Así mismo, la PC entrega un reporte del ensayo en un archivo PDF y el gráfico resultante en una imagen con extensión PNG. Las curvas obtenidas de Fuerza vs Desplazamiento se muestran en las figuras 4.5-4.9 y los resultados del experimento se exponen en las tablas 4.1-4.5.

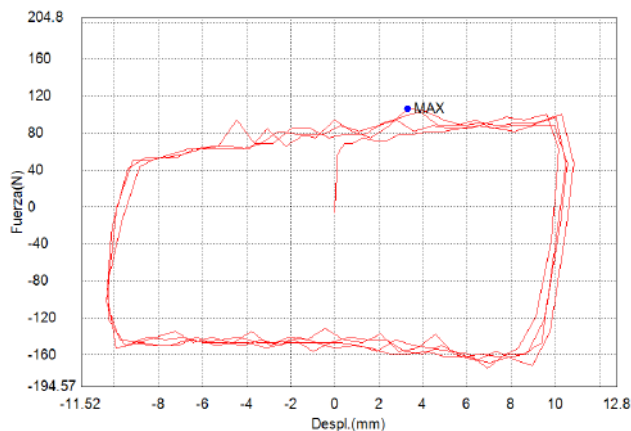


Figura 4.5: Experimento 1: Fuerza vs Desplazamiento con 0A de corriente.

Tabla 4.1: Resultados del experimento 1.

Descripción	Corriente	Velocidad	Máx. Fuerza	Despl. en máx. Fuerza	T.Muestras
Unidad	<i>mA</i>	<i>mm/min</i>	<i>N</i>	<i>mm</i>	-
Valor	0	1000	106.250	3.299	644

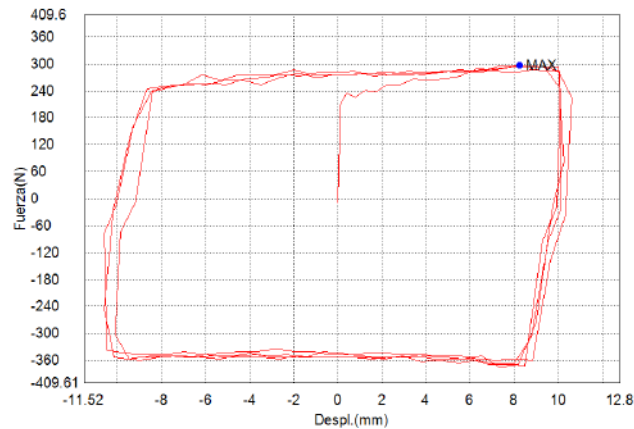


Figura 4.6: Experimento 2: Fuerza vs Desplazamiento con 241mA de corriente.

Tabla 4.2: Resultados del experimento 2.

Descripción	Corriente	Velocidad	Máx. Fuerza	Despl. en máx. Fuerza	T.Muestras
Unidad	<i>mA</i>	<i>mm/min</i>	<i>N</i>	<i>mm</i>	-
Valor	241	1000	296.875	8.266	648

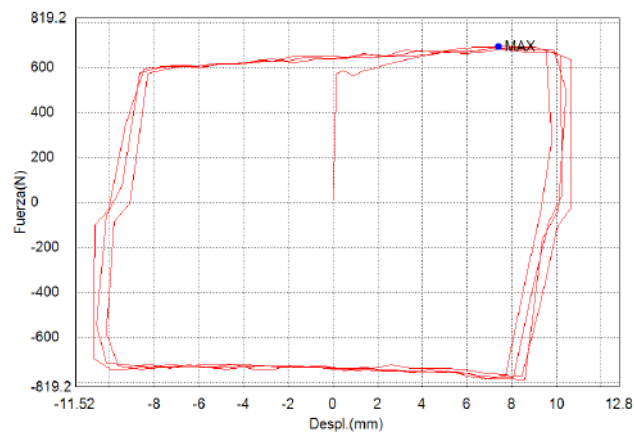


Figura 4.7: Experimento 3: Fuerza vs Desplazamiento con 530mA de corriente.

Tabla 4.3: Resultados del experimento 3.

Descripción	Corriente	Velocidad	Máx. Fuerza	Despl. en máx. Fuerza	T.Muestras
Unidad	<i>mA</i>	<i>mm/min</i>	<i>N</i>	<i>mm</i>	-
Valor	530	1000	690.625	7.383	658

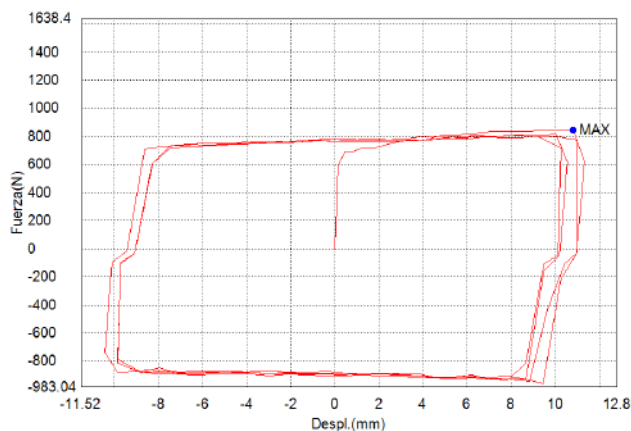


Figura 4.8: Experimento 4: Fuerza vs Desplazamiento con 750mA de corriente.

Tabla 4.4: Resultados del experimento 4.

Descripción	Corriente	Velocidad	Máx. Fuerza	Despl. en máx. Fuerza	T.Muestras
Unidad	<i>mA</i>	<i>mm/min</i>	<i>N</i>	<i>mm</i>	-
Valor	750	1000	846.875	10.801	630

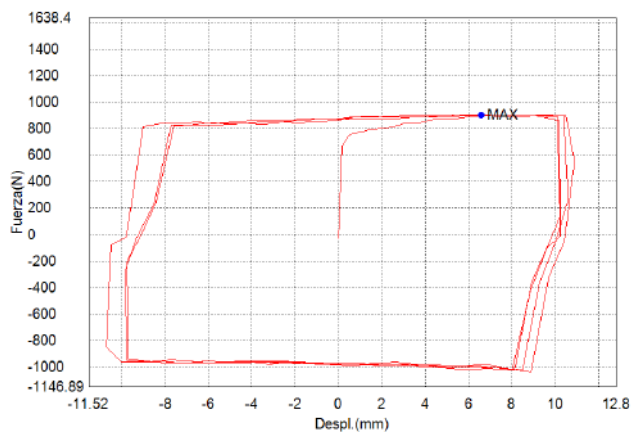


Figura 4.9: Experimento 5: Fuerza vs Desplazamiento con 1A de corriente.

Tabla 4.5: Resultados del experimento 5.

Descripción	Corriente	Velocidad	Máx. Fuerza	Despl. en máx. Fuerza	T.Muestras
Unidad	<i>mA</i>	<i>mm/min</i>	<i>N</i>	<i>mm</i>	-
Valor	1000	1000	903.125	6.565	644

Como se puede observar, todas las curvas presentan un corrimiento negativo del origen (offset) dependiendo de la corriente de entrada, esto se debe a una precarga de gas de nitrógeno a alta presión (300psi), necesaria para la compensación de la temperatura y para evitar la cavitación en el fluido MR.

## 4.2 Procesamiento de datos

Los resultados se extraen de los archivos CSV, anteriormente mencionados, en arreglos dentro de una hoja de cálculos de Excel<sup>®</sup>. Luego se importan a MATLAB<sup>®</sup> como vectores de tiempo, fuerza y desplazamiento de forma independiente; la dimensión de cada vector es igual al total de muestras en cada experimento. Las señales de fuerza en función del tiempo se aproximan utilizando el bloque *FROM FILE* de SIMULINK<sup>®</sup>. Este bloque estima una señal localizada en un arreglo .MAT, donde la primera fila corresponde a las muestras de la señal y la segunda fila a las muestras de tiempo. Las señales de desplazamiento vs tiempo se aproximan con este mismo procedimiento. Los archivos .MAT se guardan en la misma carpeta de trabajo y el tiempo de simulación se fija en 10 segundos.

### 4.2.1 Acondicionamiento de las señales

Para fines prácticos, todas las señales son filtradas por software, es decir, se sintoniza un filtro pasa bajas digital de primer orden mediante una función de transferencia en SIMULINK<sup>®</sup>. El diseño del filtro, considera la frecuencia de las señales para atenuar frecuencias mucho mayores a ésta, la cual coincide con la frecuencia de la perturbación de 0.4 Hz. La frecuencia de corte se propone hasta 4 veces las frecuencia de operación, es decir,  $f_c = 4 * (0.4Hz) = 1.6Hz$ , equivalente a  $\omega_c = 10.053rad/s$ ; la función de transferencia del filtro de primer orden está dada por la ecuación (4.1).

$$F(s) = \frac{1}{\frac{1}{\omega_c}s + 1} = \frac{1}{0.099s + 1} \quad (4.1)$$

El diagrama de Bode del filtro se muestra en la figura 4.10. Como se puede observar, en la frecuencia de operación, la señal se atrasa 13.9 grados respecto a la entrada con una atenuación de 0.257 dB. La frecuencia de corte está ubicada a una atenuación de 3dB.

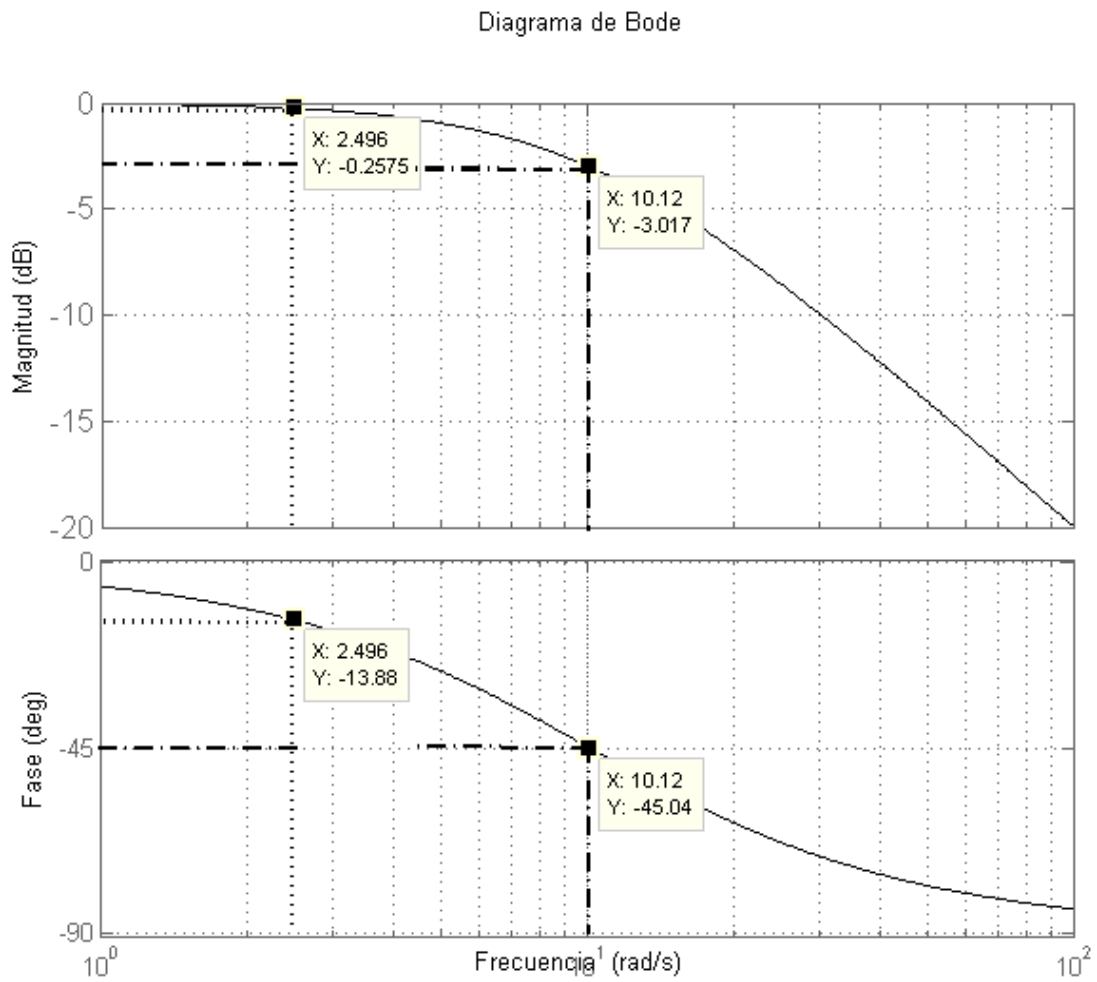


Figura 4.10: Gráficos de Bode para el filtro de primer orden:  $\omega = 2.51\text{rad/s}$ ,  $\omega_{corte} = 10.1\text{rad/s}$ .

La figura 4.11 muestra el filtrado en SIMULINK<sup>®</sup> utilizando el bloque *Transfer Fcn*. Los resultados del filtrado digital se presentan en las figuras 4.12 y 4.13.



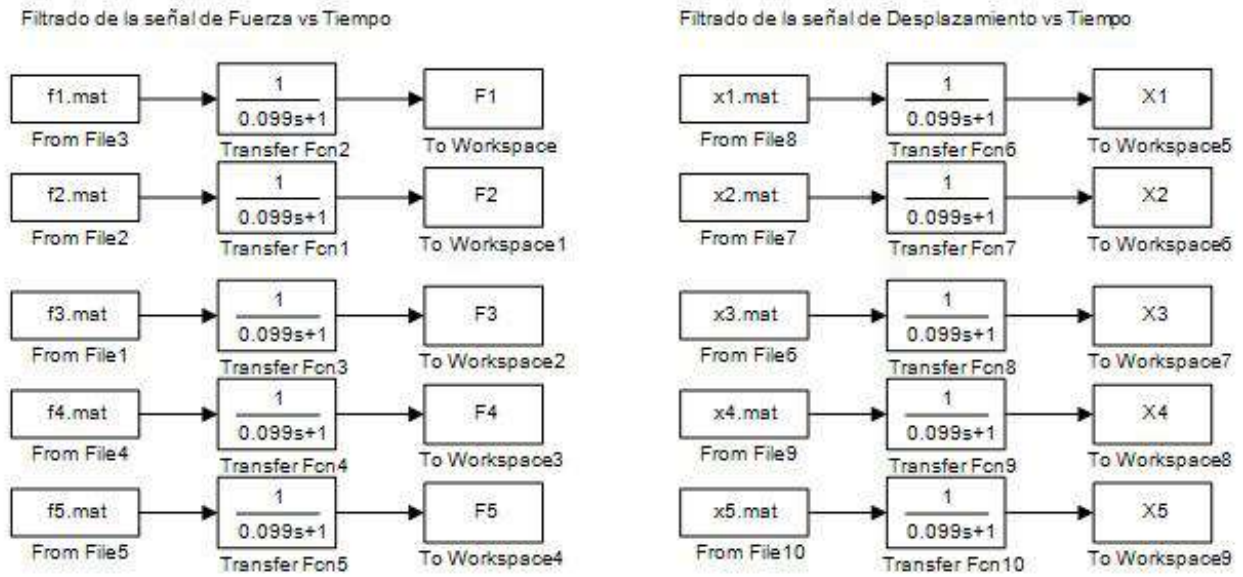


Figura 4.11: Diagrama de bloques del filtrado de primer orden en SIMULINK®.

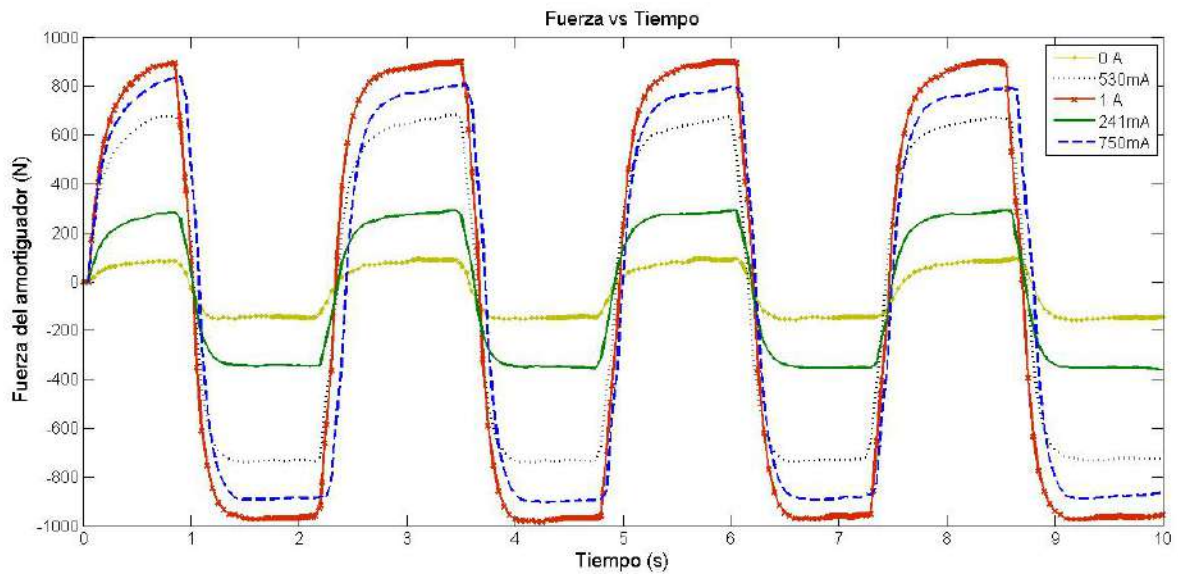


Figura 4.12: Señales filtradas de Fuerza vs Tiempo.

### 4.2.2 Estimación de las curvas características de Fuerza-Velocidad

La velocidad y la aceleración del pistón se aproximan utilizando una función de transferencia, con un cero en el origen y un polo diferente de cero. El cero es equivalente a derivar la señal respecto al tiempo, mientras que el polo funciona como un filtro pasa bajas de primer

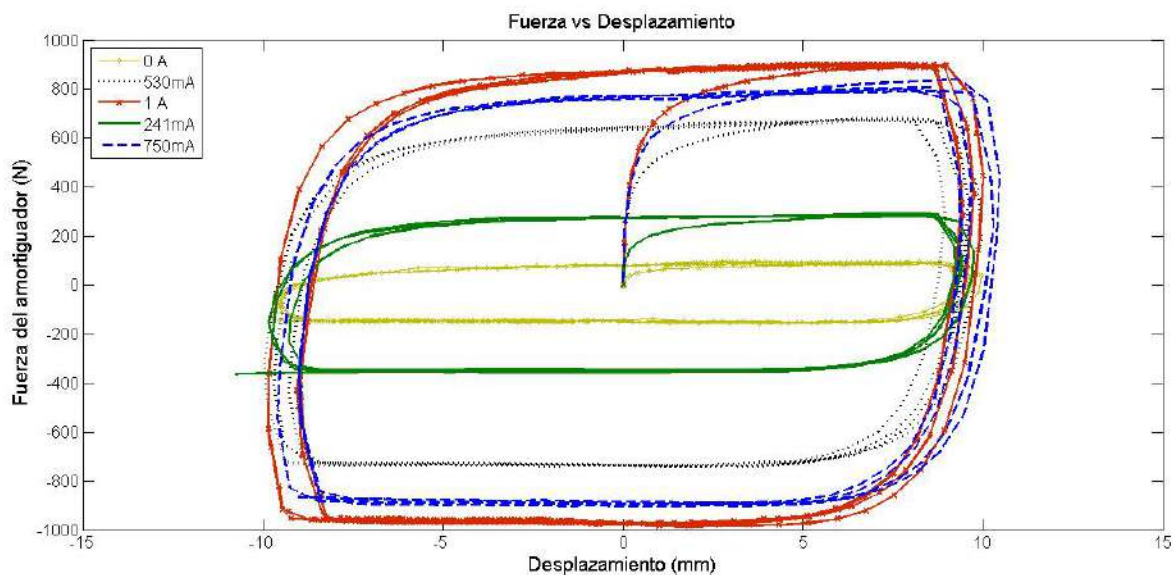


Figura 4.13: Señales filtradas de Fuerza vs Desplazamiento.

orden, éste se selecciona de la misma forma que el filtrado anterior. La estimación se realiza de acuerdo al diagrama de bloques de la figura 4.14; los resultados a diferentes corrientes de entrada se exponen en la figura 4.15.

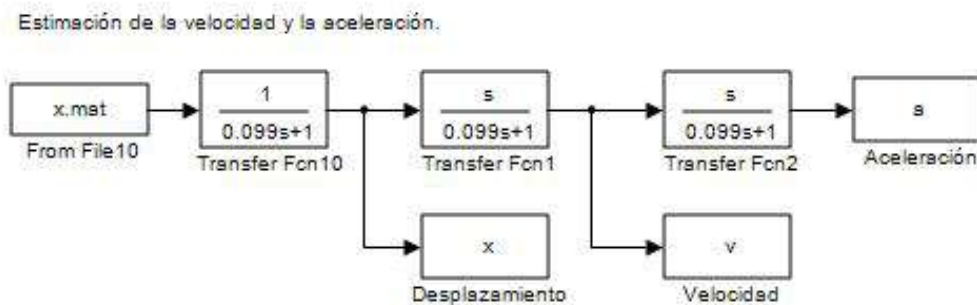


Figura 4.14: Estimación de la velocidad y la aceleración en SIMULINK®.

### 4.3 Cálculo de los coeficientes del modelo polinomial directo

Conforme al modelo propuesto por [Choi et al. \(2001\)](#) descrito en la ecuación (2.31), se calculan los coeficientes  $c_i^+$ ,  $b_i^+$  y  $c_i^-$ ,  $b_i^-$  para aceleración positiva y negativa respectivamente. Estos se obtienen a partir de las curvas características de Fuerza-Velocidad (F-V) de la siguiente manera.

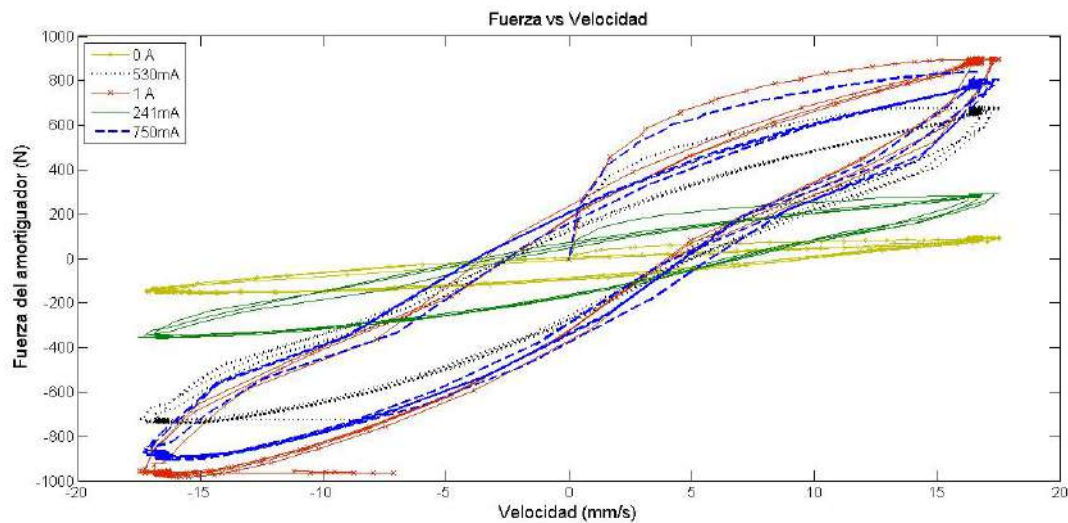


Figura 4.15: Curvas características de Fuerza-Velocidad.

- ✓ Se elige una curva F-V a una corriente específica  $I$ .
- ✓ Se seleccionan los datos de un solo lazo de la curva de histéresis. El lazo a elegir debe describir al amortiguador después del periodo de transición, esto se puede ver directamente del gráfico F-V. En el presente trabajo se elige el cuarto lazo (periodo) de la curva F-V.
- ✓ Las muestras del lazo se dividen en dos arreglos diferentes: uno contiene los datos de fuerza y velocidad cuando la aceleración es positiva y el otro cuando es negativa. A manera de ejemplo, en la figura 4.16 se muestra la división del lazo de histéresis del experimento número 4 a una corriente de 750mA.
- ✓ Para cada sección de histéresis, los datos se relacionan con una *regresión polinomial* utilizando el comando *polyfit* de MATLAB®, de acuerdo a la siguiente forma

$$A = \text{polyfit}(V,F,n)$$

donde  $V$  es el vector de velocidad,  $F$  el vector de fuerza,  $n$  es el orden del polinomio a ajustar,  $A$  es el vector de coeficientes del polinomio compuesto en el orden

$$A(1)*V^n + A(2)*V^{(n-1)} + \dots + A(n)*V + A(n+1).$$

De acuerdo con los resultados en [Amador-Garrido \(2004\)](#); [Choi et al. \(2001\)](#), es posible describir cada sección del lazo histerético mediante un polinomio de segundo orden. El presente proyecto de Tesis retoma esta propuesta ajustando a prueba y error el valor de  $n$  en 2.

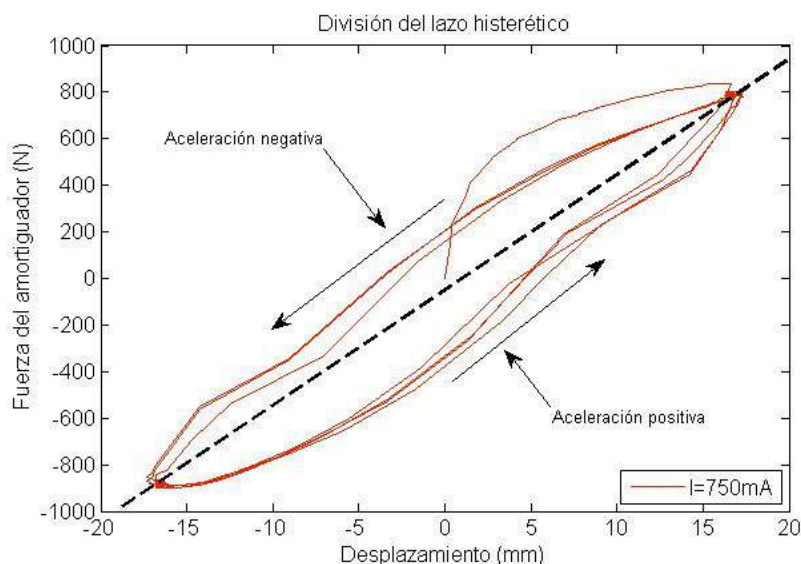


Figura 4.16: División del lazo de histéresis en aceleración positiva y negativa.

- ✓ Los vectores de coeficientes resultantes para cada sección,  $A_+$  y  $A_-$ , se evalúan con el comando *polyval* de MATLAB<sup>®</sup> con respecto a los vectores de velocidad de aceleración positiva y negativa, respectivamente. El uso de dicho comando es

$$Y = \text{polyval}(A, V)$$

donde  $V$  es el vector de velocidad en cuestión,  $A$  el vector de coeficientes respectivo y  $Y$  son los datos de fuerza de la regesión.

Este paso se realiza para comparar gráficamente la curva resultante con los datos reales.

- ✓ Se repite todo el procedimiento hasta este punto para cada experimento, es decir, para el presente proyecto se tienen en total 10 vectores de dimensión  $n + 1$  de coeficientes polinomiales (5 para aceleración positiva y 5 para negativa), donde  $n = 2$ .
- ✓ Ahora, se describe la segunda parte del proceso de modelado. Todos los coeficientes  $A(1)_+$  de las potencias  $V^2$ , se relacionan con el vector de corrientes de entrada  $I$  con una **regresión lineal**. Se usa otra vez el comando *polyfit* para este fin, indicando el orden del polinomio igual a 1. El resultado son la pendiente  $c_2^+$  y la ordenada  $b_2^+$  del ajuste lineal. El proceso se repite para todos los coeficientes  $A(2)_+$  y  $A(3)_+$ , obteniendo los pares de coeficientes  $c_1^+$ ,  $b_1^+$  y  $c_0^+$ ,  $b_0^+$  respectivamente.
- ✓ El punto anterior se lleva a cabo nuevamente con los coeficientes polinomiales de aceleración negativa; el resultado son los coeficientes lineales:  $c_i^-$  y  $b_i^-$ ,  $i = 0, 1, 2$ .

En el Apéndice C.1, se presenta la programación en MATLAB<sup>®</sup> de los cálculos del procedimiento utilizado. El modelo propuesto de fuerza del amortiguador MR, en función

de la velocidad del pistón, la aceleración y la corriente de control, se presenta en la ecuación (4.2), los coeficientes resultantes del análisis se exponen en la tabla 4.6.

$$f_{MR}(v, a, I) = \begin{cases} (b_2^+ + c_2^+ I)v^2 + (b_1^+ + c_1^+ I)v + (b_0^+ + c_0^+ I) & \text{para } a > 0 \\ (b_2^- + c_2^- I)v^2 + (b_1^- + c_1^- I)v + (b_0^- + c_0^- I) & \text{para } a < 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

Tabla 4.6: Coeficientes del modelo polinomial para aceleración positiva y negativa.

	a > 0		a < 0	
i	$b_i^+$	$c_i^+$	$b_i^-$	$c_i^-$
0	3.2679	224.8581	-115.2069	-259.8339
1	7.9904	50.1593	8.2080	51.2396
2	-0.0836	-0.7803	0.2687	0.7833

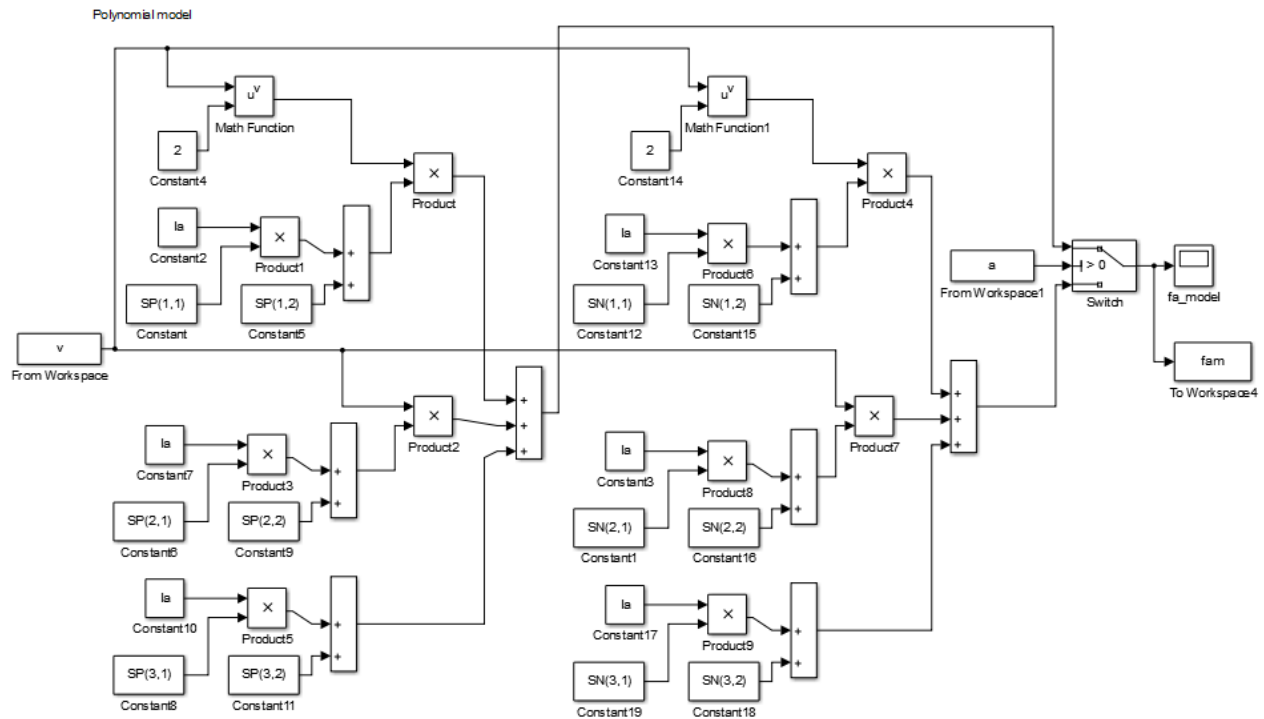


Figura 4.17: Diagrama a bloques del modelo polinomial desarrollado en SIMULINK®.

## 4.4 Validación del modelo

En el Apéndice C.2, se adjunta la programación de la ecuación (4.2) en comandos de MATLAB®. De igual forma, el modelo propuesto se desarrolla en el entorno de SIMULINK®, para validar los parámetros calculados en la sección anterior, ver figura 4.17.

Las figuras 4.18-4.22 comparan los resultados del modelo obtenido con los datos experimentales.

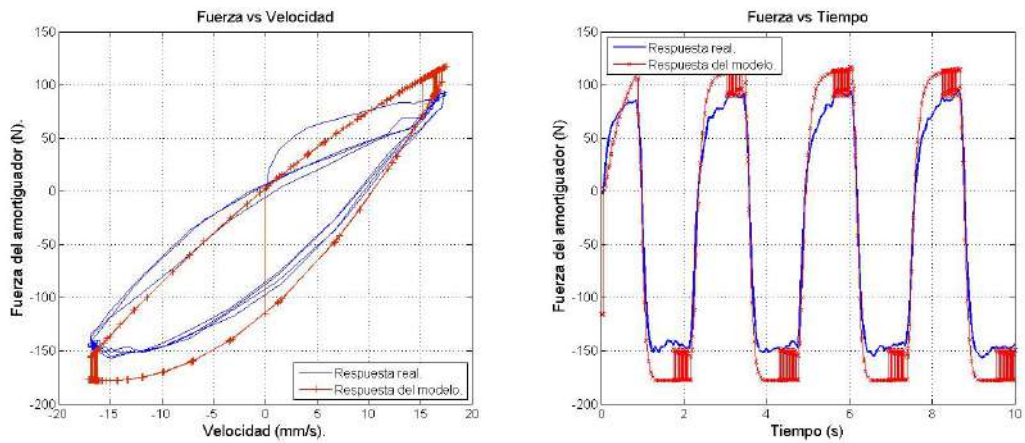


Figura 4.18: Comparación entre la fuerza estimada y la experimental,  $I=0A$ .

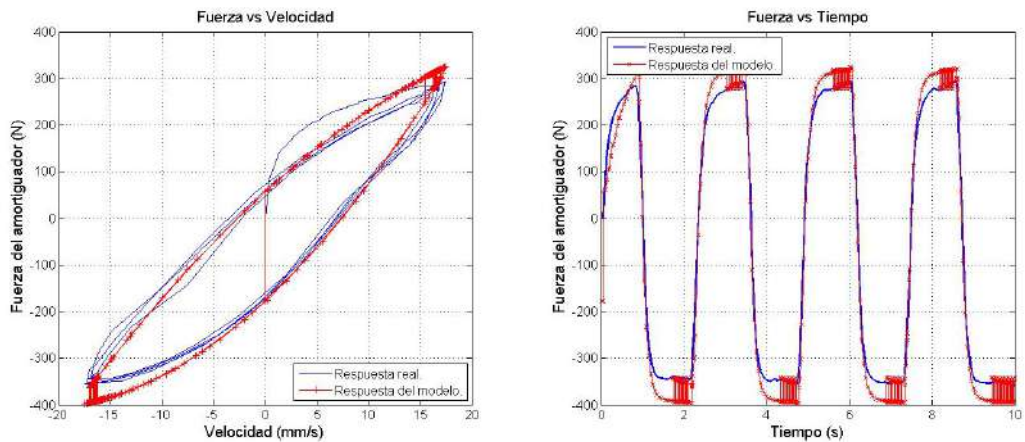


Figura 4.19: Comparación entre la fuerza estimada y la experimental,  $I=241mA$ .

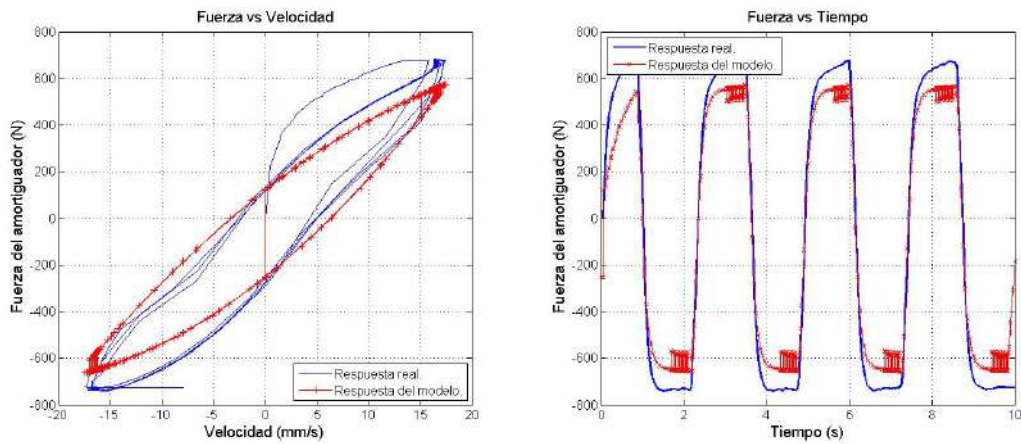


Figura 4.20: Comparación entre la fuerza estimada y la experimental,  $I=530\text{mA}$ .

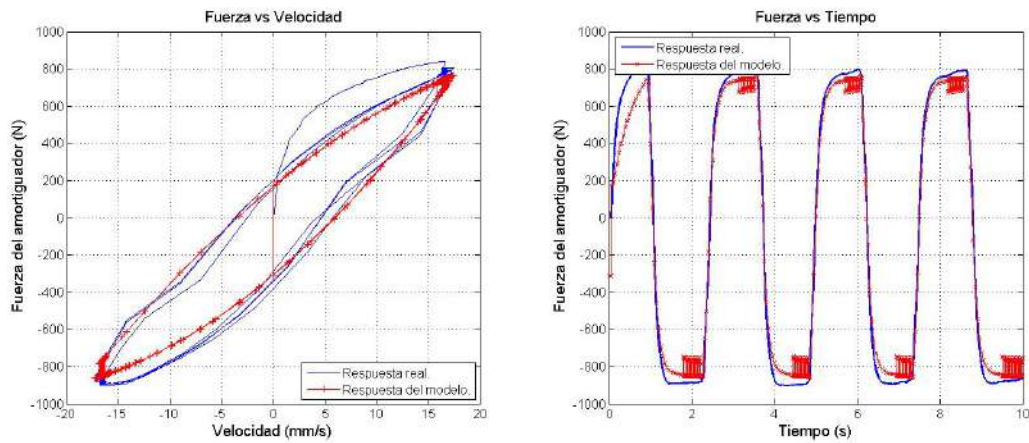


Figura 4.21: Comparación entre la fuerza estimada y la experimental,  $I=750\text{mA}$ .

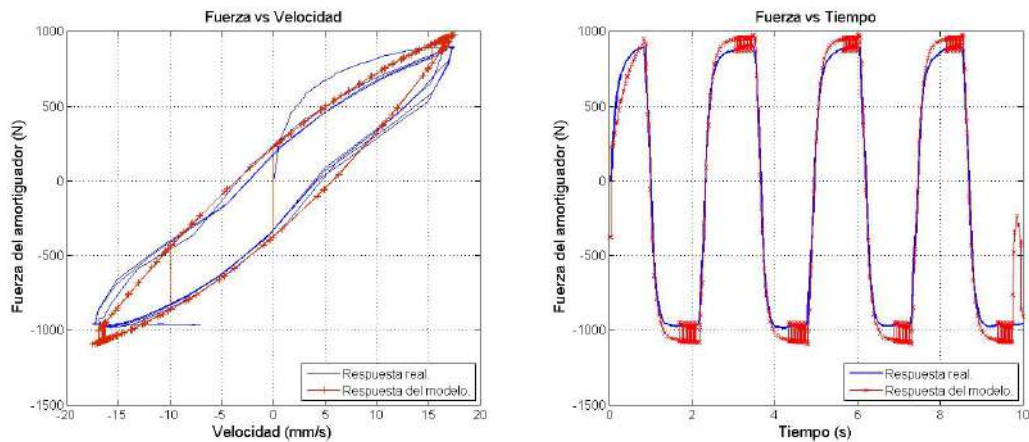


Figura 4.22: Comparación entre la fuerza estimada y la experimental,  $I=1\text{A}$ .

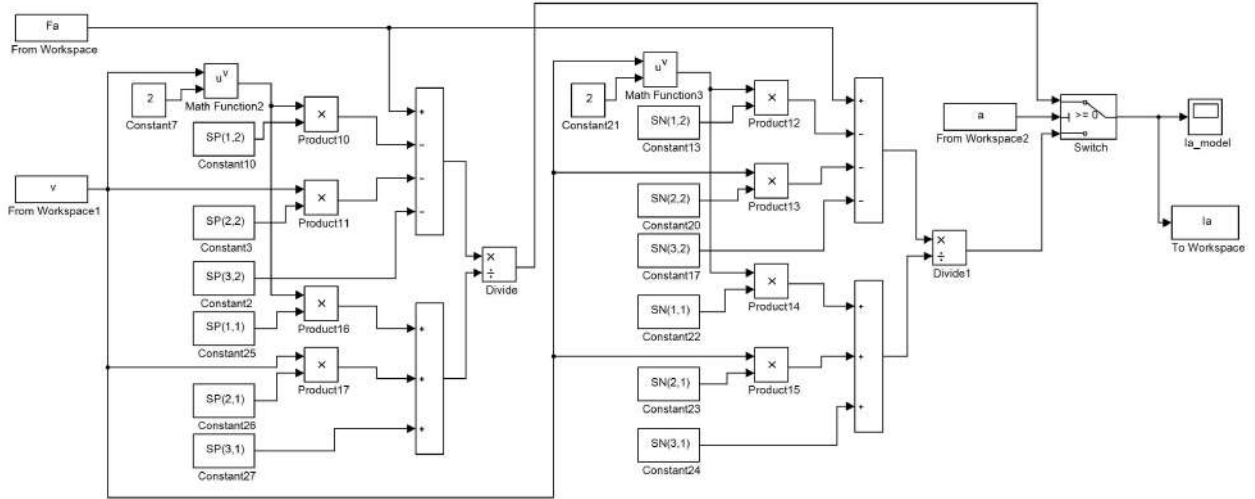


Figura 4.23: Diagrama a bloques del modelo polinomial inverso desarrollado en SIMULINK®.

Es importante destacar la presencia del fenómeno del *chattering* en los resultados del modelo polinomial, cerca del punto de transición entre aceleración positiva y negativa. En las próximas secciones se implementan acciones para disminuir este fenómeno no deseado.

## 4.5 Dedución de un modelo polinomial inverso

De Choi *et al.* (2001), una función inversa de modelo polinomial se obtiene resolviendo la ecuación (2.31) para la variable  $I$ , ver la ecuación (4.3).

$$I(f_{MR}, v) = \frac{f_{MR} - \sum_{i=0}^n b_i v^i}{\sum_{i=0}^n c_i v^i} \quad (4.3)$$

De esta forma, en este trabajo se propone la corriente de control en función de la fuerza, la velocidad y la aceleración como en la ecuación (4.4).

$$I(f_{MR}, v, a) = \begin{cases} \frac{f_{MR} - b_2^+ v^2 + b_1^+ v + b_0^+}{c_2^+ v^2 + c_1^+ v + c_0^+} & \text{para } a > 0 \\ \frac{f_{MR} - b_2^- v^2 + b_1^- v + b_0^-}{c_2^- v^2 + c_1^- v + c_0^-} & \text{para } a < 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

La función anterior es importante en el desarrollo de control semi-activo en las siguientes secciones del presente proyecto. La figura 4.23 muestra el desarrollo del modelo inverso en SIMULINK®.



## 4.6 Sumario

En este capítulo se presentó una caracterización del amortiguador magneto-reológico comercial modelo RD-8040-1 de Lord Corporation<sup>®</sup>; el actuador se presentó en la sección 3.3.2. Se utilizó un método experimental para obtener un modelo directo no paramétrico de la fuerza de amortiguamiento, desarrollada por el actuador MR bajo diferentes entradas de corriente eléctrica de control ( $F_a(I_a)$ ). La caracterización está basada en un modelo polinomial de segundo orden y los coeficientes resultantes para aceleración positiva y negativa se muestran en la tabla 4.6. Por último, se obtuvo un modelo inverso que describe la corriente de control necesaria para desarrollar una fuerza de amortiguamiento deseada ( $I_a(F_a)$ ). Los modelos inverso y directo obtenidos en este capítulo, serán retomados en el siguiente apartado para el estudio de la vibración del sistema de un cuarto de automóvil que se ha presentado en el Capítulo 3.



# Capítulo 5

## Análisis de una suspensión semi-activa en un cuarto de automóvil

Este capítulo tiene el propósito de presentar un análisis mecánico teórico de la suspensión semi-activa propuesta en el Capítulo 3, el cual comprende de los siguientes rubros:

- ✓ Estudio de la suspensión de un cuarto de automóvil en vibración libre no amortiguada. Se observa la respuesta transitoria con la suspensión pasiva sin amortiguamiento y sin perturbación del camino. El objetivo es estimar las frecuencias naturales del sistema.
- ✓ Estudio de la suspensión de un cuarto de automóvil en vibración forzada amortiguada. Se observa la respuesta en frecuencia del sistema en lazo abierto, comparando diferentes modelos de una suspensión electrónica sin control.
- ✓ Estudio de la suspensión de un cuarto de automóvil en vibración forzada con amortiguamiento semi-activo. Se analiza la respuesta en frecuencia del sistema utilizando el modelo experimental (polinomial) del amortiguador MR propuesto en el Capítulo 4, variando la corriente de entrada sin aplicar algún método de control.

### 5.1 Vibración libre no amortiguada

El análisis en vibración libre discriminando el amortiguamiento de la suspensión,  $F_a = 0$ , describe al sistema sin perturbación,  $z_r = 0$ , con el objetivo de aproximar las frecuencias naturales del sistema. En la literatura, una frecuencia natural es aquella a la cual el sistema seguirá oscilando después de retirar la excitación. De acuerdo con Rao (2012), un sistema de  $N$  grados de libertad tendrá también  $N$  frecuencias naturales. Particularmente, el sistema pertinente en este trabajo, tiene 2 grados de libertad, por lo que se puede suponer que también cuenta con dos frecuencias naturales. Es importante recordar de la literatura, que si una frecuencia de la perturbación del camino es cercana o igual a alguna frecuencia natural del sistema, este responderá con oscilaciones relativamente grandes.

Por otro lado, una vibración libre no amortiguada es *ideal*, debido a que no se disipa energía por ningún medio, esto supone la hipótesis que el sistema desarrollará una oscilación

de amplitud definida, alrededor del punto de equilibrio (frecuentemente el origen) de forma infinita, pues no existe un elemento que amortigüe el movimiento.

### 5.1.1 Ecuaciones de movimiento

Retomando las consideraciones anteriores, el sistema descrito por (3.5) y (3.6) se reduce a

$$\begin{aligned} m_s \ddot{z}_s + k_s(z_s - z_u) &= 0, \\ m_u \ddot{z}_u + k_u(z_u) - k_s(z_s - z_u) &= 0. \end{aligned} \quad (5.1)$$

### 5.1.2 Respuesta armónica

La ecuación (5.1), conforma un sistema de 2 ecuaciones diferenciales homogéneas de segundo orden; su solución corresponde a la respuesta en vibración libre no amortiguada de las masas, dependiendo de las condiciones iniciales de posición y velocidad. Evidentemente, si las condiciones iniciales son nulas entonces no existe vibración alguna. De acuerdo con Rao (2012), si no se consideran pérdidas de energía, se puede considerar soluciones armónicas de  $m_s$  y  $m_u$  en función del tiempo  $t$ , con misma frecuencia  $\omega$  y misma fase  $\phi$ , pero con diferentes amplitudes, de modo que

$$z_s = Z_s \cos(\omega t + \phi), \quad (5.2)$$

$$z_u = Z_u \cos(\omega t + \phi), \quad (5.3)$$

aquí  $Z_s$  y  $Z_u$  son las amplitudes de  $z_s$  y  $z_u$ . Sustituyendo (5.2) y (5.3) en (5.1) se tiene

$$m_s \frac{d}{dt^2} (Z_s \cos(\omega t + \phi)) + k_s (Z_s \cos(\omega t + \phi) - Z_u \cos(\omega t + \phi)) = 0, \quad (5.4)$$

$$m_u \frac{d}{dt^2} (Z_u \cos(\omega t + \phi)) + k_u (Z_u \cos(\omega t + \phi)) - k_s (Z_s \cos(\omega t + \phi) - Z_u \cos(\omega t + \phi)) = 0, \quad (5.5)$$

y desarrollando las derivadas con respecto al tiempo y factorizando con  $\cos(\omega t + \phi)$

$$[-m_s Z_s \omega^2 + k_s (Z_s - Z_u)] \cos(\omega t + \phi) = 0, \quad (5.6)$$

$$[-m_u Z_u \omega^2 + k_u Z_u - k_s (Z_s - Z_u)] \cos(\omega t + \phi) = 0. \quad (5.7)$$

Debido a que las ecuaciones (5.6) y (5.7) deben satisfacerse para cualquier valor de tiempo  $t$ , las expresiones entre corchetes deben ser cero; lo cual implica un sistema de 2 ecuaciones algebraicas con 2 incógnitas,  $Z_s$  y  $Z_u$ , cuya forma matricial es

$$\begin{bmatrix} -m_s \omega^2 + k_s & -k_s \\ -k_s & -m_u \omega^2 + k_u - k_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_s \\ Z_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.8)$$

La solución trivial,  $Z_s = Z_u = 0$ , satisface la ecuación matricial anterior, esto es, no existe vibración; sin embargo para encontrar una solución no trivial, el determinante de la matriz cuadrada, que premultiplica al vector compuesto por las amplitudes, debe ser igual a cero

$$\begin{vmatrix} -m_s\omega^2 + k_s & -k_s \\ -k_s & -m_u\omega^2 + k_u - k_s \end{vmatrix} = 0. \quad (5.9)$$

y desarrollando el determinante se obtiene la *ecuación característica*, cuya solución son las frecuencias naturales o valores característicos del sistema

$$m_s m_u (\omega^2)^2 + (-m_s k_u - m_s k_s - m_u k_s) \omega^2 + k_s k_u = 0 \quad (5.10)$$

sustituyendo los valores de la tabla 3.10 en la ecuación (5.10) y resolviendo para  $\omega^2$ , se obtienen las frecuencias naturales del sistema  $\omega_1$  y  $\omega_2$ . Las líneas de comando en MATLAB<sup>®</sup> para el cálculo de estas frecuencias son

```
ms=100; %(Kg)
mu=27.8; %(Kg)
Ks=18775; %(N/m)
Ku=148288.6; %(N/m)

a=ms*mu;
b=(-ms*Ku)+(-ms*Ks)+(-mu*Ks);
c=Ks*Ku;

w1_2=(-b-sqrt((b^2)-(4*a*c)))/(2*a); %Frecuencia 1 al cuadrado
w2_2=(-b+sqrt((b^2)-(4*a*c)))/(2*a); %Frecuencia 2 al cuadrado

w1=sqrt(w1_2); %Frecuencia 1 (rad/s)
w2=sqrt(w2_2); %Frecuencia 2 (rad/s)
f1=w1/(2*pi); %Frecuencia 1 (Hz)
f2=w2/(2*pi); %Frecuencia 2 (Hz)
```

Los resultados son

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \mathbf{12.8861} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow \mathbf{f_1 = 2.0509\text{Hz}}, \\ \omega_2 &= \mathbf{77.6607} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow \mathbf{f_2 = 12.3601\text{Hz}}. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Estos resultados, demuestran la hipótesis de que existe una solución diferente a la trivial, la cual es armónica de acuerdo a las ecuaciones en (5.2) y (5.3) cuando la frecuencia de oscilación  $\omega$  es igual a cualquiera de las frecuencias naturales  $\omega_1$  y  $\omega_2$ . Por último, de acuerdo a los antecedentes, se puede ahora suponer que: la primera frecuencia es la *frecuencia fundamental* y corresponde a la frecuencia natural de la masa suspendida, mientras que la segunda corresponde a la masa no suspendida, esta suposición se corrobora a continuación.

### Modos normales de vibración

Siendo este trabajo congruente con la literatura, si el sistema en cuestión se somete a unas condiciones iniciales muy específicas, el sistema puede vibrar armónicamente con alguna de las dos frecuencias naturales. Por lo tanto, existen 2 soluciones armónicas con amplitudes diferentes, de modo que cuando

$$\begin{aligned}\omega = \omega_1 &\rightarrow Z_s = Z_s^{(1)}, & Z_u &= Z_u^{(1)} \\ \omega = \omega_2 &\rightarrow Z_s = Z_s^{(2)}, & Z_u &= Z_u^{(2)}\end{aligned}\quad (5.12)$$

además, sólo bajo una frecuencia natural dada, las amplitudes de  $Z_s$  y  $Z_u$  guardan una relación proporcional mutua

$$\begin{aligned}\omega = \omega_1 &\rightarrow r_1 = \frac{Z_u^{(1)}}{Z_s^{(1)}} \rightarrow Z_u^{(1)} = r_1 Z_s^{(1)} \\ \omega = \omega_2 &\rightarrow r_2 = \frac{Z_u^{(2)}}{Z_s^{(2)}} \rightarrow Z_u^{(2)} = r_2 Z_s^{(2)}\end{aligned}\quad (5.13)$$

donde las relaciones  $r_i$ ,  $i = 1, 2$ , se obtienen al resolver la ecuación matricial (5.8) para  $\frac{Z_u}{Z_s}$  como

$$r_i(\omega_i) = \frac{Z_u^{(i)}}{Z_s^{(i)}} = \frac{-m_s \omega_i^2 + k_s}{k_s}. \quad (5.14)$$

Entonces, los dos *modos de vibración* particulares del sistema se obtienen sustituyendo la ecuación (5.13) en (5.2) y (5.3). En forma matricial, es posible obtener las siguientes soluciones armónicas.

**Cuando  $\omega = \omega_1$ :**

$$\vec{Z}^{(1)}(t) = \begin{bmatrix} Z_s^{(1)} \cos(\omega_1 t + \phi_1) \\ r_1 Z_s^{(1)} \cos(\omega_1 t + \phi_1) \end{bmatrix}. \quad (5.15)$$

**Cuando  $\omega = \omega_2$ :**

$$\vec{Z}^{(2)}(t) = \begin{bmatrix} Z_s^{(2)} \cos(\omega_2 t + \phi_2) \\ r_2 Z_s^{(2)} \cos(\omega_2 t + \phi_2) \end{bmatrix}. \quad (5.16)$$

### Respuesta armónica general

Las soluciones  $\vec{Z}^{(1)}(t)$  y  $\vec{Z}^{(2)}(t)$  corresponden a los dos posibles *modos de vibración* normales del sistema, los cuales sólo pueden ser excitados con condiciones iniciales de posición y velocidad específicas, estas son para el  $i$ -ésimo modo

$$\begin{aligned}z_s(0) &= Z_s^{(i)}, & \dot{z}_s(0) &= 0; \\ z_u(0) &= r_i Z_s^{(i)}, & \dot{z}_u(0) &= 0;\end{aligned}\quad (5.17)$$

donde  $i = 1, 2$ .

Sin embargo, para condiciones iniciales diferentes, se excitarán ambos modos de vibración. Consecuentemente, la respuesta armónica general estará compuesta por la combinación lineal de  $Z^{(1)}(t)$  y  $Z^{(2)}(t)$  de la forma

$$\vec{Z}(t) = c_1 \vec{Z}^{(1)}(t) + c_2 \vec{Z}^{(2)}(t); \quad c_1 = c_2 = 1. \quad (5.18)$$

Sustituyendo los modos de vibración (5.15) y (5.16) en (5.18) se tiene la respuesta del sistema en vibración libre no amortiguada

$$\begin{aligned} z_s(t) &= Z_s^{(1)} \cos(\omega_1 t + \phi_1) + Z_s^{(2)} \cos(\omega_2 t + \phi_2), \\ z_u(t) &= r_1 Z_s^{(1)} \cos(\omega_1 t + \phi_1) + r_2 Z_s^{(2)} \cos(\omega_2 t + \phi_2), \end{aligned} \quad (5.19)$$

las fases  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  y amplitudes  $Z_s^{(1)}$ ,  $Z_s^{(2)}$  modales se determinan a partir de las condiciones iniciales del sistema. Las ecuaciones para calcularlos, (A.6) y (A.7), se desglosan a detalle en el Apéndice A.1 (Rao, 2012).

### Simulaciones numéricas en MATLAB<sup>®</sup>

El cálculo de la respuesta en vibración libre se desarrolla en el programa de MATLAB<sup>®</sup> del Apéndice C.4. Las condiciones iniciales se fijan según la ecuación (5.17) como

$$\begin{aligned} z_s(0) &= 0.01m, & \dot{z}_s(0) &= 0; \\ z_u(0) &= r_i(0.01m), & \dot{z}_u(0) &= 0. \end{aligned} \quad (5.20)$$

El tiempo de simulación es de 5 segundos. Las figuras 5.1 y 5.2 muestran gráficamente los modos de vibración del sistema. Como es de esperarse, las respuestas en vibración libre son efectivamente oscilaciones sostenidas en el infinito. Pero esta conclusión no es la razón de un estudio en vibración libre, más bien tiene que ver con las formas modales de vibración del sistema.

La primera forma modal corresponde a un movimiento armónico de las masas en fase, estas se moverán en la misma dirección a la misma frecuencia, pero con diferentes amplitudes. Como se puede notar en la figura 5.1, el periodo de las señales es de  $0.487s$ , o bien  $f = 0.487^{-1} = 2.0533Hz$ . La frecuencia de vibración corresponde precisamente a la primera frecuencia natural,  $\omega = \omega_1 = 12.8861rad/s$ .

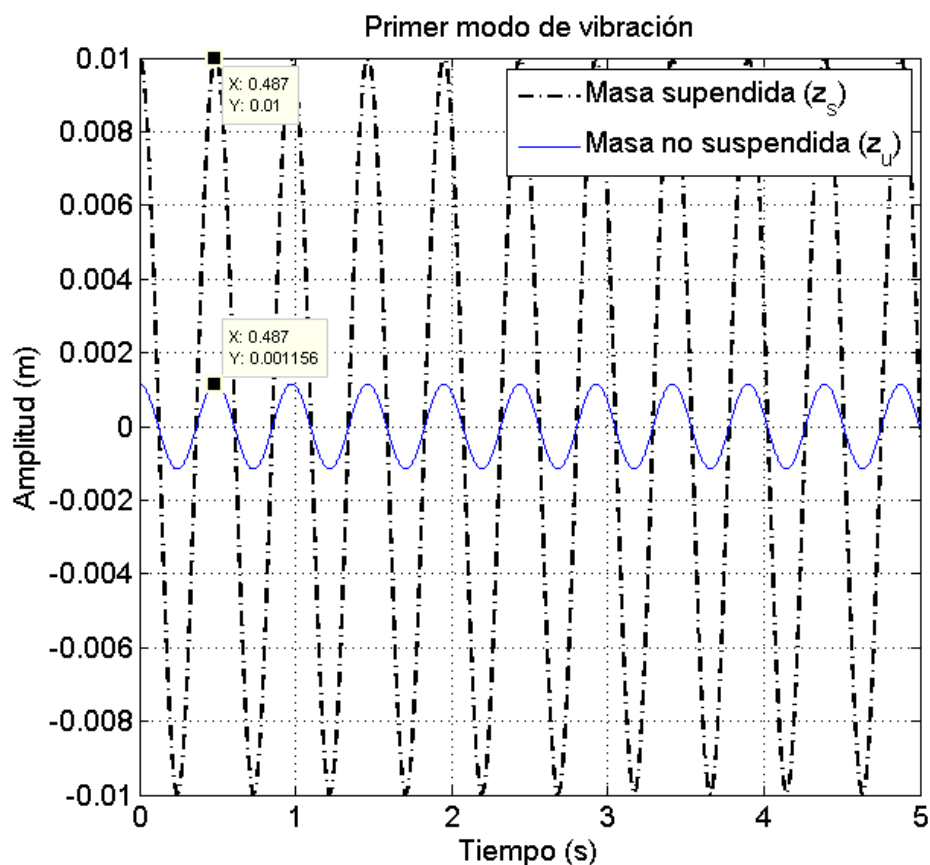


Figura 5.1: Primer modo normal de vibración:  $r_1 = 0.1156$ ,  $z_s(t = 0) = 0.01m$ ,  $z_u(t = 0) = r_1(0.01m) = 0.0012m$ ,  $t = [0, 5]s$ .

La segunda forma modal corresponde a un movimiento armónico de las masas con un desfase de  $180^\circ (\pi \text{ rad})$ , es decir, las masas se moverán en dirección contraria una a la otra con la misma frecuencia, pero con diferentes amplitudes. El periodo de las señales es de  $0.081s$  ( $f = 12.3457Hz$ ), figura 5.2. De la misma forma, la frecuencia de vibración corresponde a la segunda frecuencia natural,  $\omega = \omega_2 = 77.6607rad/s$ .

Desde otro punto de vista, se puede concluir que, cuando se excita el primer modo de vibración se obtienen amplitudes importantes de la masa suspendida, es decir, la primera frecuencia natural se refiere a la frecuencia resonante del chasis. Sin embargo, cuando se excita la segunda forma modal se obtienen ahora amplitudes mayores de la masa no suspendida, por lo tanto, la segunda frecuencia natural se refiere a la frecuencia resonante de la llanta. Como el lector lo notará en las próximas secciones, estas conclusiones son pertinentes para la aplicación de control de la suspensión.



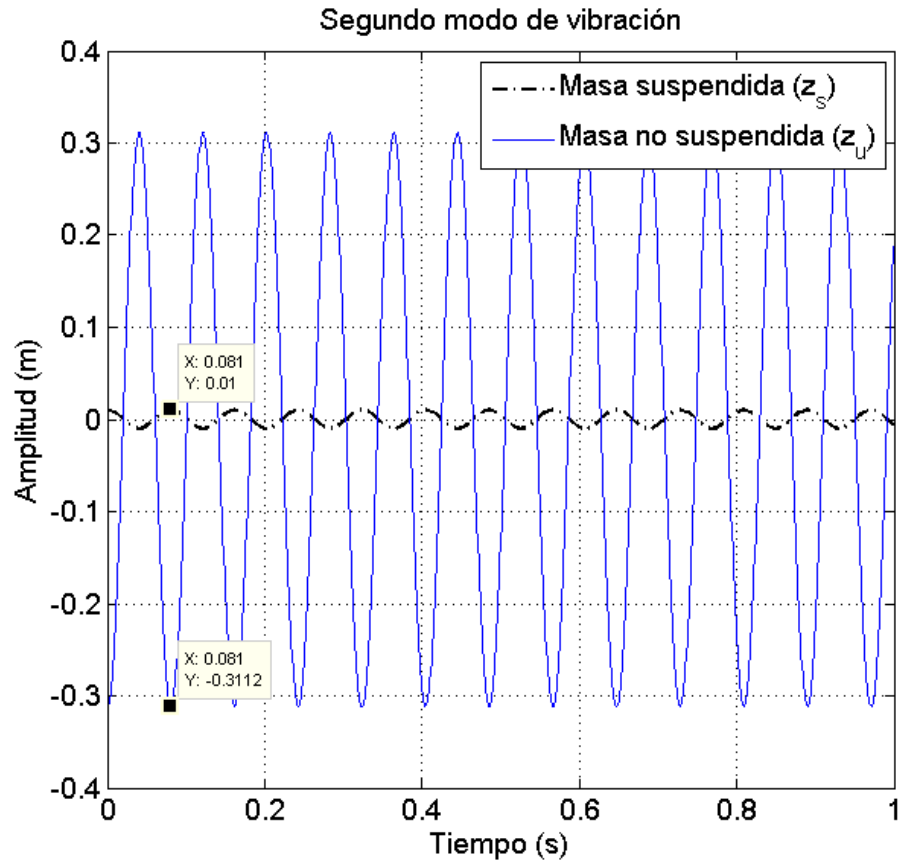


Figura 5.2: Segundo modo normal de vibración:  $\mathbf{r}_2 = -31.1235$ ,  $z_s(t=0) = 0.01m$ ,  $z_u(t=0) = r_2(0.01m) = -0.3112m$ ,  $t = [0, 1]s$ .

## 5.2 Vibración forzada

Se analiza la respuesta forzada del cuarto de automóvil con suspensión semi-activa no controlada. Para este fin, el sistema se considera de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO), con dos fuerzas diferentes como entradas al sistema: (1) fuerza desarrollada por la perturbación del camino  $z_r(t)$ , (2) fuerza semi-activa no controlada por el amortiguador MR,  $F_a(t)$ ; esta última se considera como una fuerza aleatoria para observar su repercusión sobre el sistema sin control. La metodología para el estudio de este tipo de vibración consiste en un *análisis modal*. Este método, es muy utilizado en el análisis de vibraciones mecánicas de sistemas de varios grados de libertad, bajo fuerzas de entrada no periódicas. El método por análisis modal, aproxima la respuesta general mediante una combinación lineal de los modos de vibración, a partir de un sistema de 2 ecuaciones diferenciales desacopladas de segundo orden (Rao, 2012).

### 5.2.1 Ecuaciones de movimiento

Considerando las suposiciones mencionadas, el sistema de un cuarto de vehículo con una suspensión semi-activa en lazo abierto (sin control), se describe también con las ecuaciones (3.5) y (3.6). Manipulando convenientemente los términos de estas ecuaciones se obtiene

$$\begin{aligned} m_s \ddot{z}_s + k_s z_s - k_s z_u &= -F_a \\ m_u \ddot{z}_u + (k_u + k_s) z_u - k_s z_s &= k_u z_r + F_a. \end{aligned} \quad (5.21)$$

La dinámica del sistema se puede expresar en forma matricial como

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \ddot{z}_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s & -k_s \\ -k_s & k_u + k_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_s \\ z_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_a \\ k_u z_r + F_a \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

y de forma simplificada se tiene

$$[M] \ddot{\vec{z}} + [K] \vec{z} = \vec{F} \quad (5.23)$$

donde  $[M]$  y  $[K]$  son matrices cuadradas simétricas de masa y de rigidez respectivamente,  $\vec{F}$  es el vector de fuerzas,  $\vec{z}$  y  $\ddot{\vec{z}}$  los vectores de desplazamientos y aceleraciones absolutas.

### 5.2.2 Análisis modal

De acuerdo al teorema de expansión (Rao, 2012), la respuesta de vibración forzada se puede expresar como una combinación lineal de los modos normales de vibración

$$\vec{z}(t) = q_1(t) Z^{(1)} + q_2(t) Z^{(2)} \quad (5.24)$$

donde  $Z^{(1)}$  y  $Z^{(2)}$  son los eigen-vectores ortonormalizados con respecto a la matriz de masa, correspondientes a los modos normales de vibración, es decir que cumplen la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} Z^{(i)T} [M] Z^{(i)} &= 1, \\ Z^{(i)T} [K] Z^{(i)} &= \omega_i^2, \quad i = 1, 2; \end{aligned} \quad (5.25)$$

las funciones respecto al tiempo,  $q_1(t)$  y  $q_2(t)$ , son coordenadas generalizadas o coeficientes de participación modal.

### Vectores modales o eigen-vectores

Los eigen-vectores o también vectores modales, forman una base para el espacio solución, es decir, que a partir de estos vectores, linealmente independientes, es posible generar cualquier vector en el espacio de solución dado. De acuerdo con (Rao, 2012), los eigen-vectores pueden calcularse mediante la solución del *problema del valor eigen*, a partir de la *ecuación característica* que se ha expuesto anteriormente en la ecuación (5.10).

Sin embargo, en este trabajo de tesis, los vectores modales se calculan a partir de las relaciones modales,  $r_i$ , del análisis anterior en vibración libre no amortiguada descritas por la ecuación (5.14), de la forma

$$\vec{Z}^{(i)} = Z_s^{(i)} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_i \end{Bmatrix}; \quad i = 1, 2. \quad (5.26)$$

Las relaciones modales  $r_1$  y  $r_2$ , resultantes de las simulaciones numéricas, se especifican en las figuras 5.1 y 5.2. Sustituyendo estos valores en (5.26) se obtiene los vectores modales

$$\vec{Z}^{(1)} = Z_s^{(1)} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_1 \end{Bmatrix} = Z_s^{(1)} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.1156 \end{Bmatrix}, \quad (5.27)$$

$$\vec{Z}^{(2)} = Z_s^{(2)} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_2 \end{Bmatrix} = Z_s^{(2)} \begin{Bmatrix} 1 \\ -31.1235 \end{Bmatrix}, \quad (5.28)$$

donde  $Z_s^{(1)}$  y  $Z_s^{(2)}$ , son magnitudes escalares aleatorias. La ortonormalización de los vectores modales (5.27) y (5.28) respecto a la matriz de masa  $[M]$ , se realiza sustituyéndolos en la ecuación (5.25) y el procedimiento se muestra a continuación.

**Ortonormalización del vector modal  $\vec{Z}^{(1)}$**

$$\vec{Z}^{(1)T} [M] \vec{Z}^{(1)} = 1, \quad (5.29)$$

desarrollando y factorizando para  $(Z_s^{(1)})^2$

$$(Z_s^{(1)})^2 (m_s + (0.1156)^2 m_u) = 1, \quad (5.30)$$

resolviendo para  $Z_s^{(1)}$

$$Z_s^{(1)} = \sqrt{\frac{1}{(m_s + (0.1156)^2 m_u)}} = \sqrt{\frac{1}{(100 + (0.1156)^2 (27.8))}} = 0.0998, \quad (5.31)$$

el primer vector normalizado respecto a la matriz de masa  $[M]$ , correspondiente al primer modo de vibración es

$$\vec{Z}^{(1)} = Z_s^{(1)} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.1156 \end{Bmatrix} = 0.0998 \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.1156 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0998 \\ 0.0114 \end{Bmatrix}. \quad (5.32)$$

**Ortonormalización del vector modal  $\vec{Z}^{(2)}$**

$$\vec{Z}^{(2)T} [M] \vec{Z}^{(2)} = 1, \quad (5.33)$$

desarrollando y factorizando para  $(Z_s^{(2)})^2$

$$(Z_s^{(2)})^2 (m_s + (-31.1235)^2 m_u) = 1, \quad (5.34)$$

resolviendo para  $Z_s^{(2)}$

$$Z_s^{(2)} = \sqrt{\frac{1}{(m_s + (-31.1235)^2 m_u)}} = \sqrt{\frac{1}{(100 + (-31.1235)^2 (27.8))}} = 0.006, \quad (5.35)$$

el segundo vector normalizado respecto a la matriz de masa  $[M]$ , correspondiente al segundo modo de vibración es

$$Z^{(2)} = Z_s^{(2)} \begin{Bmatrix} 1 \\ -31.1235 \end{Bmatrix} = 0.006 \begin{Bmatrix} 1 \\ -31.1235 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.006 \\ -0.1893 \end{Bmatrix}. \quad (5.36)$$

### Coordenadas generalizadas

Continuando con el análisis modal, las coordenadas generalizadas  $q_1$  y  $q_2$ , están determinadas por el sistema de ecuaciones lineales diferenciales desacopladas de segundo orden, el cual se obtiene a continuación.

Si se considera la matriz modal  $[Z]$ , compuesta por los vectores modales en sus columnas tal que

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z^{(1)} & Z^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.0998 \\ 0.0114 \end{Bmatrix} & \begin{Bmatrix} 0.006 \\ -0.1893 \end{Bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}, \quad (5.37)$$

entonces es posible escribir la ecuación (5.24) como

$$\vec{z}(t) = [Z]\vec{q}(t); \quad \vec{q}(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{bmatrix}. \quad (5.38)$$

Derivando la ecuación anterior dos veces respecto al tiempo  $t$  se tiene

$$\ddot{\vec{z}}(t) = [Z]\ddot{\vec{q}}(t), \quad (5.39)$$

sustituyendo las ecuaciones (5.38) y (5.39) en (5.23), y premultiplicando el resultado por la traspuesta de la matriz modal  $[Z]^T$

$$[Z]^T[M][Z]\ddot{\vec{q}}(t) + [Z]^T[K][Z]\vec{q}(t) = [Z]^T\vec{F}(t), \quad (5.40)$$

recordando que los vectores modales satisfacen la ecuación (5.25), entonces

$$[I]\ddot{\vec{q}}(t) + [W^2]\vec{q}(t) = \vec{Q}(t), \quad (5.41)$$

donde  $[I]$  es la matriz identidad,  $[W^2]$  es una matriz diagonal con los cuadrados de las frecuencias naturales del sistema,  $\omega_1^2$  y  $\omega_2^2$ ;  $\vec{Q}(t)$  es el vector de fuerzas generalizadas correspondientes a las coordenadas generalizadas, es decir

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1(t) \\ \ddot{q}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1(t) \\ Q_2(t) \end{bmatrix}. \quad (5.42)$$

El sistema de ecuaciones diferenciales desacopladas de segundo orden es finalmente

$$\begin{aligned}\ddot{q}_1(t) + \omega_1^2 q_1(t) &= Q_1(t), \\ \ddot{q}_2(t) + \omega_2^2 q_2(t) &= Q_2(t).\end{aligned}\quad (5.43)$$

Cada ecuación puede considerarse como un sistema no amortiguado de un sólo grado de libertad, consecuentemente, la solución para cada coordenada generalizada, será la misma que la descrita en Rao (2012) para un sistema de un grado de libertad

$$q_1(t) = q_1(0)\cos(\omega_1 t) + \left(\frac{\dot{q}_1(0)}{\omega_1}\right)\text{sen}(\omega_1 t) + \frac{1}{\omega_1} \int_0^t Q_1(\tau)\text{sen}(\omega_1(t - \tau))d\tau, \quad (5.44)$$

$$q_2(t) = q_2(0)\cos(\omega_2 t) + \left(\frac{\dot{q}_2(0)}{\omega_2}\right)\text{sen}(\omega_2 t) + \frac{1}{\omega_2} \int_0^t Q_2(\tau)\text{sen}(\omega_2(t - \tau))d\tau, \quad (5.45)$$

donde las condiciones iniciales generalizadas se relacionan con las físicas con

$$\begin{aligned}\vec{q}(0) &= [Z]^T [M] \vec{z}(0), & \vec{z}(0) &= \begin{bmatrix} z_s(0) \\ z_u(0) \end{bmatrix}, \\ \dot{\vec{q}}(0) &= [Z]^T [M] \dot{\vec{z}}(0), & \dot{\vec{z}}(0) &= \begin{bmatrix} \dot{z}_s(0) \\ \dot{z}_u(0) \end{bmatrix}.\end{aligned}\quad (5.46)$$

Como se observa en la ecuaciones (5.44) y (5.45), los dos primeros términos corresponden a la respuesta en vibración libre no amortiguada, los cuales dependen de las condiciones iniciales del sistema; sin embargo, el tercer término corresponde a la respuesta forzada, la cual depende principalmente de las fuerzas de entrada.

### Respuesta bajo fuerzas de amortiguamiento y de perturbación sinusoidales

Si se consideran condiciones iniciales iguales a cero en las ecuaciones (5.44) y (5.45), entonces se tienen las integrales definidas

$$q_1(t) = \frac{1}{\omega_1} \int_0^t Q_1(\tau)\text{sen}(\omega_1(t - \tau))d\tau, \quad (5.47)$$

$$q_2(t) = \frac{1}{\omega_2} \int_0^t Q_2(\tau)\text{sen}(\omega_2(t - \tau))d\tau. \quad (5.48)$$

De igual forma, sin pérdida de la generalidad, si se supone la perturbación del camino y la fuerza semi-activa de control de tipo sinusoidal con diferentes frecuencias,  $z_r(t) = Z_r \cos(\omega_r t)$ , y  $u(t) = F_a(t) = U \cos(\omega_a t)$ , se tiene el vector de fuerzas físicas de las ecuaciones (5.22) y (5.23) como

$$\vec{F}(t) = \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -u(t) \\ k_u z_r(t) + u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U \cos(\omega_a t) \\ k_u Z_r \cos(\omega_r t) + U \cos(\omega_a t) \end{bmatrix}, \quad (5.49)$$

donde  $\omega_r$  y  $\omega_a$  son las frecuencias de la perturbación  $z_r(t)$  y la fuerza semi-activa  $u(t)$ , respectivamente.

Luego, de las ecuaciones (5.40) y (5.41), el vector de fuerzas generalizadas se define por el vector de fuerzas físicas de la forma

$$\vec{Q}(t) = [Z]^T \vec{F}(t) = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}^T \vec{F}(t). \quad (5.50)$$

Realizando la traspuesta de la matriz modal,  $[Z]^T$ , y sustituyendo el vector (5.49) en (5.50)

$$\vec{Q}(t) = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{21} \\ Z_{12} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -U \cos(\omega_a t) \\ k_u Z_r \cos(\omega_r t) + U \cos(\omega_a t) \end{bmatrix}, \quad (5.51)$$

desarrollando y factorizando términos sinusoidales se tiene el vector de fuerzas generalizadas

$$\vec{Q}(t) = \begin{bmatrix} Q_1(t) \\ Q_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Z_{21} - Z_{11})U \cos(\omega_a t) + Z_{21}k_u Z_r \cos(\omega_r t) \\ (Z_{22} - Z_{12})U \cos(\omega_a t) + Z_{22}k_u Z_r \cos(\omega_r t) \end{bmatrix}. \quad (5.52)$$

Por último, sustituyendo la ecuación (5.52) en (5.47) y (5.48), e integrando respecto a incrementos pequeños de tiempo de acción de la fuerza,  $\tau$ , se encuentran las expresiones de las coordenadas generalizadas en vibración forzada como sigue:

$$q_1(t) = \frac{\beta_{11}}{\omega_1^2} \left\{ \frac{\cos(\omega_a t) - \cos(\omega_1 t)}{1 - \left(\frac{\omega_a}{\omega_1}\right)^2} \right\} + \frac{\beta_{12}}{\omega_1^2} \left\{ \frac{\cos(\omega_r t) - \cos(\omega_1 t)}{1 - \left(\frac{\omega_r}{\omega_1}\right)^2} \right\}, \quad (5.53)$$

donde

$$\begin{aligned} \beta_{11} &= (Z_{21} - Z_{11})U, \\ \beta_{12} &= Z_{21}k_u Z_r; \end{aligned} \quad (5.54)$$

$$q_2(t) = \frac{\beta_{21}}{\omega_2^2} \left\{ \frac{\cos(\omega_a t) - \cos(\omega_2 t)}{1 - \left(\frac{\omega_a}{\omega_2}\right)^2} \right\} + \frac{\beta_{22}}{\omega_2^2} \left\{ \frac{\cos(\omega_r t) - \cos(\omega_2 t)}{1 - \left(\frac{\omega_r}{\omega_2}\right)^2} \right\}, \quad (5.55)$$

donde

$$\begin{aligned} \beta_{21} &= (Z_{22} - Z_{12})U, \\ \beta_{22} &= Z_{22}k_u Z_r. \end{aligned} \quad (5.56)$$

En el Apéndice A.2 se puede revisar el desarrollo de las integrales definidas (5.47) y (5.48), para el cálculo de las expresiones (5.53) y (5.55).

## Resultados del análisis modal

Finalmente, se tienen las respuestas de las masas suspendida y no suspendida, bajo una perturbación y fuerza semi-activa determinísticas, mediante un análisis modal, como una combinación lineal de las coordenadas generalizadas

$$\begin{aligned} z_s(t) &= Z_{11}q_1(t) + Z_{12}q_2(t) \\ z_u(t) &= Z_{21}q_1(t) + Z_{22}q_2(t) \end{aligned} \quad (5.57)$$

donde,  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$ ,  $Z_{21}$  y  $Z_{22}$  son componentes de la matriz modal  $[Z]$ , de acuerdo con la ecuación (5.37).

Sustituyendo las coordenadas (5.53) y (5.55) en (5.57), se deduce las ecuaciones de la respuesta forzada.

**Respuesta forzada de la masa suspendida con condiciones iniciales iguales a cero:**

$$\begin{aligned} z_s(t) &= \frac{Z_{11}\beta_{11}}{\omega_1^2} \left\{ \frac{\cos(\omega_a t) - \cos(\omega_1 t)}{1 - \left(\frac{\omega_a}{\omega_1}\right)^2} \right\} + \frac{Z_{11}\beta_{12}}{\omega_1^2} \left\{ \frac{\cos(\omega_r t) - \cos(\omega_1 t)}{1 - \left(\frac{\omega_r}{\omega_1}\right)^2} \right\} \\ &+ \frac{Z_{12}\beta_{21}}{\omega_2^2} \left\{ \frac{\cos(\omega_a t) - \cos(\omega_2 t)}{1 - \left(\frac{\omega_a}{\omega_2}\right)^2} \right\} + \frac{Z_{12}\beta_{22}}{\omega_2^2} \left\{ \frac{\cos(\omega_r t) - \cos(\omega_2 t)}{1 - \left(\frac{\omega_r}{\omega_2}\right)^2} \right\}. \end{aligned} \quad (5.58)$$

**Respuesta forzada de la masa no suspendida con condiciones iniciales iguales a cero:**

$$\begin{aligned} z_u(t) &= \frac{Z_{21}\beta_{11}}{\omega_1^2} \left\{ \frac{\cos(\omega_a t) - \cos(\omega_1 t)}{1 - \left(\frac{\omega_a}{\omega_1}\right)^2} \right\} + \frac{Z_{21}\beta_{12}}{\omega_1^2} \left\{ \frac{\cos(\omega_r t) - \cos(\omega_1 t)}{1 - \left(\frac{\omega_r}{\omega_1}\right)^2} \right\} \\ &+ \frac{Z_{22}\beta_{21}}{\omega_2^2} \left\{ \frac{\cos(\omega_a t) - \cos(\omega_2 t)}{1 - \left(\frac{\omega_a}{\omega_2}\right)^2} \right\} + \frac{Z_{22}\beta_{22}}{\omega_2^2} \left\{ \frac{\cos(\omega_r t) - \cos(\omega_2 t)}{1 - \left(\frac{\omega_r}{\omega_2}\right)^2} \right\}. \end{aligned} \quad (5.59)$$

En las ecuaciones anteriores, es muy evidente la repercusión de las frecuencias naturales del sistema, pues todos los términos de las respuestas forzadas están divididos por la expresión  $1 - \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2$ , la cual puede ser cero indefiniendo el resultado final, cuando las frecuencias de la perturbación y la fuerza de control coinciden con alguna frecuencia natural del sistema, en otras palabras, el sistema entra en resonancia.

En el Apéndice C.5 se reporta la programación en MATLAB<sup>®</sup> de los cálculos del análisis modal.

### 5.2.3 Funciones de transferencia

El objetivo de encontrar las funciones de transferencia de un cuarto de vehículo con una suspensión semi-activa, es describir el comportamiento de las masas en frecuencia. Las funciones de transferencia son importantes para el análisis del sistema en lazo abierto y en lazo cerrado. Además, permiten observar gráficamente la transferencia de la información en el sistema mediante diagramas a bloques.

Las funciones de transferencia se obtienen aplicando la Transformada de Laplace a la ecuación (5.21), suponiendo condiciones iniciales iguales a cero

$$Z_s(s) \left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right) = \frac{k_s}{m_s} Z_u(s) - \frac{1}{m_s} F_a(s), \quad (5.60)$$

$$Z_u(s) \left( s^2 + \frac{k_u}{m_u} + \frac{k_s}{m_u} \right) = \frac{k_s}{m_u} Z_s(s) + \frac{k_u}{m_u} Z_r(s) + \frac{1}{m_u} F_a(s). \quad (5.61)$$

Las ecuaciones (5.60) y (5.61), se pueden considerar como un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas  $Z_s(s)$  y  $Z_u(s)$ , las cuales están en función de  $F_a(s)$  y  $Z_r(s)$ . Entonces, la solución del sistema es

$$Z_s(s) = G_1(s)Z_r(s) - G_3(s)F_a(s) \quad (5.62)$$

$$Z_u(s) = G_2(s)Z_r(s) + G_4(s)F_a(s), \quad (5.63)$$

donde

$$G_1(s) = \frac{Z_s(s)}{Z_r(s)} = \frac{k_u k_s}{(m_s m_u) s^4 + (m_s k_s + m_u k_s + m_s k_u) s^2 + k_s k_u}, \quad (5.64)$$

$$G_2(s) = \frac{Z_u(s)}{Z_r(s)} = \frac{m_s k_u s^2 + k_u k_s}{(m_s m_u) s^4 + (m_s k_s + m_u k_s + m_s k_u) s^2 + k_s k_u}, \quad (5.65)$$

$$G_3(s) = \frac{Z_s(s)}{F_a(s)} = \frac{m_u s^2 + k_u}{(m_s m_u) s^4 + (m_s k_s + m_u k_s + m_s k_u) s^2 + k_s k_u}, \quad (5.66)$$

$$G_4(s) = \frac{Z_u(s)}{F_a(s)} = \frac{m_s s^2}{(m_s m_u) s^4 + (m_s k_s + m_u k_s + m_s k_u) s^2 + k_s k_u}. \quad (5.67)$$

La respuesta forzada del sistema, resulta ser una combinación lineal de dos funciones de transferencia: la primera correspondiente a la relación con la entrada de perturbación ( $Z(s)/Z_r(s)$ ) y la segunda correspondiente a la relación con la entrada de control ( $Z(s)/F_a(s)$ ). Por otra parte, las funciones  $G_1(s)$  y  $G_2(s)$  (ecuaciones (5.64) y (5.65)) son precisamente las funciones de transferencia del sistema en vibración forzada no amortiguada. La deducción de las funciones de transferencia se desarrolla en el Apéndice A.3.

## 5.2.4 Representación en el espacio de los estados

Una tercera representación del sistema en cuestión, después del análisis modal (respuesta en el dominio del tiempo) y las funciones de transferencia (respuesta en el dominio frecuencial), es el espacio de los estados. Es una representación útil en el diseño de controladores lineales y no lineales.

Retomando las ecuaciones de movimiento del sistema forzado de las ecuaciones (3.5) y (3.6), y despejando para las aceleraciones  $\ddot{z}_s$  y  $\ddot{z}_u$  se tiene

$$\ddot{z}_s = -\frac{k_s}{m_s}(z_s - z_u) - \frac{F_a}{m_s}, \quad (5.68)$$

$$\ddot{z}_u = -\frac{k_u}{m_u}(z_u - z_r) + \frac{k_s}{m_s}(z_s - z_u) + \frac{F_a}{m_u}. \quad (5.69)$$



Definiendo las variables de estado del sistema de la forma

$$x_1 = z_s, \quad x_2 = \dot{z}_s, \quad x_3 = z_u, \quad x_4 = \dot{z}_u; \quad (5.70)$$

$$u_1 = z_r, \quad u_2 = F_a; \quad (5.71)$$

luego se derivan las siguientes ecuaciones diferenciales

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (5.72)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{k_s}{m_s}(x_1 - x_3) - \frac{1}{m_s}u_2, \quad (5.73)$$

$$\dot{x}_3 = x_4, \quad (5.74)$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{k_u}{m_u}(x_3 - u_1) + \frac{k_s}{m_s}(x_1 - x_3) + \frac{1}{m_u}u_2. \quad (5.75)$$

Entonces una representación en el espacio de los estados puede ser escrita como

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}} &= A\vec{x} + B\vec{u}, \\ \vec{y} &= C\vec{x} \end{aligned} \quad (5.76)$$

donde  $A$  (matriz de estado 4x4),  $B$  (matriz de entrada 4x2),  $C$  (matriz de salida 2x4),  $\vec{x}$  (vector de estados dimensión 4),  $y$  (vector de salidas dimensión 2) están dados como sigue

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, \quad \dot{\vec{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix}, \quad \vec{y} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \vec{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}; \quad (5.77)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s}{m_s} & 0 & \frac{k_s}{m_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_u} & 0 & -\frac{k_s}{m_u} - \frac{k_u}{m_u} & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.78)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m_s} \\ 0 & 0 \\ \frac{k_u}{m_u} & \frac{1}{m_u} \end{bmatrix}, \quad (5.79)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.80)$$

### 5.2.5 Simulaciones numéricas

Las siguientes simulaciones numéricas tienen el objetivo de evaluar los modelos encontrados en el dominio del tiempo (modal), dominio frecuencial (funciones de transferencia) y en el espacio de los estados. Los parámetros de la suspensión se definen en la tabla 3.10. La entrada de control  $F_a$  es una señal senoidal con frecuencia de trabajo en  $f_a = 2Hz$  con amplitud de  $U = 100N$ , de acuerdo con la fuerza mínima caracterizada experimentalmente en el capítulo 4.

$$F_a(t) = U \cos(\omega_a t) = U \cos(2\pi f_a t) = 100 \cos(4\pi t). \quad (5.81)$$

- ✓ **Análisis modal.** Las ecuaciones (5.58) y (5.59) se programan en líneas de comandos de MATLAB<sup>®</sup>, el código se presenta en el Apéndice C.5.
- ✓ **Funciones de transferencia.** Las funciones de transferencia de las ecuaciones (5.62) y (5.63) se simulan en el entorno de Simulink<sup>®</sup>, utilizando el bloque *Transfer Fcn*. La figura del Apéndice B.7 muestra el modelo en el dominio frecuencial del sistema.
- ✓ **Espacio de los estados.** La representación del sistema en el espacio de los estados se simula con el bloque *State-Space* de Simulink<sup>®</sup> (figura del Apéndice B.6), las matrices se definen con las siguientes líneas de comandos

```
%Modelado en el espacio de los estados
ms=100; %(Kg)
mu=27.8; %(Kg)
Ks=18775; %(N/m)
Ku=148288.6; %(N/m)

A=[0 1 0 0; -Ks/ms 0 Ks/ms 0; 0 0 0 1; Ks/mu 0 -Ks/mu-Ku/mu 0];
B=[0 0; 0 -1/ms; 0 0; Ku/mu 1/mu];
C=[1 0 0 0; 0 0 1 0];
D=[0 0; 0 0];
```

- ✓ **Diagrama a bloques de Simulink<sup>®</sup>.** Un modelo más se presenta en la figura del Apéndice B.1, utilizando los bloques de control en Simulink<sup>®</sup>. Este modelo es utilizado para las simulaciones posteriores.

### Gráficos logarítmicos de magnitud (Pseudo-Bode)

Los resultados del análisis de vibración forzada (así como las posteriores simulaciones) se reportan en el dominio de la frecuencia, a partir de una función descriptiva de la respuesta a una entrada senoidal cuya frecuencia se varia en un rango determinado. En Félix-Herrán (2006); Savaresi *et al.* (2010), se utiliza un gráfico logarítmico de magnitud en decibelios (dB) para sistemas no lineales y lineales, conocido como *Pseudo-Bode*. El procedimiento 5.2.5 para obtener dicho gráfico es el siguiente.

- ✓ Se define una entrada de perturbación  $z_r(t) = Z_r \cos(2\pi ft)$  senoidal al sistema durante  $P$  periodos, donde  $Z_r = 0.01m$ ,  $f \in [f_{min}, f_{max}]$ ,  $t \in [P/f_{max}, P/f_{min}]$  con  $P$  un número natural mayor que 1.
  
- ✓ La magnitud de la respuesta en estado estable se calcula luego de  $P$  periodos de simulación de la señal de perturbación  $z_r(t)$ , en el rango de frecuencias de  $[1, 30]Hz$  en incrementos de  $0.1Hz$ . El número de periodos se fija en 10.
  
- ✓ Para cada frecuencia de prueba  $f$ , se calcula la respuesta en estado estable y se obtiene la magnitud logarítmica de la transmisibilidad del movimiento vertical como  $20\log(Z_{i_{estable}}/Z_r)$ . Luego los resultados se grafican contra  $f$  en un plano semi-logarítmico.

La programación del procedimiento anterior en comandos de MATLAB se reporta en el Apéndice C.6.

La figura 5.3 muestra los resultados de la simulación numérica y el análisis modal. Estos gráficos corresponden a la respuesta en frecuencia del sistema en vibración forzada, amortiguada de forma sinusoidal. Como se observa, los resultados de los diferentes modelos presentados en este proyecto de tesis son similares entre sí, posicionándose una respuesta sobre otra. En otras palabras, el resultado del análisis teórico modal es similar a los resultados en simulación obtenidos mediante MATLAB<sup>®</sup>, validando de esta forma el modelo implementado en bloques de Simulink<sup>®</sup> de la figura del Apéndice B.1.

En la respuesta de la masa suspendida (gráfico superior de la figura 5.3) se observa una magnitud máxima aproximadamente en la primera frecuencia natural ( $f_1 = 2.05Hz$ ), *asociada a la masa suspendida*. También presenta una componente de menor magnitud en la segunda frecuencia natural ( $f_2 = 12.36Hz$ ), *asociada a la masa no suspendida*. Análogamente, en la respuesta de la masa no suspendida (gráfico medio de la figura 5.3) se presenta una magnitud máxima aproximadamente en la segunda frecuencia natural y otra menor en la primera. Estos resultados son congruentes con el cálculo de la respuesta armónica de la sección 5.1.2.

Por otra parte, la respuesta en frecuencia de la deflexión del neumático dado por la diferencia de la respuesta de la masa no suspendida y la entrada de perturbación ( $z_u(t) - z_r(t)$ , gráfico inferior de la figura 5.3), se ha calculado debido a su importancia cuando se establece como objetivo de control la estabilidad en la conducción (*road-holding*); esta respuesta presenta un máximo en la segunda frecuencia natural similar a la respuesta de la masa no suspendida.

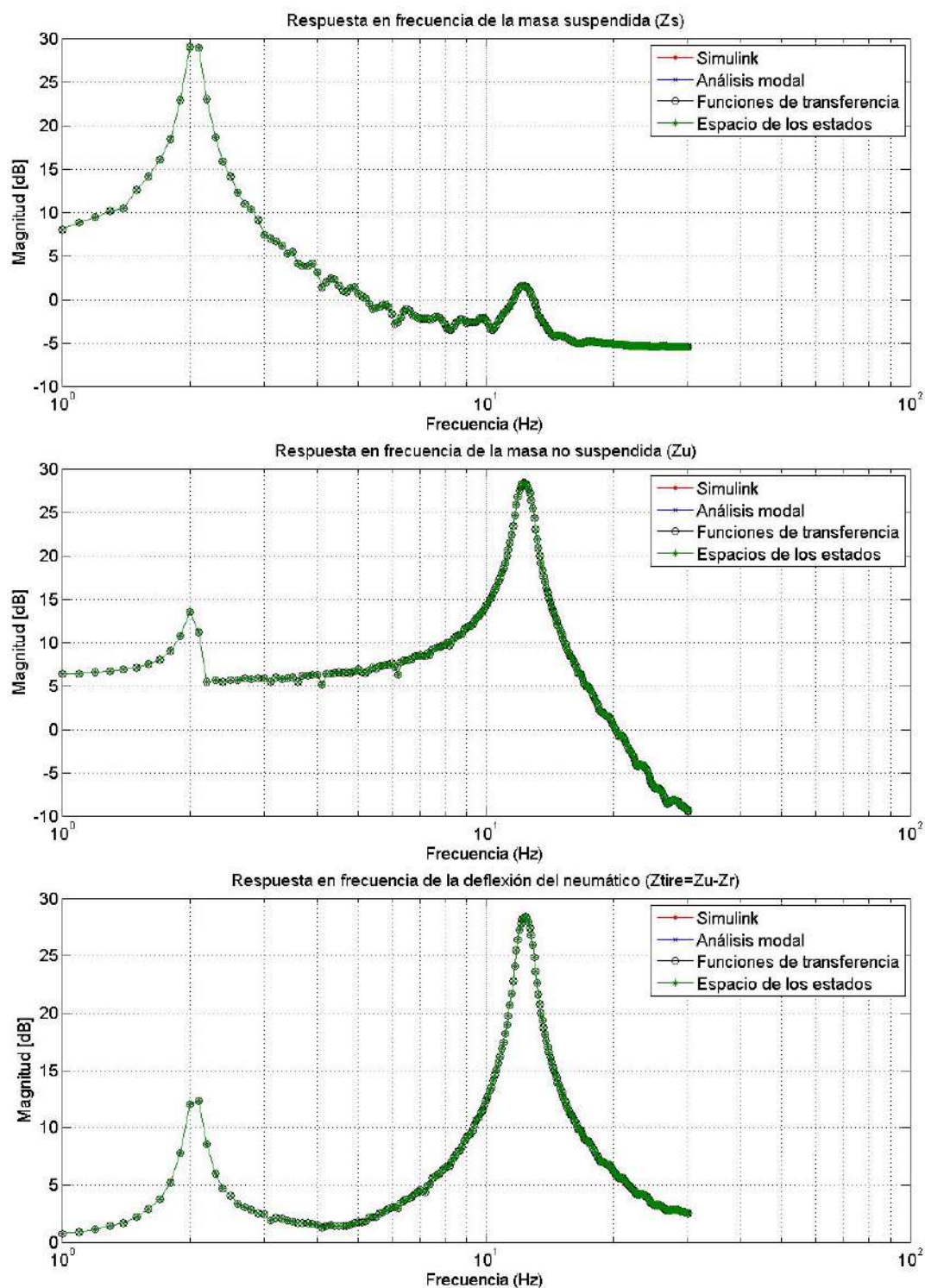


Figura 5.3: Comparación de la respuesta en frecuencia del sistema en vibración forzada con amortiguamiento senoidal utilizando los modelos: (1) teórico por análisis modal, (2) en funciones de transferencia, (3) en espacio de los estados y (4) en bloques de Simulink<sup>®</sup>.

### 5.3 Vibración forzada con amortiguamiento semi-activo

Esta sección corresponde al estudio de un cuarto de automóvil con el amortiguador MR RD-8040-1 de LORD Corporation<sup>®</sup>, el cual se ha presentado en el capítulo 4.

El sistema se describe nuevamente por la ecuación (5.21) o (5.22), sin embargo, la fuerza semi-activa de control  $F_a$  ahora se modela utilizando el modelo polinomial del amortiguador MR descrito por ecuación (4.2) y la tabla 4.6. La figura 5.4 muestra el sistema en lazo cerrado con el modelo del amortiguador MR acoplado al modelo de un cuarto de automóvil.

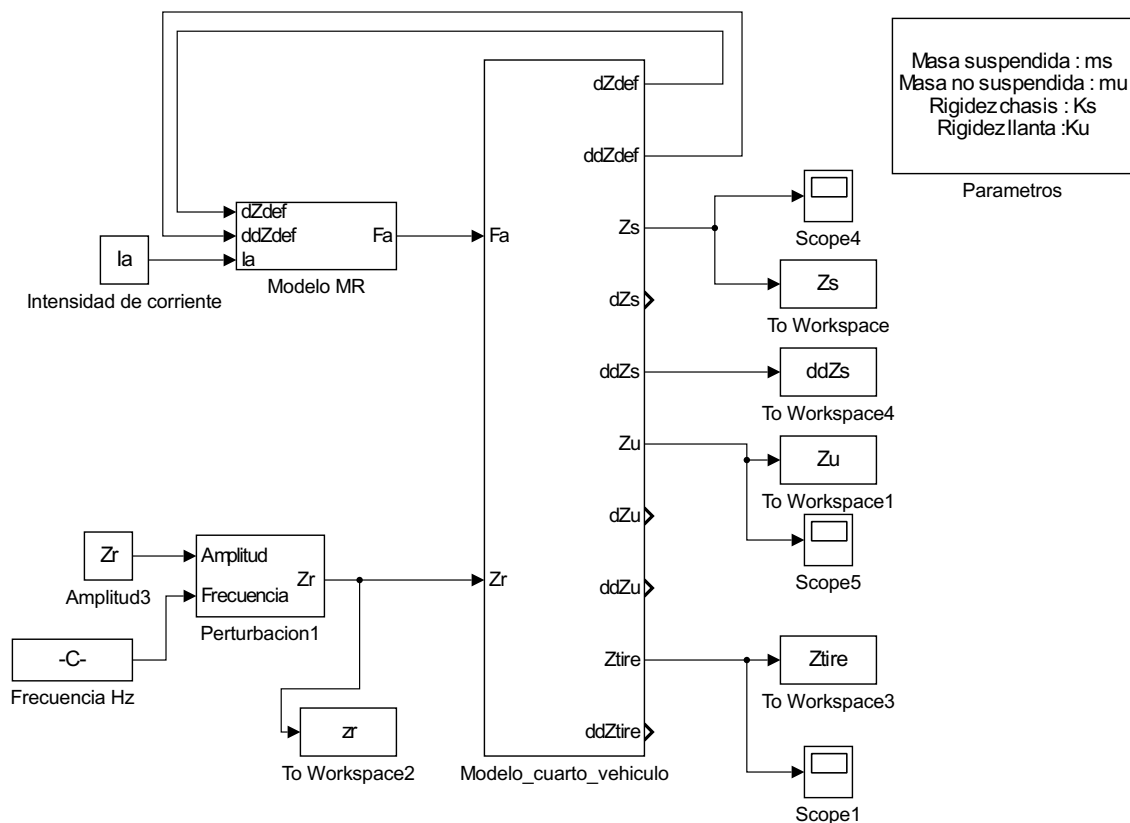


Figura 5.4: Modelo en Simulink<sup>®</sup> de un cuarto de automóvil con suspensión semi-activa utilizando el modelo polinomial del amortiguador MR propuesto en el capítulo 4.

#### 5.3.1 Respuesta en frecuencia variando la corriente de control

Los resultados de la simulación se calcularon aplicando el procedimiento 5.2.5, los cuales se presentan en la figura 5.5, definiendo la intensidad de corriente del amortiguador MR en los valores de 0A, 241mA, 530mA, 750mA, 1A y 2A; la programación se reporta en el Apéndice C.7.

En la figura 5.5 se puede observar que, con el incremento de la corriente de alimentación (y consecuentemente el incremento de la fuerza de amortiguamiento), la magnitud de la respuesta en las frecuencias naturales disminuye.

Sin embargo, la respuesta de la masa suspendida (gráfico superior de la figura 5.5) se incrementa en frecuencias diferentes a las dos frecuencias naturales. Esta característica se observa mejor en la respuesta de la aceleración de la masa suspendida (segundo gráfico de la figura 5.5).

Por otro lado, la respuesta de la masa no suspendida (tercer gráfico de la figura 5.5) se incrementa con la corriente sólo en una banda de frecuencias aproximada entre las dos frecuencias naturales, mientras que para cualquier otra frecuencia la magnitud disminuye. De forma similar sucede con la deflexión del neumático (gráfico inferior de la figura 5.5).

Cabe señalar, que los máximos de las magnitudes de todas las respuestas presentan un corrimiento a la izquierda, es decir, las frecuencias naturales del sistema disminuyen en magnitud. A estas nuevas frecuencias naturales se les conoce como frecuencias naturales amortiguadas.

## 5.4 Sumario

- ✓ Se presentó el modelo de un cuarto de automóvil con suspensión pasiva sin amortiguamiento, cuyas frecuencias naturales son  $f_1 = 2.0509Hz$  y  $f_2 = 12.3601Hz$ .
- ✓ Se presentó un modelo en bloques de Simulink<sup>®</sup> de un cuarto de automóvil con suspensión semi-activa en lazo abierto, el cual fue validado comparando los resultados de la simulación con los resultados de un modelo en el espacio de los estados y otro en funciones de transferencia. Además, el modelo en Simulink<sup>®</sup> fue validado de forma analítica por un análisis modal.
- ✓ Se expuso un modelo del sistema completo, acoplando el modelo obtenido en Simulink<sup>®</sup> con el modelo polinomial del amortiguador MR expuesto en el capítulo 4. También se calculó la respuesta en frecuencia del sistema resultante con diferentes entradas de corriente de control del actuador, mostrando claramente la problemática que existe en la sintonización de un amortiguamiento no controlado (pasivo), ver figura 5.5.
- ✓ Desde este punto, los gráficos de la respuesta de la aceleración de la masa suspendida y de la deflexión del neumático serán las herramientas de comparación de control semi-activo, siendo la primera para el control orientado al objetivo de *confort* y la segunda para el control orientado al *road-holding*.

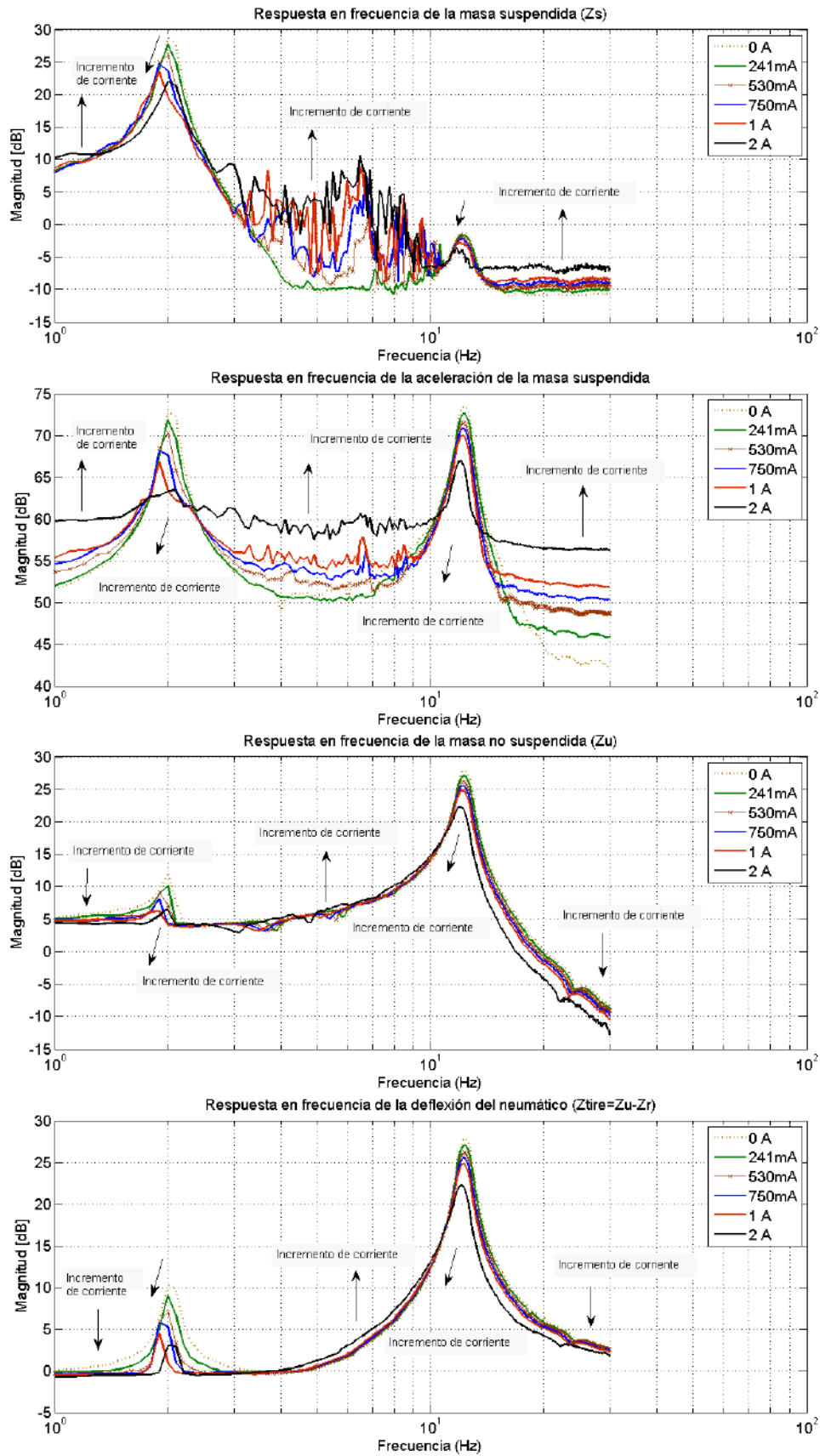


Figura 5.5: Comparación de la respuesta en frecuencia en vibración forzada con amortiguamiento semi-activo a diferentes entradas de corriente ( $I_a$ ).





# Capítulo 6

## Control de la suspensión semi-activa

En este capítulo, se presenta la implementación en simulación de cuatro diferentes leyes de control semi-activo. El objetivo de desarrollo, es observar las mejoras del rendimiento de la suspensión semi-activa propuesta con respecto a una suspensión pasiva. En la primera sección se detalla el método utilizado para la comparación de las leyes de control, el procedimiento consiste en calcular los índices de rendimiento de la suspensión automotriz del *comfort* y el *road-holding*. Las siguientes cinco secciones corresponden al desarrollo del control *Skyhook*, *Groundhook*, *híbrido Skyhook-Groundhook* y una nueva propuesta presentada en este trabajo: *modal PAF*. Por último se presenta un análisis de los resultados obtenidos en frecuencia y en el dominio del tiempo.

### 6.1 Índices de rendimiento de la suspensión semi-activa

En [Savaresi et al. \(2010\)](#), se definen los índices de rendimiento de una suspensión basados en la respuesta en frecuencia de la aceleración de la masa suspendida ( $\ddot{z}_s$ ) y la deflexión del neumático ( $z_{def} = z_u - z_r$ ). Estos índices involucran una integral definida en el intervalo de frecuencias  $[f_{min}, f_{max}]$ , de una función continua; sin embargo, en este trabajo se proponen los índices de rendimiento en forma discreta como sigue.

**Índices de rendimiento de una suspensión (forma discreta).** Definiendo la sucesión  $J : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$J(X, f_{min}, f_{max}) = \sum_{i=1}^n [X(f_i^*)]^2 \Delta f_i \quad (6.1)$$

donde la sucesión  $X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  corresponde a la respuesta en frecuencia en cuestión,  $n$  número de subintervalos de la misma longitud del intervalo de frecuencias  $[f_{min}, f_{max}]$ ,  $f_i^*$  punto final en el  $i$ -ésimo subintervalo dado como

$$f_i^* = f_i + i \left( \frac{f_{max} - f_{min}}{n} \right), \quad (6.2)$$

y  $\Delta f_i$  longitud del  $i$ -ésimo subintervalo definido en la ecuación (6.3).

$$\Delta f_i = \frac{f_{max} - f_{min}}{n} \quad (6.3)$$

Sustituyendo las ecuaciones (6.2) y (6.3) en (6.1) se tiene

$$J(X, f_{min}, f_{max}) = \frac{f_{max} - f_{min}}{n} \sum_{i=1}^n \left\{ X \left( f_{min} + i \frac{f_{max} - f_{min}}{n} \right) \right\}^2. \quad (6.4)$$

La expresión (6.4) es una versión discretizada de la función  $J : \Re x \Re x \Re \rightarrow \Re$  expuesta en Savaresi *et al.* (2010)

$$J(X, f_{min}, f_{max}) = \int_{f_{min}}^{f_{max}} |X(f)|^2 df \quad (6.5)$$

donde  $X(f)$  representa la respuesta continua en frecuencia en cuestión en el intervalo de frecuencias  $[f_{min}, f_{max}]$ .

Nuevamente considerando la versión discretizada de la función  $J(X, f_{min}, f_{max})$  propuesta en la ecuación (6.4), los índices de rendimiento para los objetivos de **comfort** y **road-holding** (estabilidad en la conducción) se redefinen respectivamente en este trabajo como

✓ *Índice de confort (comodidad):*

$$I_c = \frac{J(\ddot{Z}^{nom}(f), 1, 30)}{J(\ddot{Z}(f), 1, 30)} \quad (6.6)$$

✓ *Índice de road-holding (estabilidad):*

$$I_{rh} = \frac{J(Z_{def}^{nom}(f), 1, 30)}{J(Z_{def}(f), 1, 30)} \quad (6.7)$$

donde  $\ddot{Z}(f)$  y  $Z_{def}(f)$  son sucesiones (vectores) correspondientes a la respuesta en frecuencia de la suspensión con control, mientras que  $\ddot{Z}^{nom}(f)$  y  $Z_{def}^{nom}(f)$  son sucesiones correspondientes a la respuesta de la suspensión sin control (flujo corriente nominal de control del amortiguador MR definida en 341mA).

Los índices describen el rendimiento de la suspensión controlada de la siguiente forma:

- ✓ si  $I_c > 1$  significa que la suspensión semi-activa provee mayor confort, pero si  $I_c \leq 1$  sucede lo contrario.
- ✓ si  $I_{rh} > 1$  significa que la suspensión semi-activa provee mejor estabilidad, pero si  $I_{rh} \leq 1$  sucede lo contrario.

## 6.2 Controladores SH, GH, híbrido SH-GH

Se han expuesto en la Sección 2.5 3 algoritmos de control semi-activo que se han implementado en el área del Control Estructural (CE): *Skyhook (SH)*, *Groundhook (GH)*, *híbrido Skyhook-Groundhook*. De acuerdo a los objetivos del control estos se pueden clasificar rápidamente de la siguiente forma

- ✓ Control orientado al **confort**: *Skyhook*.
- ✓ Control orientado al **road-holding**: *Groundhook*.
- ✓ Control **moderno** para mejorar el confort y la estabilidad: *Skyhook-Groundhook*.

A continuación se presenta el desarrollo de cada uno de ellos, así como la implementación en el entorno de simulación a bloques de Simulink/MatLab®.

### 6.2.1 Control Skyhook

La estrategia ideal de control SH consiste en colocar un elemento de amortiguamiento viscoso  $c_{sh}$  entre la masa suspendida y un punto en el "cielo", figura 2.15. Ya que esto no es técnicamente posible, el rendimiento resultante si se puede aproximar con una suspensión semi-activa. Para lograrlo primero se analiza el comportamiento con control ideal deseado en el sistema de suspensión.

#### Rendimiento ideal de la suspensión

Retomando las ecuaciones de movimiento (2.1), se define ahora la velocidad de la deflexión de la suspensión como

$$\dot{z}_{def} = \dot{z}_s - \dot{z}_u \quad (6.8)$$

donde  $\dot{z}_s$  y  $\dot{z}_u$  son las velocidades de las masas suspendida y no suspendida respectivamente.

El signo de  $\dot{z}_{def}$  depende del movimiento de las masas de la siguiente forma,

- ✓  $\dot{z}_{def} > 0$  (suspensión en tensión) cuando se presenta una separación entre las masas, es decir  $\dot{z}_s > \dot{z}_u$ ,
- ✓  $\dot{z}_{def} < 0$  (suspensión en compresión) cuando se presenta un acercamiento entre las masas, es decir  $\dot{z}_s < \dot{z}_u$ .

Si se considera específicamente el estado de la velocidad de la masa suspendida, pueden tomarse en cuenta dos estados más, cuando  $\dot{z}_s > 0$  y  $\dot{z}_s < 0$ .

La estrategia de control aproximada con una suspensión semi-activa MR, se puede obtener realizando una comparación del comportamiento de una suspensión pasiva y una suspensión con amortiguamiento SH ideal, figura 6.1.

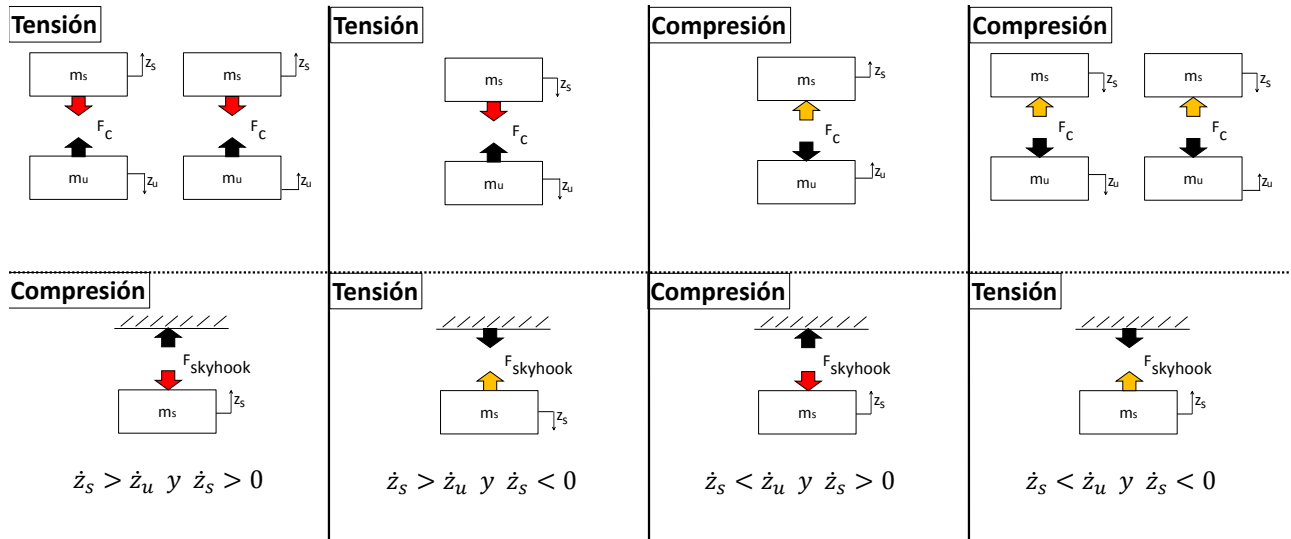


Figura 6.1: Comparación entre amortiguamiento pasivo y Skyhook ideal.

### Control Skyhook utilizando un amortiguador MR

De la figura 6.1, se puede notar que el amortiguamiento pasivo **sólo es congruente** con el amortiguamiento SH cuando  $\dot{z}_s > \dot{z}_u$  y  $\dot{z}_s > 0$ , y cuando  $\dot{z}_s < \dot{z}_u$  y  $\dot{z}_s < 0$ , en otras palabras el amortiguamiento pasivo es similar al SH sólo cuando se cumple que  $\dot{z}_{def}\dot{z}_s > 0$ . En cualquier otro caso, la fuerza SH debe aplicarse a la masa suspendida en dirección contraria a la desarrollada de forma pasiva, lo cual podría implicar el uso de una suspensión activa. Sin embargo, una alternativa para la implementación con suspensiones MR es ajustar la fuerza de amortiguamiento al mínimo. Entonces, la ley de control utilizando un amortiguador MR se define como

$$F_{SH} = \begin{cases} F_{max} & \text{si } \dot{z}_{def}\dot{z}_s \geq 0 \\ F_{min} & \text{si } \dot{z}_{def}\dot{z}_s < 0 \end{cases} \quad (6.9)$$

donde  $F_{max}$  y  $F_{min}$  son las fuerzas de amortiguamiento desarrolladas por el amortiguador MR a corrientes  $I_{max}$  y  $I_{min}$  respectivamente.

Consecuentemente, en este proyecto de tesis, la corriente de control del amortiguador se rige por la siguiente ecuación

$$I_{SH} = \begin{cases} I_{max} & \text{si } \dot{z}_{def}\dot{z}_s \geq 0 \\ I_{min} & \text{si } \dot{z}_{def}\dot{z}_s < 0 \end{cases} \quad (6.10)$$

con  $I_{max} = 750mA$  y  $I_{min} = 0A$ .

Las figuras 6.2 y 6.3 muestran la implementación en diagrama a bloques del controlador SH.

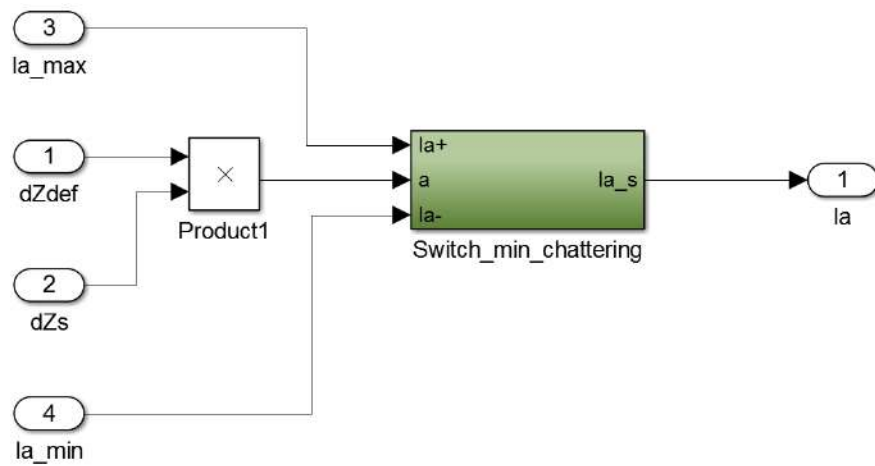


Figura 6.2: Controlador Skyhook con reducción de chattering.

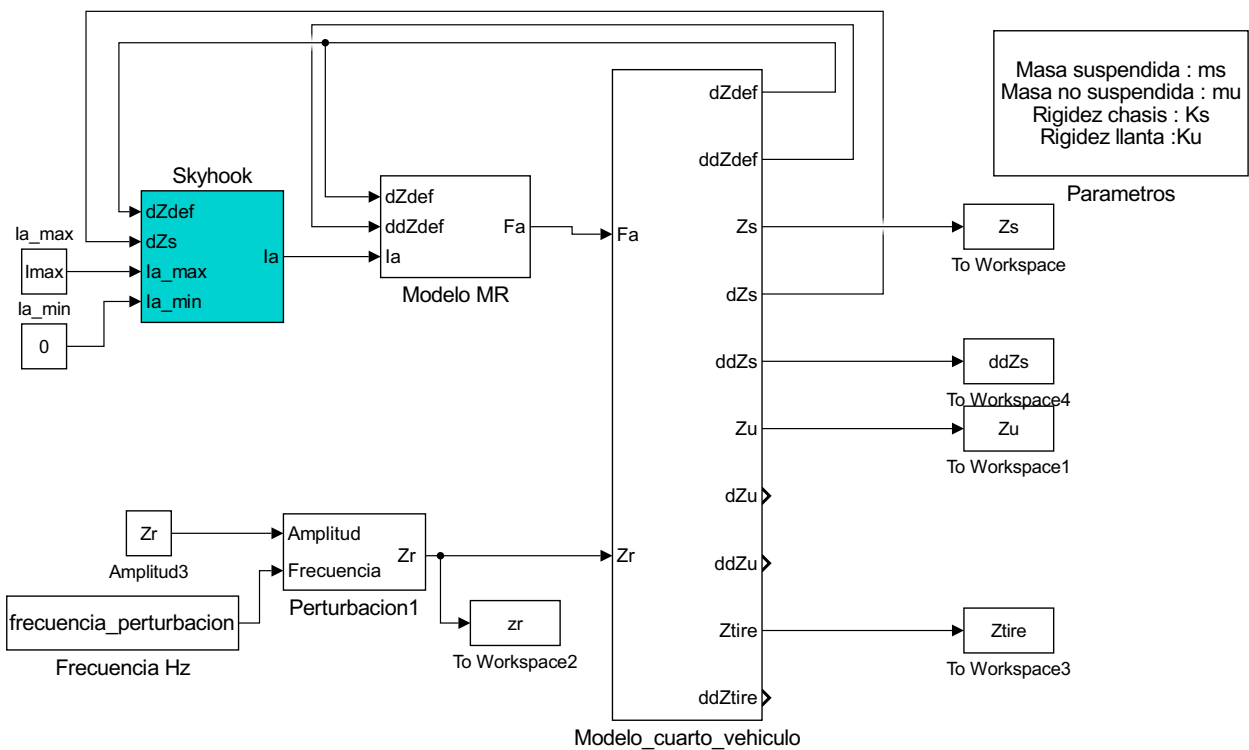


Figura 6.3: Control Skyhook utilizando el modelo de un cuarto de automóvil con suspensión MR.

### 6.2.2 Respuesta en frecuencia de la suspensión controlada

Se realizan simulaciones numéricas para obtener la respuesta de la aceleración de la masa suspendida, así como la deflexión del neumático utilizando el controlador SH.

La figura 6.4 muestra la comparación de la respuesta del sistema usando el controlador SH, contra las respuestas con máxima y mínima corriente de amortiguamiento; la respuesta se obtuvo utilizando nuevamente el procedimiento 5.2.5.

De la figura 6.4 se pueden obtener las siguientes observaciones:

- ✓ El controlador SH, muestra mejoras en la respuesta de la aceleración de la masa suspendida en las frecuencias resonantes, existiendo una similitud con máxima corriente eléctrica.
- ✓ Además, se muestran algunas mejoras en la respuesta de la aceleración de la masa suspendida en frecuencias diferentes a las resonantes, lo cual hace contraste con la respuesta a corriente máxima.
- ✓ Respecto a la respuesta de la deflexión, también existen mejoras importantes en las frecuencias resonantes, lo cual no repercute significativamente en la estabilidad del automóvil.
- ✓ La respuesta de la deflexión entre frecuencias resonantes, no se vió afectada considerablemente por el controlador.

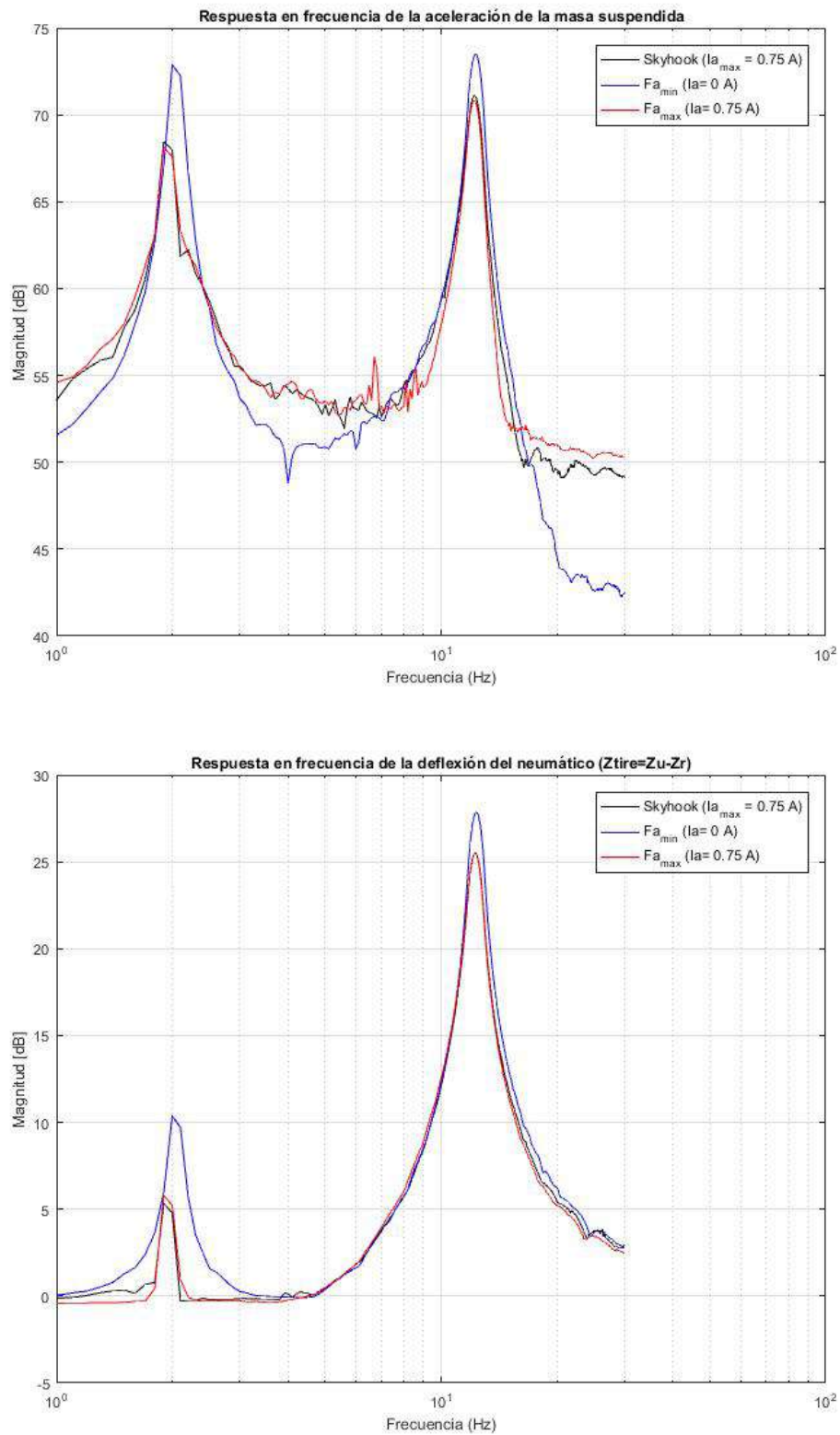


Figura 6.4: Comparación de la respuesta del sistema con control Skyhook. Objetivo de control: mejora del confort.

### 6.2.3 Control Groundhook

El control ideal GH considera un amortiguador viscoso colocado entre la masa no suspendida y la "tierra", figura 2.16. El rendimiento resultante de la suspensión también es posible aproximarlo con la suspensión MR propuesta. Es importante señalar que, la versión más común de esta estrategia reportada en el estado del arte (sección 2.5.2) involucra el cálculo de la velocidad de la deflexión del neumático,  $\dot{z}_{def}^{tire} = \dot{z}_u - \dot{z}_r$ , donde nuevamente  $z_u$  y  $z_r$  son de forma respectiva los desplazamientos de la masa no suspendida y de la perturbación del sistema. Esta última variable supone la medición del perfil de la vibración derivada por las irregularidades del camino, lo cual en este trabajo se considera como imposible.

Sin embargo, una estrategia alternativa se propone en este trabajo sin pérdida de la generalidad, considerando la medición de la deflexión de la suspensión,  $\dot{z}_{def}$ , y el desplazamiento de la masa no suspendida,  $\dot{z}_u$ . Para derivar la ley de control, un análisis del comportamiento del amortiguador ideal GH es llevado a cabo de forma similar al control SH.

#### Rendimiento ideal de la suspensión

El rendimiento ideal del controlador GH está ahora definido por la velocidad de la masa no suspendida, tomando en cuenta dos estados del sistema:  $\dot{z}_u > 0$  y  $\dot{z}_u < 0$ . Una comparación del comportamiento de la suspensión con amortiguamiento pasivo e ideal GH se presenta en la figura 6.5.

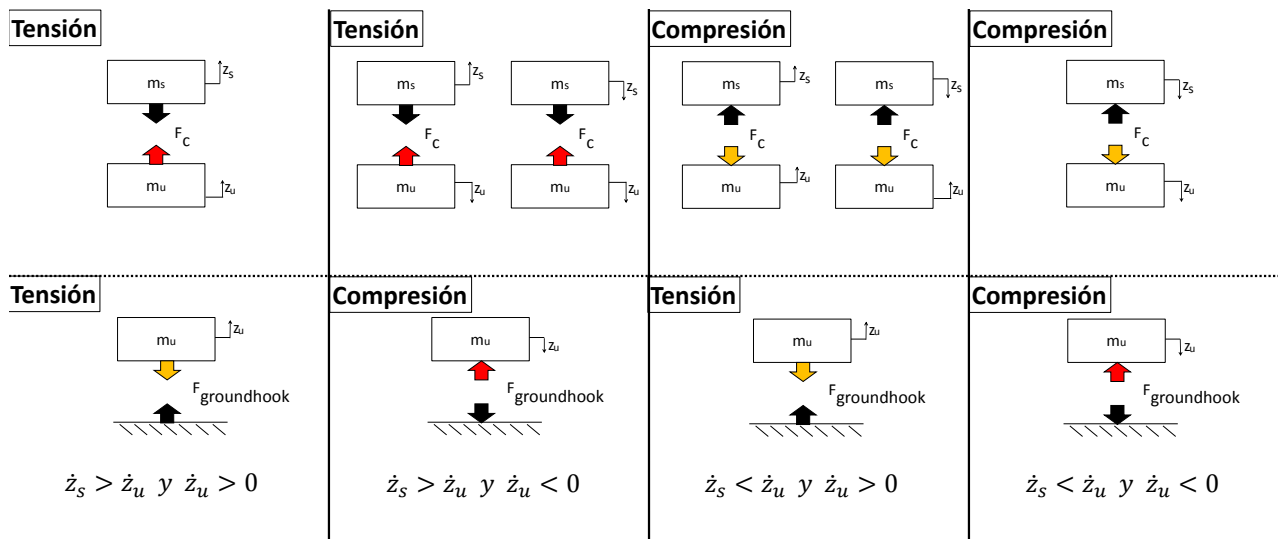


Figura 6.5: Comparación entre amortiguamiento pasivo y Groundhook ideal.



### Control Groundhook utilizando un amortiguador MR

De la figura 6.5, se puede notar que el amortiguamiento pasivo **sólo es congruente** con el amortiguamiento GH cuando  $\dot{z}_s > \dot{z}_u$  y  $\dot{z}_u < 0$ , y cuando  $\dot{z}_s < \dot{z}_u$  y  $\dot{z}_u > 0$ , o bien el amortiguamiento pasivo es similar al GH sólo cuando se cumple que  $\dot{z}_{def}\dot{z}_u < 0$ . En cualquier otro caso, la fuerza GH debe aplicarse a la masa suspendida en dirección contraria a la desarrollada de forma pasiva. Para la implementación con suspensiones MR esto se aproxima con el ajuste de la fuerza de amortiguamiento al mínimo. Entonces, la ley de control GH utilizando un amortiguador MR se define como

$$F_{GH} = \begin{cases} F_{max} & \text{si } \dot{z}_{def}\dot{z}_u < 0 \\ F_{min} & \text{si } \dot{z}_{def}\dot{z}_u \geq 0 \end{cases}. \quad (6.11)$$

Entonces en este trabajo, la corriente de control del amortiguador MR se rige por la siguiente ecuación

$$I_{GH} = \begin{cases} I_{max} & \text{si } \dot{z}_{def}\dot{z}_u < 0 \\ I_{min} & \text{si } \dot{z}_{def}\dot{z}_u \geq 0 \end{cases}. \quad (6.12)$$

con  $I_{max}=750mA$  y  $I_{min} = 0A$ .

Las figuras 6.6 y 6.7 muestran la implementación del controlador GH en el entorno de simulación Simulink/Matlab<sup>®</sup>.

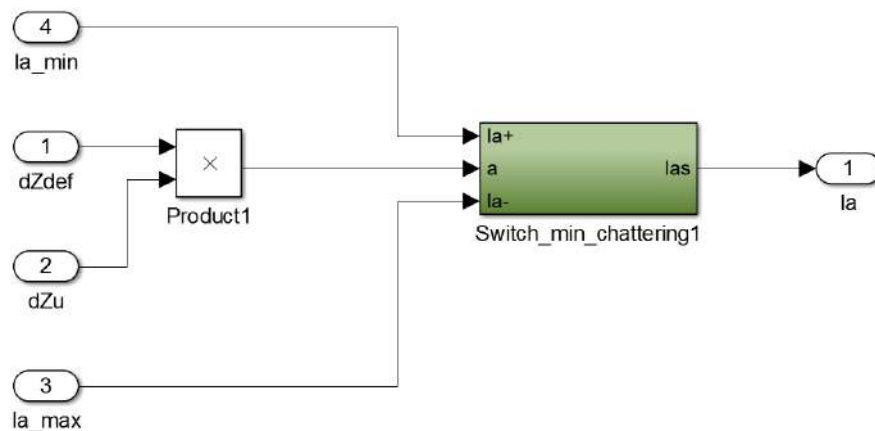


Figura 6.6: Controlador Groundhook con reducción de chattering.

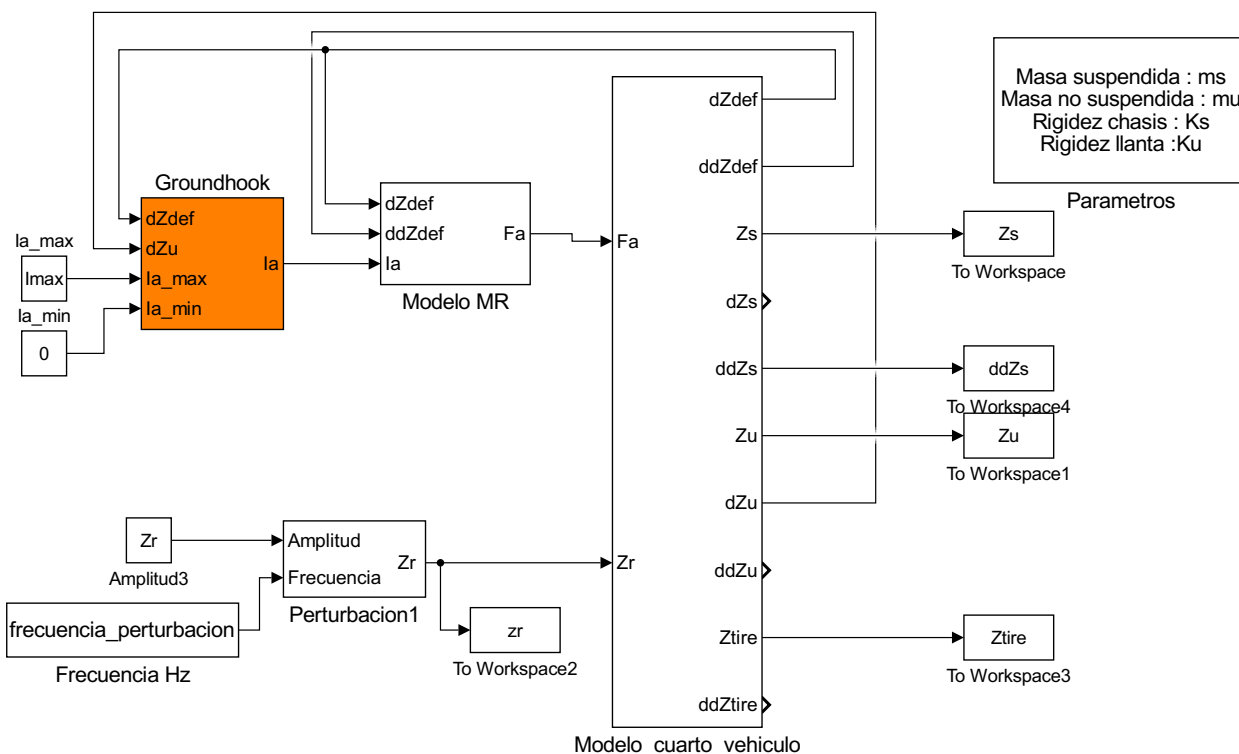


Figura 6.7: Control Groundhook utilizando el modelo de un cuarto de automóvil con suspensión MR.

### 6.2.4 Respuesta en frecuencia de la suspensión controlada

La figura 6.8 muestra la comparación de la respuesta del sistema usando el controlador GH, contra las respuestas con máxima y mínima corriente de amortiguamiento.

De la figura 6.8 se pueden obtener las siguientes observaciones:

- ✓ El controlador GH, muestra mejoras en la respuesta de la deflexión del neumático en la segunda frecuencia natural ( $\omega_2$ ), existiendo una similitud con máxima corriente eléctrica.
- ✓ Sin embargo, la respuesta de la aceleración de la masa suspendida se ve afectada en la primera frecuencia natural ( $\omega_1$ ), lo cual hace contraste con la respuesta a corriente máxima. De acuerdo con la teoría consultada, este comportamiento se esperaba utilizando el controlador GH.

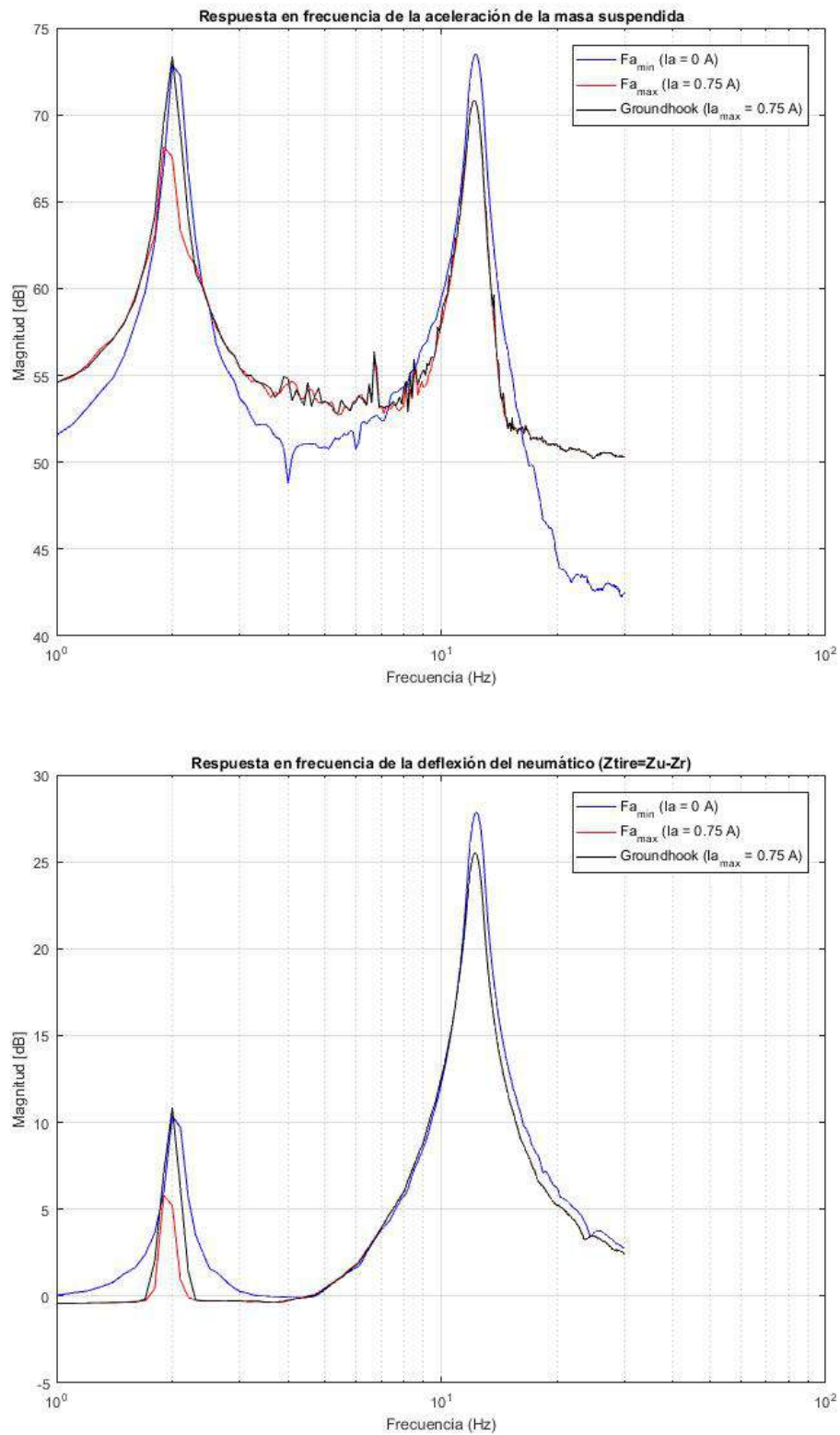


Figura 6.8: Comparación de la respuesta del sistema con control Groundhook. Objetivo de control: mejora de la estabilidad (road-holding).

### 6.2.5 Control Skyhook-Groundhook

Como parte de los algoritmos de control híbridos para mejorar el confort y el road-holding, se presenta el algoritmo Skyhook-Groundhook, el cual es una combinacional lineal de los controladores SH y GH como lo muestra la ecuación (2.34). La constante  $\alpha$  es un factor de ponderación entre el objetivo de control y el road-holding (o bien entre SH y GH) que se varía en el rango  $[0, 1]$ . Cuando este factor toma valores menores a 0.5 el controlador busca mejorar el road-holding dando mayor peso al control GH, en contraste, si el factor es mayor a 0.5 busca mejorar el confort dando mayor peso al control SH. En un contexto intermedio, si el factor es igual a 0.5 la ponderación es similar en ambos objetivos. En este trabajo, la constante  $\alpha$  se ajusta de forma heurística teniendo en cuenta la problemática de la incompatibilidad de los objetivos de control mencionada anteriormente como parte del planteamiento del problema: si el control es orientado a un objetivo específico de control (confort o road-holding), el rendimiento de la suspensión respecto al otro objetivo disminuye.

#### Control SH-GH utilizando un amortiguador MR

La estrategia de control híbrida utilizando un amortiguador MR, está compuesta de las ecuaciones (6.10) y (6.12) correspondientes a los controladores de corriente SH y GH de la siguiente forma,

$$I_{hyb} = \alpha I_{SH} + (1 - \alpha) I_{GH}, \quad (6.13)$$

la implementación en diagrama a bloques en el entorno de Simulink/Matlab<sup>®</sup> se muestra en las figuras 6.9 y 6.10.

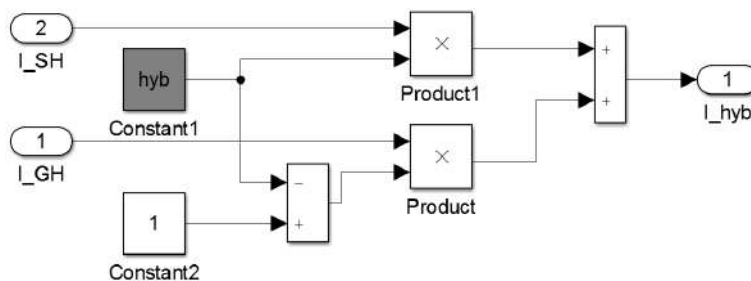


Figura 6.9: Controlador híbrido SH-GH.

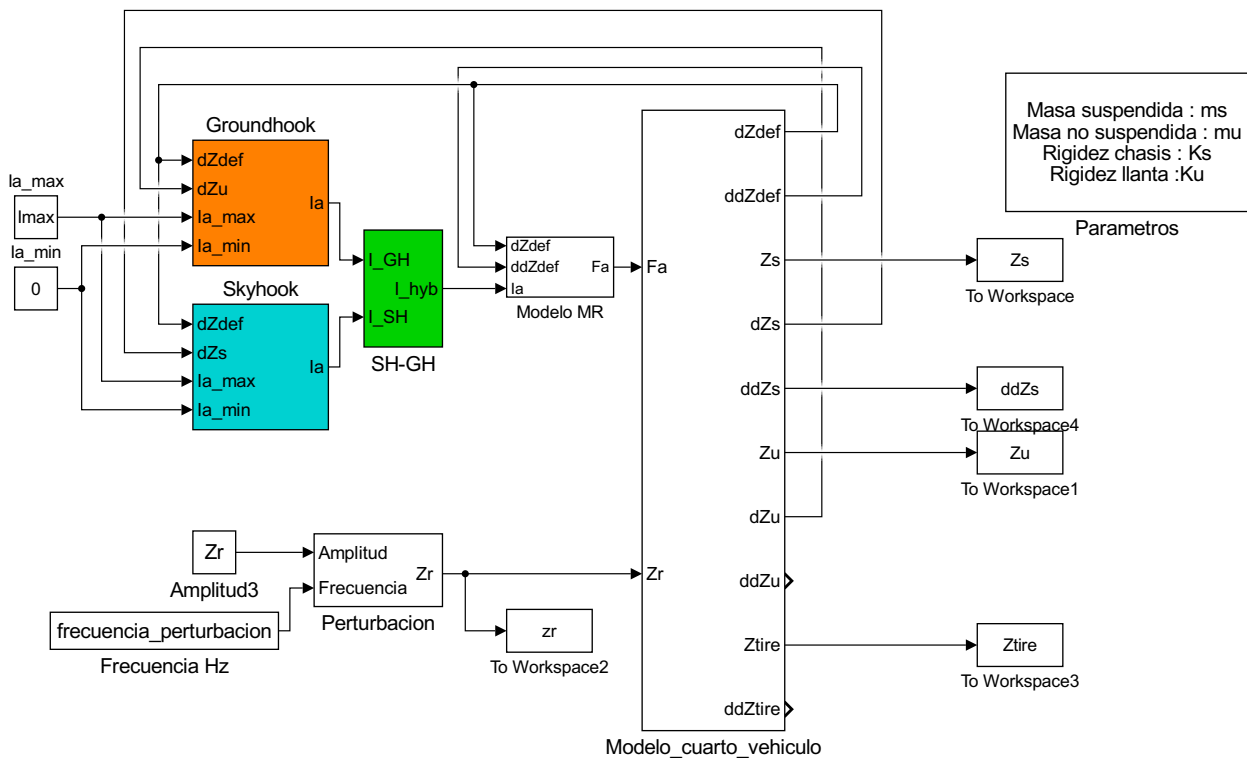


Figura 6.10: Control híbrido SH-GH utilizando el modelo de un cuarto de automóvil con suspensión MR.

### 6.2.6 Respuesta en frecuencia de la suspensión controlada

La figura 6.11 muestra la comparación de la respuesta del sistema con el controlador híbrido SH-GH, utilizando diferentes factores de ponderación del control ( $\alpha$ ).

De la figura 6.11 se pueden obtener las siguientes observaciones:

- ✓ El incremento del factor de ponderación  $\alpha$  del controlador híbrido SH-GH, muestra mejoras en la respuesta de la aceleración de la masa suspendida en la primera frecuencia natural, mientras que en la segunda frecuencia natural la respuesta no se ve afectada significativamente.
- ✓ Respecto a la respuesta de la deflexión del neumático, sucede un comportamiento similar al de la aceleración de la masa suspendida.

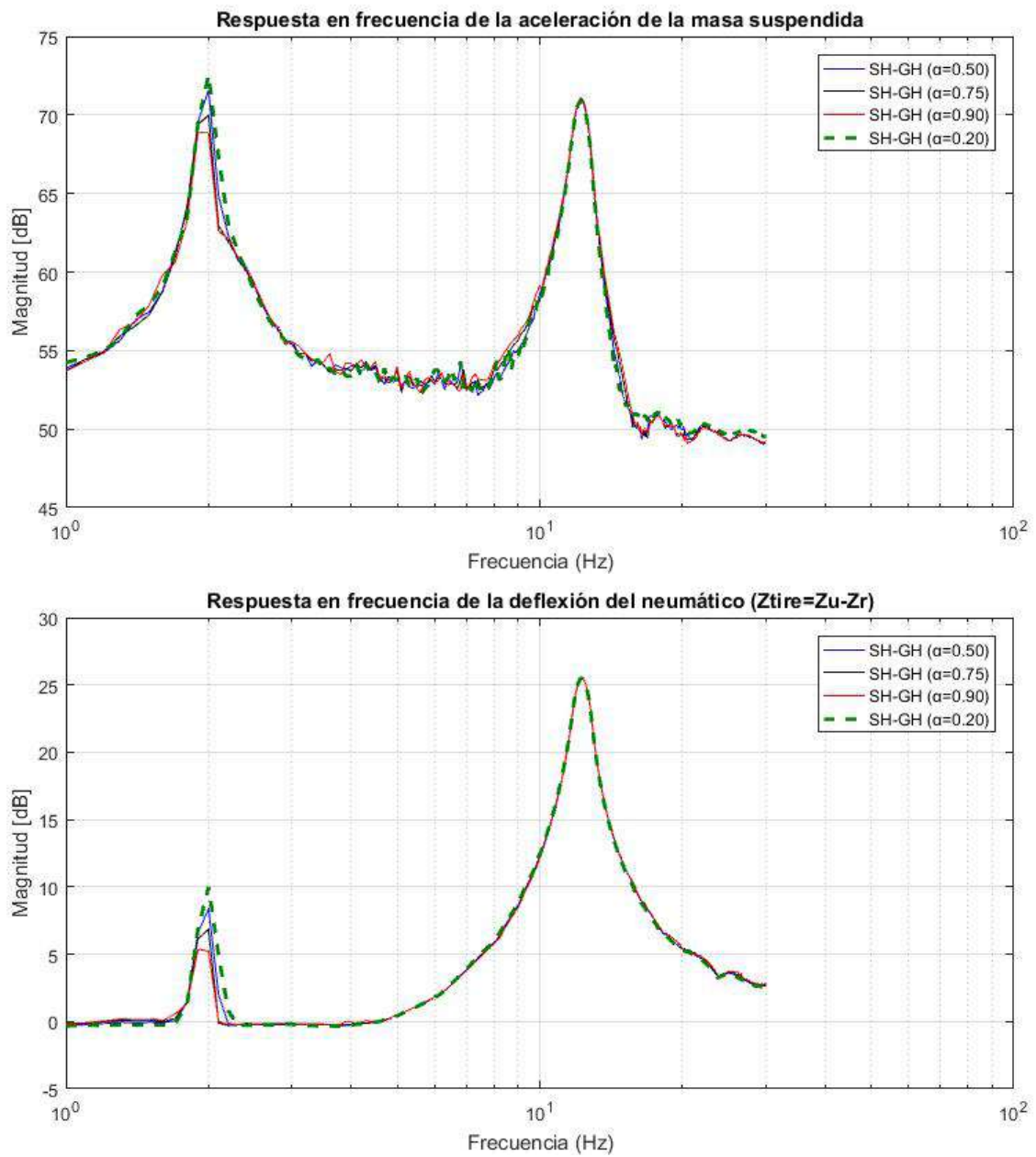


Figura 6.11: Comparación de la respuesta del sistema con control híbrido SH-GH, con diferentes factores de ponderación ( $\alpha$ ).

### 6.3 Control de Retroalimentación Positiva de la Aceleración (PAF)

En este trabajo de tesis se propone el uso de una técnica de control modal, también descrita anteriormente en la sección 2.5, llamada: *Control de Retroalimentación Positiva de la Aceleración (PAF por sus siglas en inglés)*. Como se ha mencionado, la estrategia de control es aplicada en modelos de sistemas de múltiples grados de libertad escritos en forma matricial como en la ecuación (2.35).

La dinámica de un cuarto de automóvil, en forma matricial con fuerza semi-activa de control,  $F_a$ , se presentó en la Sección 5.2.1 con la ecuación (5.22), la cual también se puede escribir en forma simplificada como

$$[M]\ddot{\vec{z}} + [K]\vec{z} = \vec{B}_f u + \vec{B}_r z_r \quad (6.14)$$

donde las matrices de masas,  $[M]$ , de rigidez,  $[K]$ , son simétricas y están definidas como

$$[M] = \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_u \end{bmatrix}, \quad (6.15)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_s & -k_s \\ -k_s & k_u + k_s \end{bmatrix}; \quad (6.16)$$

el vector desplazamientos de las masas  $\vec{z}$  es

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} z_s \\ z_u \end{bmatrix}; \quad (6.17)$$

la fuerza de control semi-activa es redefinida como  $u = F_a$ , y nuevamente la entrada de perturbación es  $z_r$ ; entonces los vectores de entrada  $B_f$  y  $B_r$  están definidos como

$$\vec{B}_f = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{B}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ k_u \end{bmatrix}. \quad (6.18)$$

#### Amortiguamiento proporcional

Para llevar a cabo el desarrollo de la sintonización del controlador PAF, es conveniente considerar un sistema de un cuarto de automóvil con amortiguamiento viscoso, el cual no debe repercutir significativamente en la respuesta del sistema no amortiguado, (6.14), de acuerdo a la siguiente forma

$$[M]\ddot{\vec{z}} + [C]\dot{\vec{z}} + [K]\vec{z} = \vec{B}_f u + \vec{B}_r z_r, \quad (6.19)$$

la matriz de amortiguamiento  $[C]$  es definida positiva.

En control estructural de sistemas de múltiples grados de libertad (Cabrerá-Amado y Silva-Navarro, 2009; Enríquez-Zárate *et al.*, 2016; Rao, 2012), frecuentemente se utiliza un

sistema con *amortiguamiento proporcional* en donde la matriz de amortiguamiento es una combinación lineal de las matrices  $[M]$  y  $[K]$ , también conocida como *matriz de amortiguamiento de Rayleigh*, expresada de la siguiente forma

$$[C] = p_1[M] + p_2[K], \quad (6.20)$$

los coeficientes  $p_1$  y  $p_2$  se pueden calcular a partir del factor de amortiguamiento propuesto en cada uno de los modos de vibración del sistema (el análisis de los modos normales de vibración del caso de estudio se ha desarrollado en la Sección 5.1.2 del Capítulo 5).

Los coeficientes mencionados se pueden obtener resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_1} & \omega_1 \\ \frac{1}{\omega_2} & \omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

en donde  $\omega_1$  y  $\omega_2$  son las frecuencias naturales del sistema,  $\zeta_1$  y  $\zeta_2$  son las relaciones de amortiguamiento propuestos para el primero y segundo modo normal de vibración respectivamente. La solución de la ecuación (6.21) para  $p_1$  y  $p_2$  es

$$p_1 = \frac{2(\zeta_2\omega_2 - \zeta_1\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \quad p_2 = \frac{2(\zeta_1\omega_1\omega_2^2 - \zeta_2\omega_2\omega_1^2)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}. \quad (6.22)$$

Se consideran  $\zeta_1 = 0.001$  y  $\zeta_2 = 0.001$ , relativamente pequeños de tal forma que no repercutan considerablemente en la respuesta del sistema. La respuesta en frecuencia, del sistema de un cuarto de automóvil con amortiguamiento proporcional y semi-activo, se compara con la respuesta del sistema con amortiguamiento puramente semi-activo, figura 6.12. Se puede observar que no existe repercusión significativa en el sistema original, entonces es posible utilizar este nuevo modelo para la sintonización del controlador PAF en lazo cerrado.

Es importante señalar la respuesta bajo una corriente  $I_a = 375mA$  en la figura 6.12, pues será el punto de comparación en el análisis del rendimiento de la suspensión con amortiguador MR; a esta respuesta se le denomina como *respuesta nominal*.

### 6.3.1 Desarrollo del controlador en lazo cerrado

El modelo para el sistema de un cuarto de automóvil (2 grados de libertad) controlado en lazo cerrado, está dado por las siguientes ecuaciones

$$[M]\ddot{\vec{z}} + [C]\dot{\vec{z}} + [K]\vec{z} = \vec{B}_f u \quad (6.23)$$

$$\ddot{\eta} + 2\zeta_f\omega_f\dot{\eta} + \omega_f^2\eta = g\vec{B}_f^T \ddot{\vec{z}} \quad (6.24)$$

$$u = g\ddot{\eta} \quad (6.25)$$

Los parámetros del controlador  $\zeta_f$  y  $\omega_f$ , se sintonizan para atenuar la respuesta del primer modo de vibración, es decir,  $\omega_f = \omega_1$  y  $\zeta_f \in (0.4, 0.707)$ . La coordenada de aceleración del



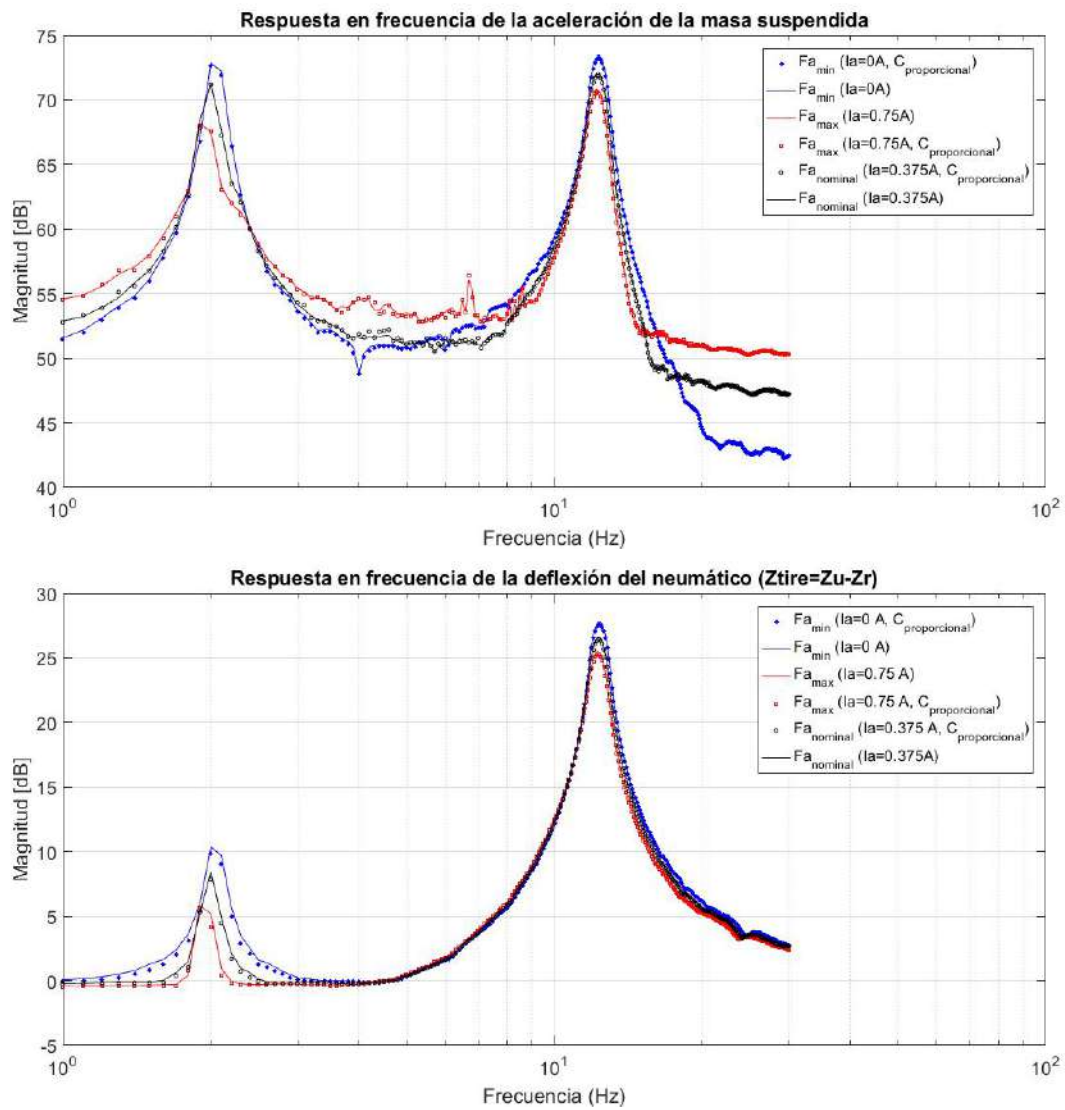


Figura 6.12: Comparación de la respuesta del sistema con amortiguamiento proporcional agregado.

absorbedor virtual es retroalimentada positivamente al sistema físico con la señal de control  $u$ ; el sistema en lazo cerrado se puede reescribir de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} [M] & -g\vec{B}_f \\ -g\vec{B}_f^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\vec{z}} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [C] & 0 \\ 0 & 2\zeta_f\omega_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\vec{z}} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [K] & 0 \\ 0 & \omega_f^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{z} \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6.26)$$

Es importante señalar que, las matrices de rigidez,  $[K]$ , y amortiguamiento proporcional propuesta,  $[C]$ , son ambas simétricas y definidas positivas, por lo tanto, las matrices en lazo cerrado,  $[\hat{K}]$  y  $[\hat{C}]$ , también cumplen esta condición.

Consecuentemente, debido a que la matriz de masas en lazo abierto,  $[M]$ , también es simétrica y definida positiva, para garantizar la estabilidad asintótica en lazo cerrado del sistema, es necesario y suficiente que la matriz en lazo cerrado  $[\hat{M}]$  sea definida positiva. Esto se cumple si la ganancia  $g$  es sintonizada tal que la matriz  $[M] - g^2\vec{B}_f\vec{B}_f^T$  sea definida positiva.

### Deducción:

Se sabe que la matriz de masas en lazo abierto,  $[M]$  en  $\mathfrak{R}^{n \times n}$ , es simétrica y definida positiva, entonces la matriz resultante en lazo cerrado es

$$[\hat{M}] = \begin{bmatrix} [M] & -g\vec{B}_f \\ -g\vec{B}_f^T & 1 \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

la cual es definida positiva si se cumple que para todo vector de prueba  $\vec{q}$  en  $\mathfrak{R}^n$ , la ecuación (6.28) se satisface.

$$\vec{q}^T[\hat{M}]\vec{q} > 0 \quad (6.28)$$

Considerando el vector de prueba para la deducción de la condición de estabilidad

$$\vec{q}^F = [\vec{q}_1^T \quad \vec{q}_2^T]^T, \quad (6.29)$$

donde  $\vec{q}_1$  y  $\vec{q}_2$  son vectores en  $\mathfrak{R}^n$ , entonces se puede obtener el siguiente desarrollo

$$\vec{q}^F[\hat{M}]\vec{q} = [\vec{q}_1^T \quad \vec{q}_2^T] \begin{bmatrix} [M] & -g\vec{B}_f \\ -g\vec{B}_f^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{q}_1 \\ \vec{q}_2 \end{bmatrix} > 0, \quad (6.30)$$

$$\vec{q}^F[\hat{M}]\vec{q} = [\vec{q}_1^T \quad \vec{q}_2^T] \begin{bmatrix} [M]\vec{q}_1 - g\vec{B}_f\vec{q}_2 \\ -g\vec{B}_f^T\vec{q}_1 + \vec{q}_2 \end{bmatrix} > 0, \quad (6.31)$$

$$\vec{q}^F[\hat{M}]\vec{q} = \vec{q}_1^T[M]\vec{q}_1 - g\vec{q}_1^T\vec{B}_f\vec{q}_2 - g\vec{q}_2^T\vec{B}_f^T\vec{q}_1 + \vec{q}_2^T\vec{q}_2 > 0; \quad (6.32)$$

luego se manipula la ecuación (6.32) para formar un término cuadrático como sigue

$$\vec{q}_1^T[M]\vec{q}_1 - g\vec{q}_1^T\vec{B}_f\vec{q}_2 - g\vec{q}_2^T\vec{B}_f^T\vec{q}_1 + \vec{q}_2^T\vec{q}_2 + \left( g^2\vec{q}_1^T\vec{B}_f\vec{B}_f^T\vec{q}_1 - g^2\vec{q}_1^T\vec{B}_f\vec{B}_f^T\vec{q}_1 \right) > 0, \quad (6.33)$$

$$\left(\vec{q}_1^T [M] \vec{q}_1 - g^2 \vec{q}_1^T \vec{B}_f \vec{B}_f^T \vec{q}_1\right) + \left(g^2 \vec{q}_1^T \vec{B}_f \vec{B}_f^T \vec{q}_1 - g \vec{q}_1^T \vec{B}_f \vec{q}_2 - g \vec{q}_2^T \vec{B}_f^T \vec{q}_1 + \vec{q}_2^T \vec{q}_2\right) > 0, \quad (6.34)$$

$$\vec{q}_1^T \left([M] - g^2 \vec{B}_f \vec{B}_f^T\right) \vec{q}_1 + \left(g \vec{B}_f^T \vec{q}_1 - \vec{q}_2\right)^T \left(g \vec{B}_f^T \vec{q}_1 - \vec{q}_2\right) > 0. \quad (6.35)$$

Debido a que el segundo término de la ecuación (6.35),  $\left(g \vec{B}_f^T \vec{q}_1 - \vec{q}_2\right)^T \left(g \vec{B}_f^T \vec{q}_1 - \vec{q}_2\right)$ , es siempre positivo, entonces para garantizar la estabilidad asintótica en lazo cerrado, la matriz  $[M] - g^2 \vec{B}_f \vec{B}_f^T$  debe ser también definida positiva.

### Sintonización de la ganancia $g$ del controlador

De acuerdo a la deducción anterior, es posible asegurar que, la condición necesaria y suficiente para la estabilidad asintótica es

$$\det \left([M] - g^2 \vec{B}_f \vec{B}_f^T\right) > 0, \quad (6.36)$$

sustituyendo las expresiones (6.15) y (6.18) en la ecuación (6.36)

$$\det \left( \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_u \end{bmatrix} - g^2 \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \right) > 0, \quad (6.37)$$

desarrollando

$$\det \left( \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_u \end{bmatrix} - g^2 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \right) = \det \left( \begin{bmatrix} m_s - g^2 & g^2 \\ g^2 & m_u - g^2 \end{bmatrix} \right) > 0, \quad (6.38)$$

$$(m_s - g^2)(m_u - g^2) - g^4 = m_s m_u - g^2 m_u - g^2 m_s + g^4 - g^4 > 0; \quad (6.39)$$

entonces, la ganancia del controlador,  $g$ , debe cumplir la siguiente desigualdad

$$m_s m_u > g^2 (m_s + m_u), \quad (6.40)$$

despejando para  $g$

$$\frac{m_s m_u}{m_s + m_u} > g^2, \quad (6.41)$$

sustituyendo los valores de las masas del sistema de la tabla 3.10 en la ecuación (6.41), se obtiene la condición de sintonización del controlador

$$21.753 > g^2, \quad (6.42)$$

### 6.3.2 Implementación del controlador en el dominio frecuencial

La función de transferencia del controlador PAF se puede obtener aplicando la transformada de Laplace a las ecuaciones (6.24) y (6.25),

$$s^2N(s) + s2\zeta_f\omega_fN(s) + \omega_f^2N(s) = \mathcal{L} \left\{ g \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \ddot{z}_u \end{bmatrix} \right\}, \quad (6.43)$$

$$U(s) = gs^2N(s); \quad (6.44)$$

desarrollando el término del lado derecho de la ecuación (6.43) se tiene

$$s^2N(s) + s2\zeta_f\omega_fN(s) + \omega_f^2N(s) = \mathcal{L} \{-g\ddot{z}_s + g\ddot{z}_u\}, \quad (6.45)$$

$$s^2N(s) + s2\zeta_f\omega_fN(s) + \omega_f^2N(s) = -gs^2Z_s(s) + s^2gZ_u(s); \quad (6.46)$$

factorizando términos comunes en ambos lados de la ecuación (6.46)

$$N(s)(s^2 + s2\zeta_f\omega_f + \omega_f^2) = gs^2(-Z_s(s) + Z_u(s)) = -gs^2Z_{def}(s); \quad (6.47)$$

finalmente, la función de transferencia del controlador PAF está definida como

$$G_{PAF} = \frac{N(s)}{Z_{def}(s)} = \frac{-gs^2}{s^2 + s2\zeta_f\omega_f + \omega_f^2}. \quad (6.48)$$

La señal de control de retroalimentación positiva  $U(s)$  entonces está definida en el dominio frecuencial de la siguiente forma

$$U(s) = gs^2 \left\{ \left( \frac{-gs^2}{s^2 + s2\zeta_f\omega_f + \omega_f^2} \right) Z_{def}(s) \right\}; \quad (6.49)$$

o bien

$$F_a(s) = U(s) = \left( \frac{-g^2s^4}{s^2 + s2\zeta_f\omega_f + \omega_f^2} \right) Z_{def}(s); \quad (6.50)$$

### 6.3.3 Implementación del controlador en el dominio del tiempo utilizando la suspensión MR propuesta

El absorbedor virtual descrito en la ecuación (6.24) se implementa en el entorno de Simulink<sup>®</sup>, figura 6.13. La fuerza de control deseada,  $u^{deseada}(t)$ , se ingresa en el modelo inverso del amortiguador MR, ecuación (4.4), descrito en la figura 4.23, obtenido en el Capítulo 4. La salida de corriente de control estimada por el modelo inverso,  $I_a^{deseada}(t)$ , se ingresa a un bloque de saturación debido al rango de trabajo del amortiguador MR,  $[0, 0.75]A$ ; después la señal saturada,  $I_a(t)$ , se ingresa en el modelo directo del amortiguador, ecuación (4.2), descrito en la figura 4.17. La fuerza de control estimada por el modelo directo,  $u(t)$ , es retroalimentada al sistema de un cuarto de automóvil, figura 5.4.

La implementación del control PAF resultante se describe en la figura 6.14.

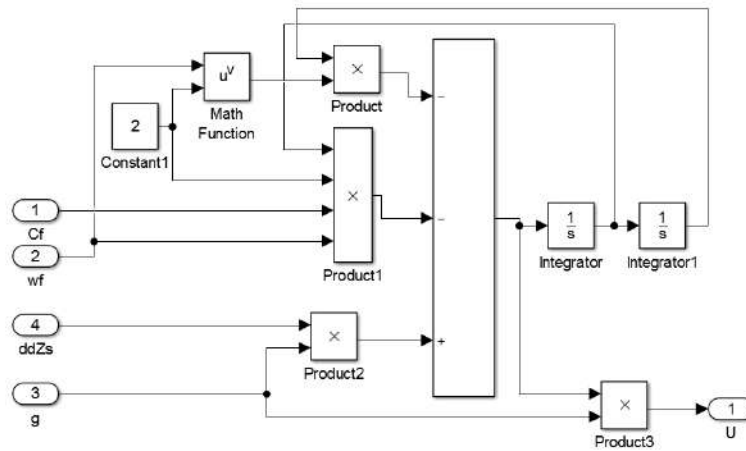


Figura 6.13: Controlador PAF: bloques del absorbedor virtual.

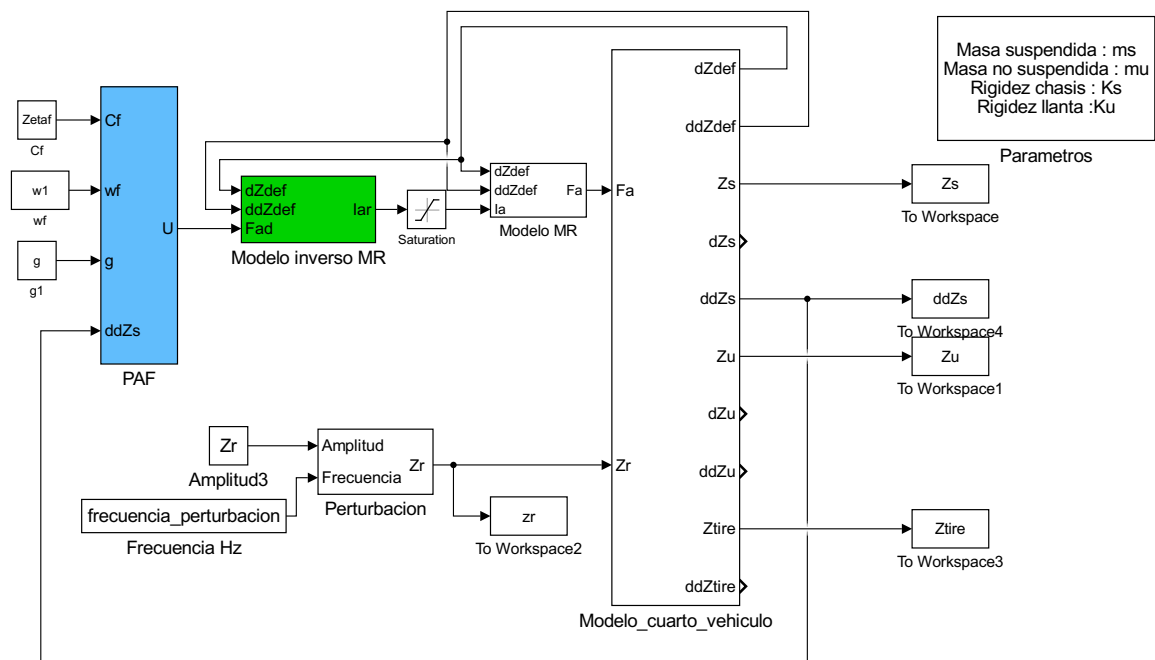


Figura 6.14: Control PAF utilizando el modelo de un cuarto de automóvil con suspensión MR en el dominio del tiempo.

## 6.4 Respuesta del sistema con la suspensión controlada

### 6.4.1 Respuesta en frecuencia

Las figuras 6.15-6.17 muestra la comparación de la respuesta del sistema con el controlador PAF contra la respuesta con los controladores clásicos SH, GH y moderno SH-GH. Los parámetros del controlador PAF son  $\zeta_f = 0.707$ ,  $\omega_f = \omega_1$  y  $g = 0.1$ .

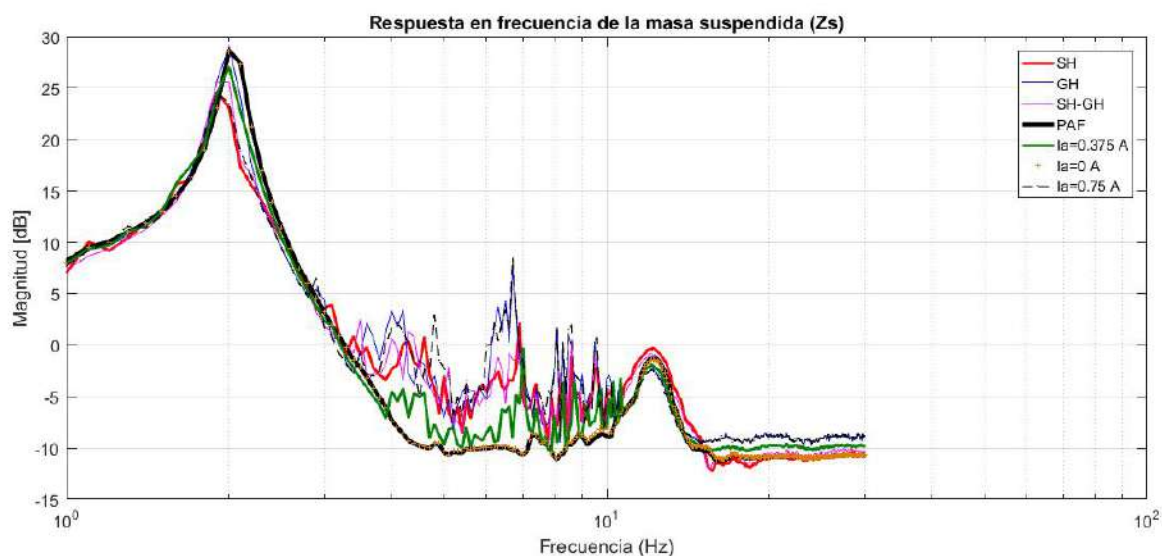


Figura 6.15: Comparación general de la respuesta en frecuencia de la masa suspendida.

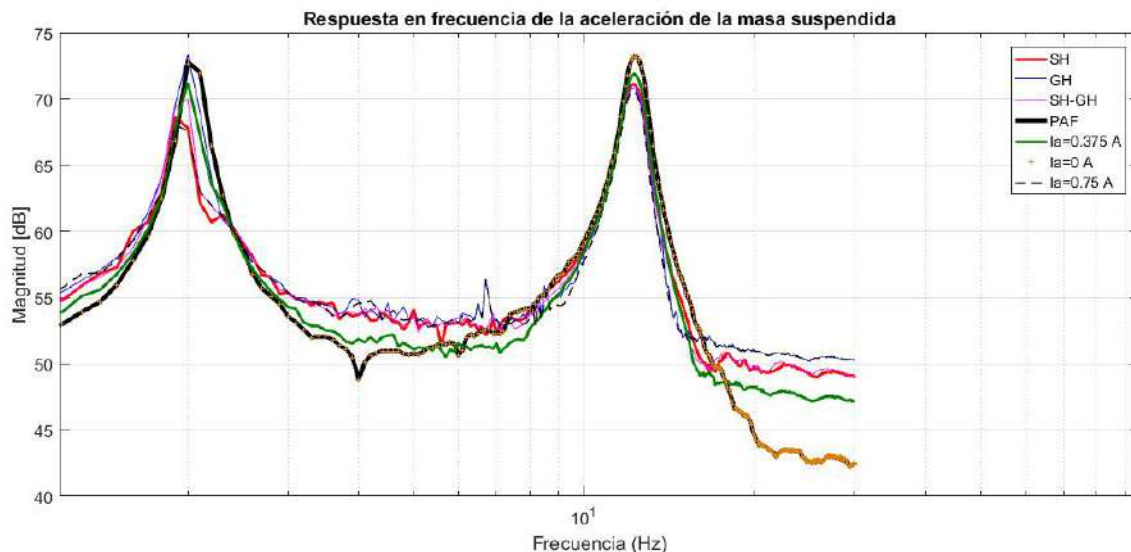


Figura 6.16: Comparación general de la respuesta en frecuencia orientada al *comfort*.

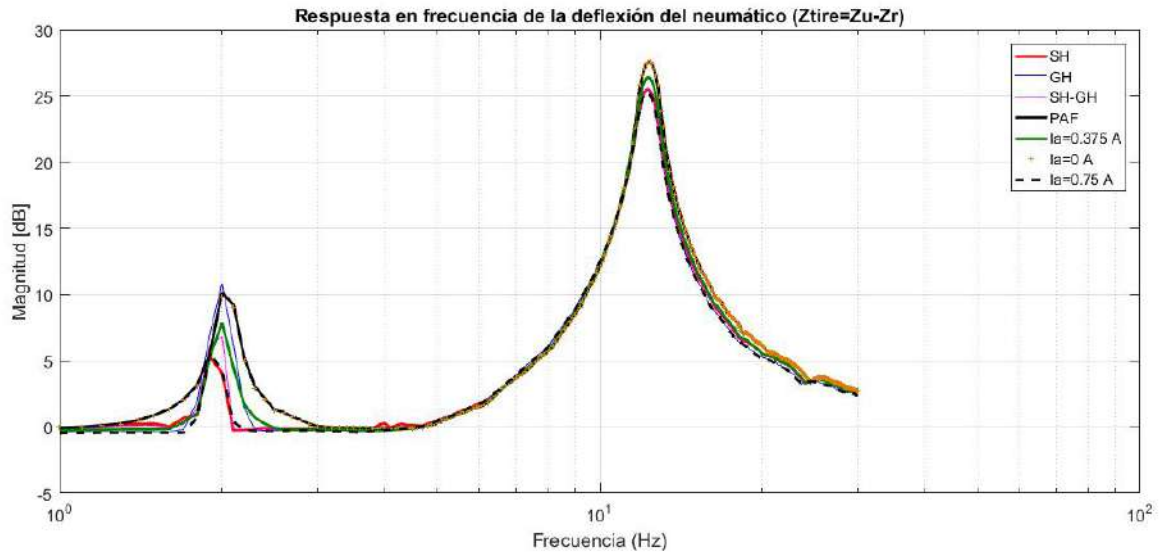


Figura 6.17: Comparación general de la respuesta en frecuencia orientada al *road-holding*.

De las figuras 6.15-6.17 se pueden obtener las siguientes observaciones:

- ✓ El controlador PAF muestra mejoras importantes lejos de las frecuencias resonantes, en forma similar a un amortiguamiento suave.
- ✓ En la respuesta de confort, la respuesta del sistema es similar al controlador Groundhook en la primera frecuencia natural, pero presenta el mejor rendimiento en frecuencias diferentes a las naturales. Sin embargo, en la segunda componente no mejora la respuesta similar a un amortiguamiento suave.
- ✓ Respecto a la respuesta de la deflexión del neumático, sucede una repercusión negativa pero no importante.
- ✓ Por otro lado, si se analiza la respuesta de la posición de la masa suspendida, se muestra el mejor desempeño en la segunda frecuencia natural, mejorando la estabilidad, así como el mejor desempeño en frecuencias entre las dos componentes principales.

### 6.4.2 Respuesta en el dominio del tiempo

Una última prueba es llevada a cabo para observar el comportamiento de la suspensión semi-activa en el dominio del tiempo. Se utiliza una perturbación que aproxima un barrido frecuencial en el tiempo (ver figura 6.18), de acuerdo a la siguiente ecuación

$$z_r = Z_r \text{sen}(2\pi t^2) \tag{6.51}$$

donde la amplitud es  $Z_r = 25\text{mm}$  y el tiempo de simulación ( $t$ ) se define en 30seg.

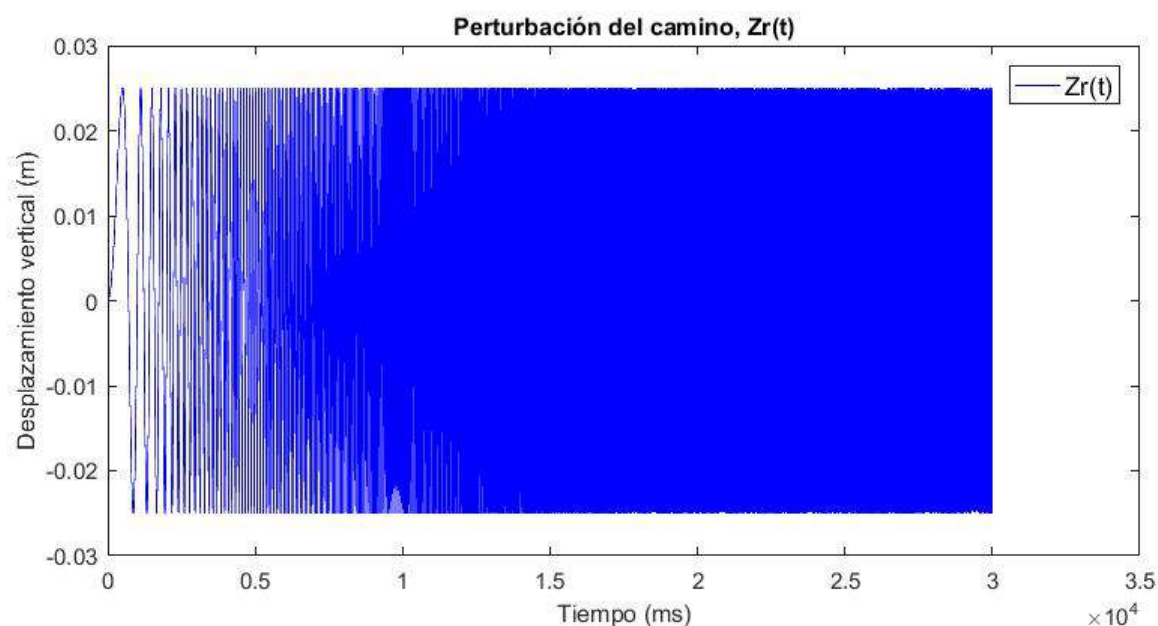


Figura 6.18: Señal de perturbación del sistema que simula un barrido frecuencial en el dominio del tiempo.

Las respuestas de la masa suspendida, con diferentes técnicas de control semi-activo, se muestran en las figuras 6.19-6.22, realizando una comparación de los resultados obtenidos con una suspensión pasiva (fuerza máxima o mínima). A partir de estas figuras se pueden obtener las siguientes observaciones:

- ✓ Se ha considerado sólo la respuesta en el tiempo de la masa suspendida para observar claramente las dos resonancias del sistema; la primera se presenta en  $t = 2s$ , mientras que la segunda en  $t = 7s$  aproximadamente.
- ✓ Las figuras 6.19 y 6.21, muestran la mejor atenuación en la respuesta del sistema utilizando los controladores SH y SH-GH; además, el tiempo de establecimiento de la respuesta se mejora en comparación con un control pasivo.
- ✓ En la figura 6.20 se observa que la respuesta del sistema utilizando el controlador GH, es similar a un amortiguamiento máximo amplificando la respuesta en la primer resonancia; esto último es congruente con los resultados en frecuencia.
- ✓ El controlador PAF propuesto, desarrolla un comportamiento del sistema similar a un amortiguamiento mínimo, sin embargo, existe una mayor atenuación y un menor tiempo de establecimiento de la respuesta, lo cual se puede corroborar en la figura 6.22.



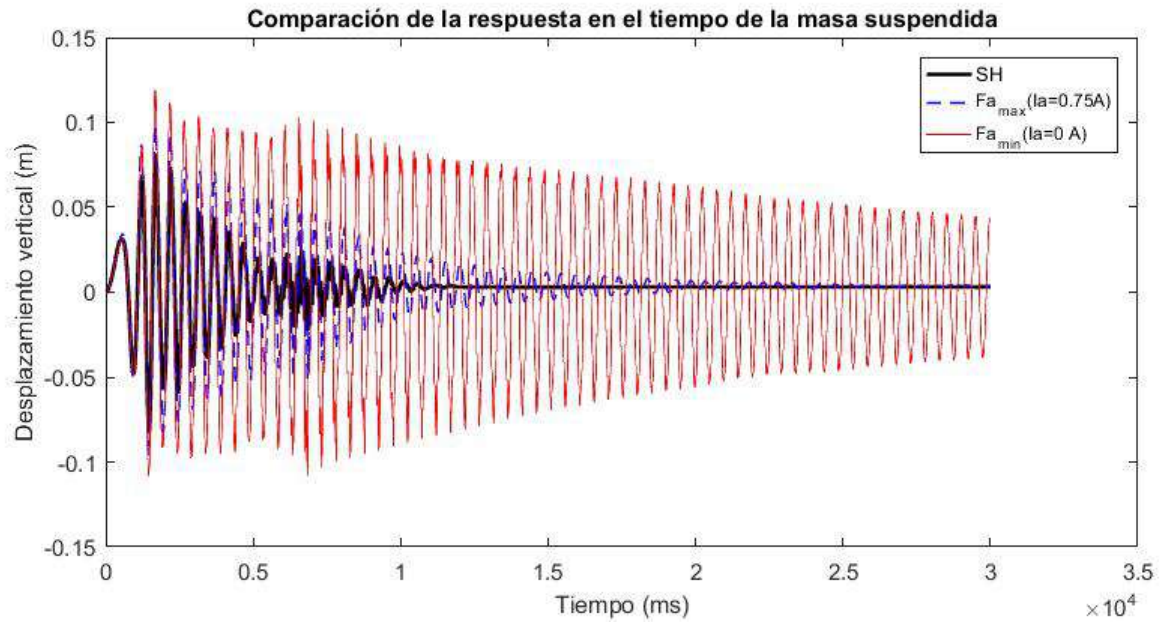


Figura 6.19: Comparación en el dominio del tiempo de los resultados de los controladores Skyhook y pasivo.

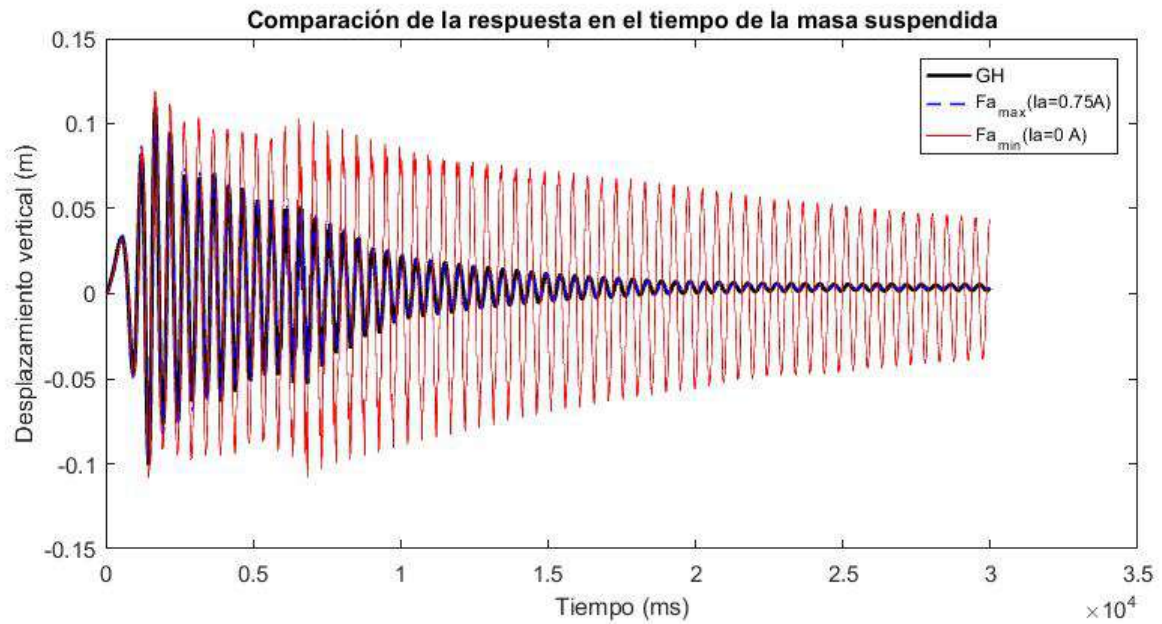


Figura 6.20: Comparación en el dominio del tiempo de los resultados de los controladores Groundhook y pasivo.

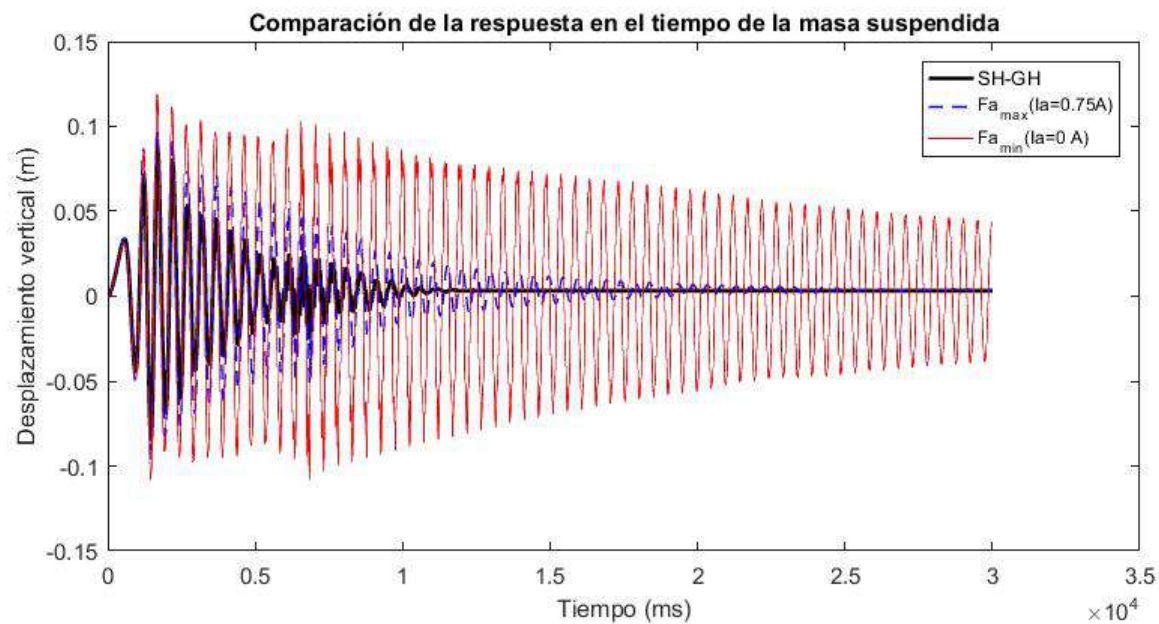


Figura 6.21: Comparación en el dominio del tiempo de los resultados de los controladores híbrido SH-GH y pasivo.

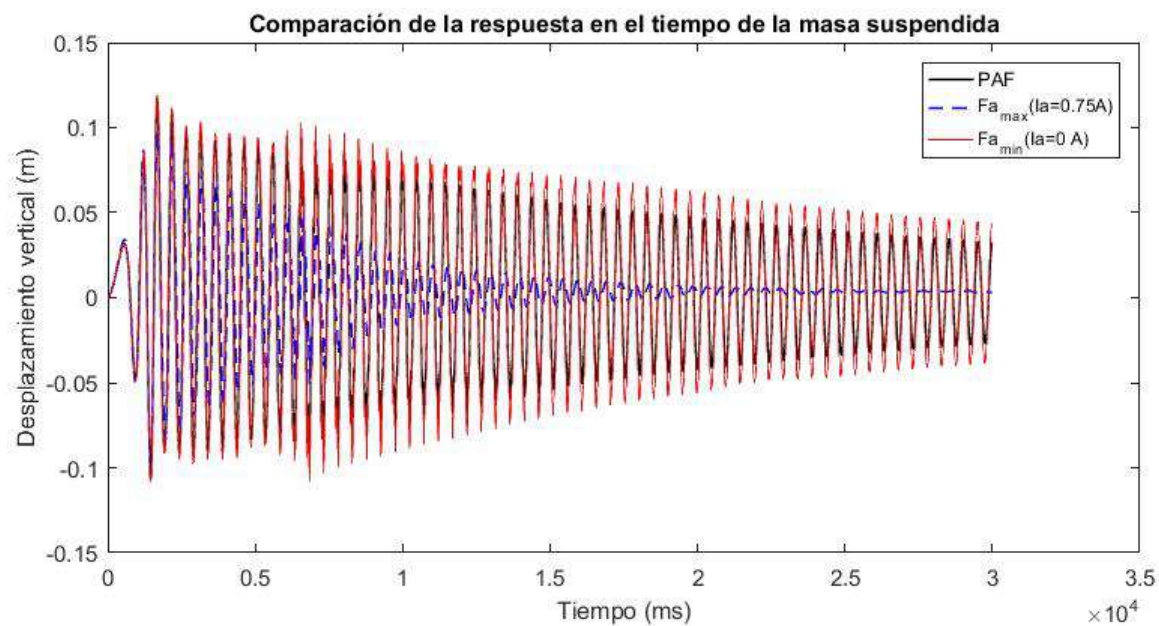


Figura 6.22: Comparación en el dominio del tiempo de los resultados de los controladores PAF y pasivo.

### 6.4.3 Análisis del rendimiento de suspensión semi-activa

Los índices de rendimiento presentados en la Sección 6.1, se calculan para comparar los resultados obtenidos de forma numérica. En la figura 6.23, se observa un gráfico de barras donde se hace una comparación del rendimiento de la suspensión, utilizando una corriente constante de referencia (simulando un control pasivo) definida en 375mA, contra el rendimiento obtenido con amortiguamiento pasivo (corrientes máxima y mínima) y con las diferentes técnicas de control presentadas en este trabajo.

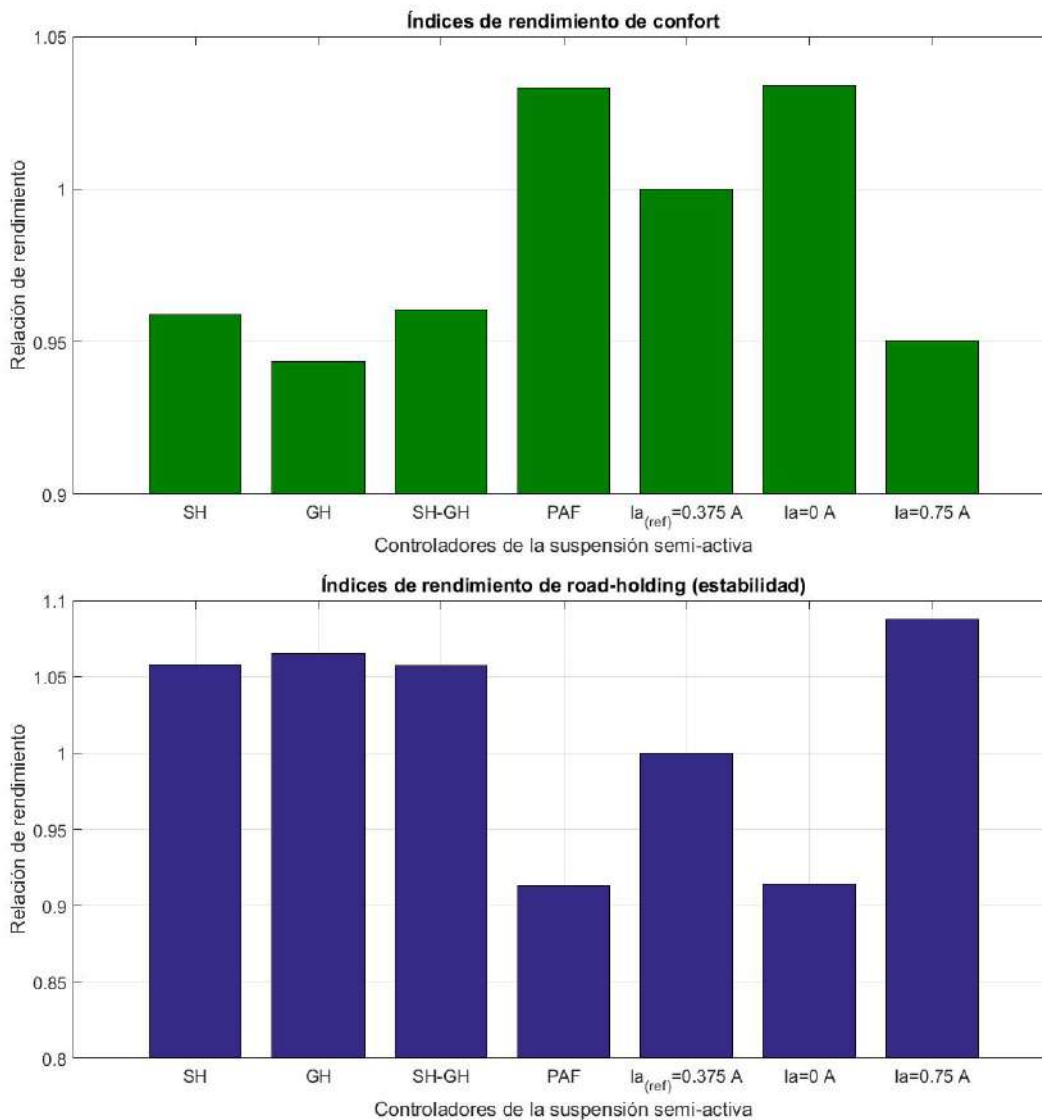


Figura 6.23: Comparación del rendimiento de la suspensión semi-activa con las diferentes técnicas de control desarrolladas: Skyhook (SH), Groundhook (GH), híbrido con  $\alpha = 0.75$  (SH-GH), control modal propuesto (PAF), fuerza pasiva de referencia ( $I_a=0.375\text{ A}$ ), fuerza pasiva mínima ( $I_a=0\text{ A}$ ), fuerza pasiva máxima ( $I_a=0.75\text{ A}$ ).

De la figura 6.23 se pueden obtener las siguientes observaciones:

- ✓ El controlador modal PAF propuesto, muestra el mejor rendimiento de confort (gráfico superior de la figura 6.23), similar al control pasivo con mínima corriente eléctrica.
- ✓ Sin embargo, el controlador no mejora el rendimiento de estabilidad ya que lo afecta de forma no significativa, como se observa en el gráfico inferior de la figura 6.23.

# Capítulo 7

## Conclusiones

Esta tesis tuvo como objetivo desarrollar diversos algoritmos de control semi-activo para una suspensión mecatrónica, utilizando el modelo de un cuarto de automóvil con amortiguador magneto-reológico, para mejorar la comodidad del pasajero y la estabilidad del vehículo bajo distintas perturbaciones.

Para lograr el objetivo general, fue necesario obtener los parámetros del modelo simplificado de un cuarto de automóvil de forma experimental; para esto se ha desarrollado un prototipo funcional de una suspensión mecatrónica con un amortiguador MR comercial, y una plataforma experimental que simula un cuarto de automóvil de turismo. El proceso utilizado en el prototipado, fue basado en técnicas de ingeniería concurrente e ingeniería mecánica. Como herramienta de diseño, se utilizó el despliegue de la matriz de la calidad (QFD), para orientar el resultado a los requerimientos del usuario final. Como herramientas de implementación, se utilizaron técnicas de manufactura asistida por computadora (CAM). El uso de este tipo de herramientas, permiten generar prototipos mecánicos enfocados plenamente en las necesidades del cliente; además, obtener la máxima modularidad del sistema final, que a la misma vez se traduce en una planificación fundamentada de los procesos de manufactura, minimizando los tiempos de maquinado y los costos económicos finales.

Fue indispensable obtener un modelo que describa la fuerza semi-activa de control, desarrollada por el amortiguador magneto-reológico bajo diferentes entradas de corriente eléctrica. Además, fue necesario un modelo inverso que aproxime la corriente necesaria para desarrollar una fuerza semi-activa de control deseada. Se utilizó una caracterización no paramétrica totalmente experimental, basada en un modelo polinomial de segundo orden. Los resultados de la validación del modelo del amortiguador MR, demuestran que es posible considerar el fenómeno de histéresis, que se presenta en la curva de fuerza-velocidad, utilizando un simple ajuste a un polinomio de segundo orden y datos experimentales de fuerza-velocidad.

El modelo del sistema de un cuarto de automóvil con suspensión semi-activa, se implementó de tres formas diferentes para su validación: en el dominio frecuencial, en el dominio del tiempo y en el espacio de los estados; además, el modelo se validó de forma analítica mediante un análisis modal. Los resultados numéricos obtenidos de la respuesta en frecuencia, mostraron dos componentes principales correspondientes a las frecuencias naturales de la masa suspendida y la no suspendida,  $w_1 = 12.8861rad/s$  y  $w_2 = 77.6607rad/s$  respectivamente; estas frecuencias se encuentran en el rango de trabajo de una suspensión pasiva real

reportado frecuentemente en la literatura consultada.

Se obtuvo un modelo general de un cuarto de automóvil acoplado al modelo polinomial del amortiguador MR. Este puede considerarse como una mejor aproximación al sistema real. Los resultados de las simulaciones numéricas fijando la entrada de corriente en diferentes valores, demuestran la problemática que existe en la sintonización de amortiguamiento completamente pasivo. Es decir, para el caso de la respuesta orientada al confort (aceleración de la masa suspendida), el incremento de la corriente de entrada (mayor amortiguamiento) mejora la respuesta en las frecuencias resonantes, pero empeora lejos de estas; para el caso de la respuesta orientada a la estabilidad del automóvil (deflexión del neumático), el incremento de la corriente desarrolla mejora la respuesta en la resonancia, pero empeora en el rango comprendido entre las frecuencias naturales.

Las técnicas de control semi-activo presentadas, fueron de control clásico (Skyhook, Groundhook), moderno (híbrido) y una propuesta de control modal (PAF). Se pudo observar que, un control semi-activo (clásico o moderno) orientado a la mejora del confort del pasajero, no afecta significativamente la estabilidad del automóvil, incluso puede mejorarla (control Skyhook, Groundhook y PAF); sin embargo, un control semi-activo orientado a la mejora de la estabilidad, presenta un mejor rendimiento del *road-holding* pero si afecta considerablemente el confort del pasajero. Entonces, resulta más conveniente utilizar sólo controladores orientados al confort (Skyhook), híbridos (SH-GH) o modernos (PAF).

Finalmente, la técnica de control modal propuesta (PAF), ha demostrado índices de rendimiento que se pueden comparar con un amortiguamiento suave y que se pueden contrastar con el control clásico orientado al confort (SH). Por una parte, el control propuesto presenta mejoras en el confort (lo cual no ocurre con amortiguamiento mínimo) y pequeñas afectaciones en la estabilidad del automóvil (con un tiempo de establecimiento menor en la respuesta temporal del chasis). Por otra parte, la implementación experimental del controlador sólo exigirá la lectura de la aceleración de la masa suspendida, esto es, utilizar sólo un acelerómetro colocado en el chasis del automóvil, en contraste con el control SH que exige la lectura de la velocidad de la deflexión de la suspensión (es decir, utilizar dos acelerómetros: uno sobre el chasis y otro cercano a la mangueta de la llanta).

## 7.1 Trabajos futuros

A continuación se exponen algunas mejoras de la investigación y posibles objetivos de trabajos posteriores a este proyecto de tesis.

- ✓ Proponer un modelo paramétrico del amortiguador magneto-reológico y comparar los resultados obtenidos con el modelo no paramétrico presentado en este trabajo. El modelo propuesto por [Spencer et al. \(1997\)](#) podría ser un candidato para futuras investigaciones.
- ✓ Mejorar el modelo de un cuarto de automóvil propuesto utilizando técnicas de estimación de parámetros más sofisticadas, basadas únicamente en la respuesta vibratoria del sistema, un ejemplo es la metodología de identificación algebraica en línea.
- ✓ Desarrollar de forma numérica otras técnicas de control no lineal más novedosas utilizando el modelo resultante de esta investigación; por ejemplo: algoritmos de control

- óptimo, por pasividad y backstepping.
- ✓ Mejorar la sintonización de los parámetros del controlador modal PAF.
  - ✓ Proponer un control multimodal, para aplicar amortiguamiento a los dos modos de vibración presentes en el sistema.
  - ✓ Instrumentar la plataforma experimental desarrollada en este trabajo, utilizando tecnologías reconfigurables como los FPGAs (Field Programmable Gate Array) para el acondicionamiento de las señales de los acelerómetros.
  - ✓ Mejorar el sistema de perturbación para desarrollar frecuencias superiores, lo cual permite experimentar en tiempo real con técnicas para la mejora del rendimiento de estabilidad.
  - ✓ Implementar las técnicas clásicas de control semi-activo (SH, GH y SH-GH), así como la propuesta de control modal (PAF) en la plataforma experimental.





# Apéndice A

## Cálculos teóricos

### A.1 Magnitudes y fases de la respuesta general en vibración libre no amortiguada

Como se ha mencionado en la sección 5.1.2, la respuesta general en vibración libre no amortiguada, de un cuarto de vehículo con suspensión semiactiva, consta de la combinación lineal de los modos de vibración normales, ecuación (5.19). Sin embargo, aún se desconocen las magnitudes  $Z_s^{(1)}$ ,  $Z_s^{(2)}$  y fases  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  de la respuesta general. Estas se pueden hallar a partir de las condiciones iniciales

$$\begin{aligned} z_s(t=0) &= z_s(0), & \dot{z}_s(t=0) &= \dot{z}_s(0), \\ z_u(t=0) &= z_u(0), & \dot{z}_u(t=0) &= \dot{z}_u(0), \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

sustituyéndolas en (5.19). Luego, la expresión resultante

$$\begin{aligned} z_s(0) &= Z_s^{(1)} \cos(\phi_1) + Z_s^{(2)} \cos(\phi_2), \\ z_u(0) &= r_1 Z_s^{(1)} \cos(\phi_1) + r_2 Z_s^{(2)} \cos(\phi_2), \\ \dot{z}_s(0) &= -\omega_1 Z_s^{(1)} \text{sen}(\phi_1) - \omega_2 Z_s^{(2)} \text{sen}(\phi_2), \\ \dot{z}_u(0) &= -\omega_1 r_1 Z_s^{(1)} \text{sen}(\phi_1) - \omega_2 r_2 Z_s^{(2)} \text{sen}(\phi_2), \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

se trata de un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas  $Z_s^{(1)} \cos(\phi_1)$ ,  $Z_s^{(2)} \cos(\phi_2)$ ,  $Z_s^{(1)} \text{sen}(\phi_1)$ ,  $Z_s^{(2)} \text{sen}(\phi_2)$ ; de acuerdo con Rao (2012) la solución al sistema es

$$\begin{aligned} Z_s^{(1)} \cos(\phi_1) &= \left\{ \frac{r_2 z_s(0) - z_u(0)}{r_1 - r_2} \right\}, & Z_s^{(1)} \text{sen}(\phi_1) &= \left\{ \frac{-r_2 \dot{z}_s(0) + \dot{z}_u(0)}{\omega_1 (r_1 - r_2)} \right\}, \\ Z_s^{(2)} \cos(\phi_2) &= \left\{ \frac{-r_1 z_s(0) + z_u(0)}{r_1 - r_2} \right\}, & Z_s^{(2)} \text{sen}(\phi_2) &= \left\{ \frac{r_1 \dot{z}_s(0) - \dot{z}_u(0)}{\omega_2 (r_1 - r_2)} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Las magnitudes  $Z_s^{(1)}$  y  $Z_s^{(2)}$  se pueden obtener como

$$Z_s^{(i)} = \sqrt{\left\{ Z_s^{(i)} \cos(\phi_i) \right\}^2 + \left\{ Z_s^{(i)} \text{sen}(\phi_i) \right\}^2}, \quad i = 1, 2. \quad (\text{A.4})$$

Las fases  $\phi_1$  y  $\phi_2$  se pueden determinar como

$$\phi_i = \tan^{-1} \left\{ \frac{Z_s^{(i)} \text{sen}(\phi_i)}{Z_s^{(i)} \text{cos}(\phi_i)} \right\} \quad i = 1, 2. \quad (\text{A.5})$$

Así, las expresiones que definen la respuesta general en términos de las condiciones iniciales son

$$Z_s^{(1)} = \frac{1}{r_1 - r_2} \left[ \{r_2 z_s(0) - z_u(0)\}^2 + \left\{ \frac{-r_2 \dot{z}_s(0) + \dot{z}_u(0)}{\omega_1} \right\}^2 \right]^{1/2}, \quad (\text{A.6})$$

$$Z_s^{(2)} = \frac{1}{r_1 - r_2} \left[ \{-r_1 z_s(0) + z_u(0)\}^2 + \left\{ \frac{r_1 \dot{z}_s(0) - \dot{z}_u(0)}{\omega_2} \right\}^2 \right]^{1/2},$$

$$\phi_1 = \tan^{-1} \left\{ \frac{-r_2 \dot{z}_s(0) + \dot{z}_u(0)}{\omega_1 (r_2 z_s(0) - z_u(0))} \right\}, \quad (\text{A.7})$$

$$\phi_2 = \tan^{-1} \left\{ \frac{r_1 \dot{z}_s(0) - \dot{z}_u(0)}{\omega_2 (-r_1 z_s(0) + z_u(0))} \right\}.$$

## A.2 Cálculo de las coordenadas generalizadas del análisis modal

En este apéndice se presenta la deducción de las ecuaciones (5.53) y (5.55), correspondientes a las coordenadas generalizadas del análisis modal de un cuarto de vehículo, bajo una perturbación del camino y una fuerza semi-activa de control determinísticas (tipo sinusoidal) con frecuencias desiguales.

Las funciones del tiempo de las coordenadas  $q_1(t)$  y  $q_2(t)$  son nuevamente

$$q_1(t) = \frac{1}{\omega_1} \int_0^t Q_1(\tau) \text{sen}(\omega_1(t - \tau)) d\tau, \quad (\text{A.8})$$

$$q_2(t) = \frac{1}{\omega_2} \int_0^t Q_2(\tau) \text{sen}(\omega_2(t - \tau)) d\tau. \quad (\text{A.9})$$

donde el vector de fuerzas generalizadas se ha definido anteriormente como

$$\vec{Q}(t) = \begin{bmatrix} Q_1(t) \\ Q_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Z_{21} - Z_{11})U \cos(\omega_a t) + Z_{21} k_u Z_r \cos(\omega_r t) \\ (Z_{22} - Z_{12})U \cos(\omega_a t) + Z_{22} k_u Z_r \cos(\omega_r t) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.10})$$

Sustituyendo la expresión del primer reglón del vector (A.10),  $Q_1(t)$ , en la primera coordenada generalizada (A.8) y aplicando la propiedad distributiva con respecto a la suma de las integrales definidas, se tiene

$$q_1(t) = \frac{(Z_{21} - Z_{11})U}{\omega_1} \int_0^t \cos(\omega_a \tau) \text{sen}(\omega_1(t - \tau)) d\tau + \frac{Z_{21} k_u Z_r}{\omega_1} \int_0^t \cos(\omega_r \tau) \text{sen}(\omega_1(t - \tau)) d\tau. \quad (\text{A.11})$$

Definiendo las constantes  $\beta_{11}$  y  $\beta_{12}$  como

$$\beta_{11} = (Z_{21} - Z_{11})U, \quad (\text{A.12})$$

$$\beta_{12} = Z_{21} k_u Z_r,$$

se obtiene la expresión de la primer coordenada  $q_1(t)$  como sigue

$$q_1(t) = \frac{\beta_{11}}{\omega_1} \int_0^t \cos(\omega_a \tau) \operatorname{sen}(\omega_1(t - \tau)) d\tau + \frac{\beta_{12}}{\omega_1} \int_0^t \cos(\omega_r \tau) \operatorname{sen}(\omega_1(t - \tau)) d\tau. \quad (\text{A.13})$$

Análogamente, para la segunda coordenada,  $q_2(t)$ , sustituyendo el segundo renglón del vector (A.10),  $Q_2(t)$ , en la segunda coordenada generalizada (A.9), y definiendo las constantes

$$\begin{aligned} \beta_{21} &= (Z_{22} - Z_{12})U, \\ \beta_{22} &= Z_{22}k_u Z_r. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

se obtiene la coordenada  $q_2(t)$  como

$$q_2(t) = \frac{\beta_{21}}{\omega_2} \int_0^t \cos(\omega_a \tau) \operatorname{sen}(\omega_2(t - \tau)) d\tau + \frac{\beta_{22}}{\omega_2} \int_0^t \cos(\omega_r \tau) \operatorname{sen}(\omega_2(t - \tau)) d\tau. \quad (\text{A.15})$$

Como se observa, las funciones (A.13) y (A.15) están constituidas por la suma de dos integrales definidas que comparten la siguiente forma

$$[I]_0^t = \int_0^t \cos(\omega_x \tau) \operatorname{sen}(\omega_i(t - \tau)) d\tau, \quad (\text{A.16})$$

donde  $i = 1, 2$  y  $\omega_x$  puede tomar el valor de  $\omega_a$  ó  $\omega_r$ . Por lo tanto, el cálculo analítico de las coordenadas generalizadas se reduce a una sólo integral (A.16).

**Desarrollo:** Sean  $u$  y  $dv$  dos partes de la integral (A.16), tal que

$$\begin{aligned} u &= \cos(\omega_x \tau) \rightarrow du = \frac{d}{d\tau}(\cos(\omega_x \tau)) = -\omega_x \operatorname{sen}(\omega_x \tau) d\tau, \\ dv &= \operatorname{sen}(\omega_i(t - \tau)) d\tau \rightarrow v = \int dv = \int \operatorname{sen}(\omega_i(t - \tau)) d\tau = \frac{1}{\omega_i} \cos(\omega_i(t - \tau)); \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

aplicando integración por partes a la integral indefinida

$$I = \int u dv = uv - \int v du, \quad (\text{A.18})$$

$$I = \int u dv = \frac{1}{\omega_i} \cos(\omega_x \tau) \cos(\omega_i(t - \tau)) - \left\{ -\frac{\omega_x}{\omega_i} (I_2) \right\}, \quad (\text{A.19})$$

donde la integral indefinida  $I_2$  esta dada como

$$I_2 = \int \cos(\omega_i(t - \tau)) \operatorname{sen}(\omega_x \tau) d\tau. \quad (\text{A.20})$$

Ahora, sean  $u'$  y  $dv'$  dos partes de la nueva integral (A.20), tal que

$$\begin{aligned} u' &= \text{sen}(\omega_x \tau) \rightarrow & du' &= \frac{d}{d\tau}(\text{sen}(\omega_x \tau)) = \omega_x \cos(\omega_x \tau) d\tau, \\ dv' &= \cos(\omega_i(t - \tau)) d\tau \rightarrow & v' &= \int dv' = \int \cos(\omega_i(t - \tau)) d\tau = -\frac{1}{\omega_i} \text{sen}(\omega_i(t - \tau)); \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

aplicando nuevamente integración por partes

$$I_2 = \int u' dv' = u' v' - \int v' du', \quad (\text{A.22})$$

$$I_2 = \int u' dv' = -\frac{1}{\omega_i} \text{sen}(\omega_x \tau) \text{sen}(\omega_i(t - \tau)) - \left\{ -\frac{\omega_x}{\omega_i} I_3 \right\}, \quad (\text{A.23})$$

donde la nueva integral  $I_3$ , es precisamente la integral deseada  $I$

$$I_3 = \int \text{sen}(\omega_i(t - \tau)) \cos(\omega_x \tau) d\tau = I. \quad (\text{A.24})$$

Sustituyendo (A.23) en (A.19) y simplificando términos, se tiene la siguiente ecuación

$$I = \frac{1}{\omega_i} \cos(\omega_x \tau) \cos(\omega_i(t - \tau)) - \frac{\omega_x}{\omega_i^2} \text{sen}(\omega_x \tau) \text{sen}(\omega_i(t - \tau)) + \frac{\omega_x^2}{\omega_i^2} I, \quad (\text{A.25})$$

resolviendo la ecuación (A.25) para  $I$ , se encuentra la integral indefinida deseada

$$\begin{aligned} I \left( 1 - \frac{\omega_x^2}{\omega_i^2} \right) &= \frac{1}{\omega_i} \cos(\omega_x \tau) \cos(\omega_i(t - \tau)) - \frac{\omega_x}{\omega_i^2} \text{sen}(\omega_x \tau) \text{sen}(\omega_i(t - \tau)), \\ I &= \frac{\frac{1}{\omega_i} \cos(\omega_x \tau) \cos(\omega_i(t - \tau)) - \frac{\omega_x}{\omega_i^2} \text{sen}(\omega_x \tau) \text{sen}(\omega_i(t - \tau))}{\left( 1 - \frac{\omega_x^2}{\omega_i^2} \right)}. \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Consecuentemente, la integral definida de  $I$  en el intervalo  $[0, t]$  es

$$\begin{aligned} [I]_0^t &= \left[ \frac{\frac{1}{\omega_i} \cos(\omega_x \tau) \cos(\omega_i(t - \tau)) - \frac{\omega_x}{\omega_i^2} \text{sen}(\omega_x \tau) \text{sen}(\omega_i(t - \tau))}{\left( 1 - \frac{\omega_x^2}{\omega_i^2} \right)} \right]_0^t \\ [I]_0^t &= \frac{1}{\omega_i} \left[ \frac{\cos(\omega_x t) - \cos(\omega_i t)}{1 - \left( \frac{\omega_x}{\omega_i} \right)^2} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Volviendo al cálculo de las coordenadas generalizadas, es evidente que los resultados de las integrales definidas de cada término en (A.13) y (A.15), tienen la misma forma del resultado (A.27). Entonces, como el lector puede corroborar de forma lógica, se puede tener finalmente las expresiones de las coordenadas generalizadas  $q_1(t)$  y  $q_2(t)$ , como se han presentado en las ecuaciones (5.53) y (5.55) en la sección 5.2.2.

### A.3 Deducción de las funciones de transferencia

Las funciones de transferencia se obtienen aplicando la Transformada de Laplace a la ecuación (5.21), suponiendo condiciones iniciales iguales a cero

$$Z_s(s) \left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right) = \frac{k_s}{m_s} Z_u(s) - \frac{1}{m_s} F_a(s), \quad (\text{A.28})$$

$$Z_u(s) \left( s^2 + \frac{k_u}{m_u} + \frac{k_s}{m_u} \right) = \frac{k_s}{m_u} Z_s(s) + \frac{k_u}{m_u} Z_r(s) + \frac{1}{m_u} F_a(s). \quad (\text{A.29})$$

Las ecuaciones anteriores se consideran como un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas  $Z_s(s)$  y  $Z_u(s)$ . Así, despejando a  $Z_s(s)$  de la ecuación (A.28)

$$Z_s(s) = \frac{k_s}{m_s \left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} Z_u(s) - \frac{1}{m_s \left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} F_a(s), \quad (\text{A.30})$$

sustituyendo (A.30) en (A.29)

$$Z_u(s) \left\{ s^2 + \frac{k_u}{m_u} + \frac{k_s}{m_u} - \frac{k_s^2}{m_u m_s \left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} \right\} = \frac{k_u}{m_u} Z_r(s) + \left\{ \frac{1}{m_u} - \frac{k_s}{m_u m_s \left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} \right\} F_a(s), \quad (\text{A.31})$$

multiplicando a toda la ecuación anterior por el producto  $m_s m_u$

$$Z_u(s) \left\{ (m_s m_u) s^2 + k_u m_s + k_s m_s - \frac{k_s^2}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} \right\} = k_u m_s Z_r(s) + \left\{ m_s - \frac{k_s}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} \right\} F_a(s), \quad (\text{A.32})$$

simplificando términos

$$Z_u(s) \left\{ \frac{(m_s m_u) \left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right) s^2 + (k_u + k_s) m_s \left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right) - k_s^2}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} \right\} = k_u m_s Z_r(s) + \left\{ \frac{m_s s^2}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} \right\} F_a(s), \quad (\text{A.33})$$

$$Z_u(s) \left\{ \frac{(m_s m_u) s^4 + (m_s k_s + m_u k_s + m_s k_u) s^2 + k_s k_u}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} \right\} = k_u m_s Z_r(s) + \left\{ \frac{m_s s^2}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} \right\} F_a(s), \quad (\text{A.34})$$

ahora, definiendo  $\frac{1}{F(s)}$  como el término que multiplica a la incógnita  $Z_u(s)$

$$Z_u(s) \left\{ \frac{1}{F(s)} \right\} = k_u m_s Z_r(s) + \left\{ \frac{m_s s^2}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} \right\} F_a(s), \quad (\text{A.35})$$

y resolviendo para  $Z_u(s)$

$$Z_u(s) = \{ F(s) k_u m_s \} Z_r(s) + \left\{ \frac{F(s) m_s s^2}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} \right\} F_a(s), \quad (\text{A.36})$$

definiendo después las siguientes igualdades

$$G_2(s) = F(s) k_u m_s, \quad (\text{A.37})$$

$$G_4(s) = \frac{F(s) m_s s^2}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)}. \quad (\text{A.38})$$

de esta forma se encuentra la función de transferencia de la masa no suspendida

$$Z_u(s) = G_2(s) Z_r(s) + G_4(s) F_a(s), \quad (\text{A.39})$$

donde:

$$G_2(s) = F(s) k_u m_s = \left\{ \frac{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)}{\left( m_s m_u \right) s^4 + \left( m_s k_s + m_u k_s + m_s k_u \right) s^2 + k_s k_u} \right\} k_u m_s, \quad (\text{A.40})$$

$$\mathbf{G}_2(s) = \frac{\mathbf{m}_s \mathbf{k}_u s^2 + \mathbf{k}_u \mathbf{k}_s}{\left( \mathbf{m}_s \mathbf{m}_u \right) s^4 + \left( \mathbf{m}_s \mathbf{k}_s + \mathbf{m}_u \mathbf{k}_s + \mathbf{m}_s \mathbf{k}_u \right) s^2 + \mathbf{k}_s \mathbf{k}_u}, \quad (\text{A.41})$$

$$G_4(s) = \frac{F(s) m_s s^2}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} = \left\{ \frac{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)}{\left( m_s m_u \right) s^4 + \left( m_s k_s + m_u k_s + m_s k_u \right) s^2 + k_s k_u} \right\} \frac{m_s s^2}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)}, \quad (\text{A.42})$$

$$\mathbf{G}_4(s) = \frac{\mathbf{m}_s s^2}{\left( \mathbf{m}_s \mathbf{m}_u \right) s^4 + \left( \mathbf{m}_s \mathbf{k}_s + \mathbf{m}_u \mathbf{k}_s + \mathbf{m}_s \mathbf{k}_u \right) s^2 + \mathbf{k}_s \mathbf{k}_u}, \quad (\text{A.43})$$

Para obtener la segunda incógnita  $Z_s(s)$  se sustituye la expresión (A.36) en la ecuación (A.28)

$$Z_s(s) \left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right) = \frac{k_s}{m_s} \left\{ F(s) k_u m_s Z_r(s) + \frac{F(s) m_s s^2}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} F_a(s) \right\} - \frac{1}{m_s} F_a(s), \quad (\text{A.44})$$

simplicando términos

$$Z_s(s) \left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right) = F(s)k_s k_u Z_r(s) + \left\{ \frac{F(s)k_s s^2}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} - \frac{1}{m_s} \right\} F_a(s), \quad (\text{A.45})$$

$$Z_s(s) = \left\{ \frac{F(s)k_s k_u}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} \right\} Z_r(s) + \left\{ \frac{F(s)k_s m_s s^2 - \left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)^2 m_s} \right\} F_a(s), \quad (\text{A.46})$$

$$Z_s(s) = \left\{ \frac{F(s)k_s k_u}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} \right\} Z_r(s) + \left\{ \frac{F(s)k_s m_s s^2 - \left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)^2 m_s} \right\} F_a(s), \quad (\text{A.47})$$

luego definiendo las siguientes igualdades

$$G_1(s) = \frac{F(s)k_s k_u}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)}, \quad (\text{A.48})$$

$$G_3(s) = \frac{F(s)k_s m_s s^2 - \left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)^2 m_s}, \quad (\text{A.49})$$

se tiene entonces la función de transferencia de la masa suspendida como

$$Z_s(s) = G_1(s)Z_r(s) + G_3(s)F_a(s), \quad (\text{A.50})$$

en donde

$$G_1(s) = \frac{F(s)k_s k_u}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)} = \left\{ \frac{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)}{(m_s m_u) s^4 + (m_s k_s + m_u k_s + m_s k_u) s^2 + k_s k_u} \right\} \frac{k_s k_u}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)}, \quad (\text{A.51})$$

$$\mathbf{G}_1(\mathbf{s}) = \frac{\mathbf{k}_s \mathbf{k}_u}{(\mathbf{m}_s \mathbf{m}_u) \mathbf{s}^4 + (\mathbf{m}_s \mathbf{k}_s + \mathbf{m}_u \mathbf{k}_s + \mathbf{m}_s \mathbf{k}_u) \mathbf{s}^2 + \mathbf{k}_s \mathbf{k}_u}, \quad (\text{A.52})$$

$$G_3(s) = \frac{F(s)k_s m_s s^2 - \left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right)^2 m_s} = \frac{k_s m_s s^2 - [(m_s m_u) s^4 + (m_s k_s + m_u k_s + m_s k_u) s^2 + k_s k_u]}{\left( s^2 + \frac{k_s}{m_s} \right) m_s [(m_s m_u) s^4 + (m_s k_s + m_u k_s + m_s k_u) s^2 + k_s k_u]}, \quad (\text{A.53})$$

$$G_3(s) = \frac{-[(m_s m_u) s^4 + (m_u k_s + m_s k_u) s^2 + k_s k_u]}{(m_s s^2 + k_s) [(m_s m_u) s^4 + (m_s k_s + m_u k_s + m_s k_u) s^2 + k_s k_u]}, \quad (\text{A.54})$$

$$G_3(s) = -\frac{(m_s s^2 + k_s)(m_u s^2 + k_u)}{(m_s s^2 + k_s)[(m_s m_u) s^4 + (m_s k_s + m_u k_s + m_s k_u) s^2 + k_s k_u]}, \quad (\text{A.55})$$

$$\mathbf{G}_3(\mathbf{s}) = -\frac{\mathbf{m}_u \mathbf{s}^2 + \mathbf{k}_u}{(\mathbf{m}_s \mathbf{m}_u) \mathbf{s}^4 + (\mathbf{m}_s \mathbf{k}_s + \mathbf{m}_u \mathbf{k}_s + \mathbf{m}_s \mathbf{k}_u) \mathbf{s}^2 + \mathbf{k}_s \mathbf{k}_u}. \quad (\text{A.56})$$

Se observa que las ecuaciones resultantes (A.41), (A.43), (A.52) y (A.56) comparten el mismo denominador, consecuentemente también comparten los mismos polos en lazo abierto. Esto no pasa con los ceros del sistema.



# Apéndice B

## Diagramas a bloques en SIMULINK/MATLAB<sup>®</sup>

### B.1 Diagrama a bloques de un cuarto de automóvil con fuerza de control semi-activa

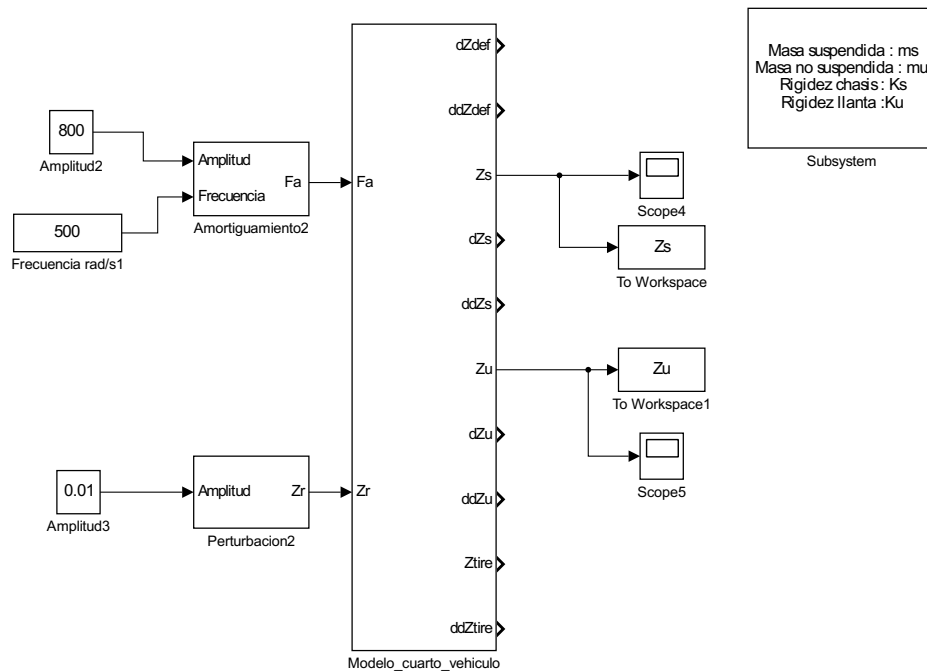


Figura B.1: Modelo de un cuarto de automóvil en diagrama a bloques de Simulink<sup>®</sup>.

El diagrama a bloques de la figura B.1 consta de los siguientes subsistemas:

- ✓ *Modelo cuarto vehiculo.* Es el modelo de un cuarto de automóvil simplificado de dos grados de libertad; comprende de dos entradas: señal de perturbación  $z_r(t)$  y de control  $F_a(t)$ .

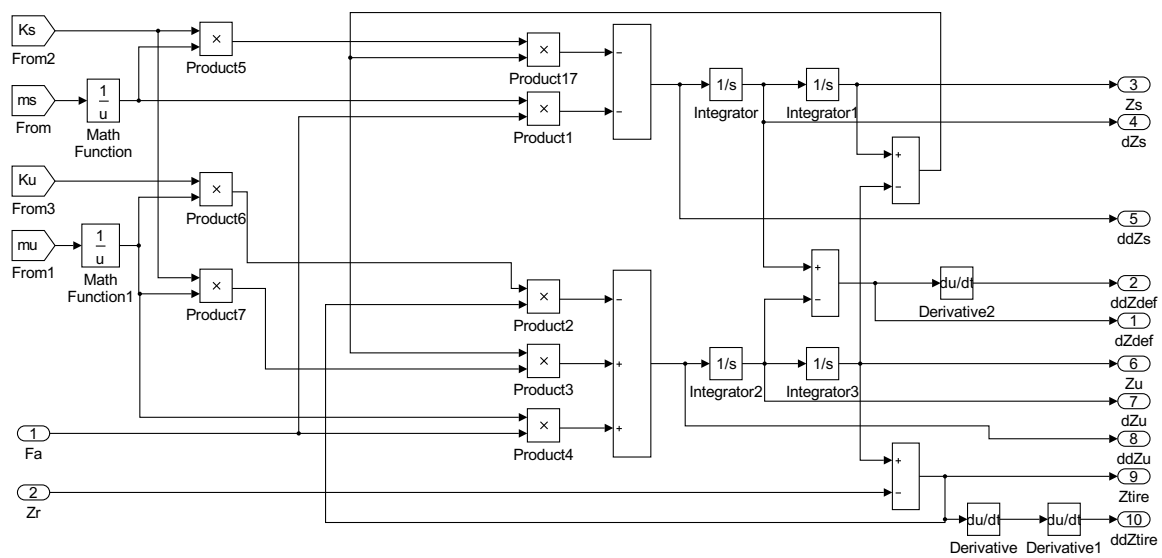


Figura B.2: Modelo de un cuarto de automóvil en diagrama a bloques de Simulink<sup>®</sup>.

- ✓ *Amortiguamiento2 y Perturbación2.* Corresponden a las entradas  $F_a(t)$  y  $z_r(t)$  senoidales con amplitud y frecuencia constante.

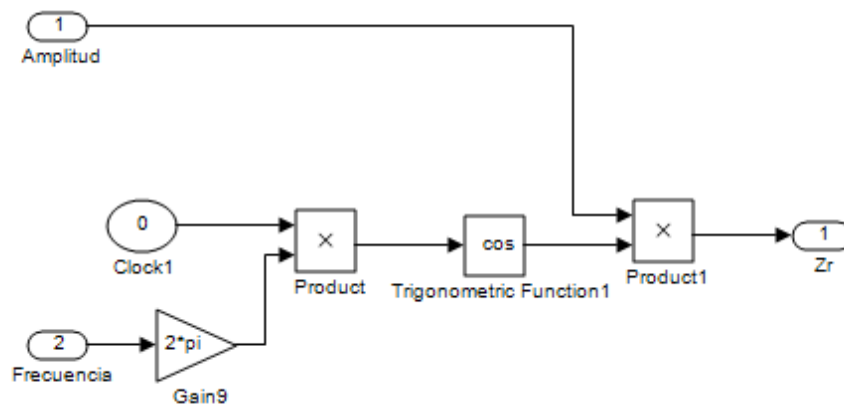


Figura B.3: Variación del amortiguamiento y perturbación.

✓ *Perturbación frecuencial.* El diagrama de la figura B.4, describe una señal de perturbación que simula un barrido de frecuencias en el tiempo, ver ecuación 6.51 en la sección 6.4.2.

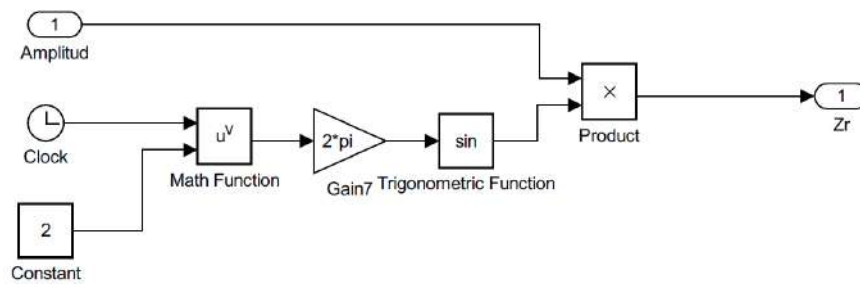


Figura B.4: Diagrama a bloques de una perturbación con barrido frecuencial en el dominio del tiempo.

✓ *Perturbación de tipo reductor de velocidad (tope).*

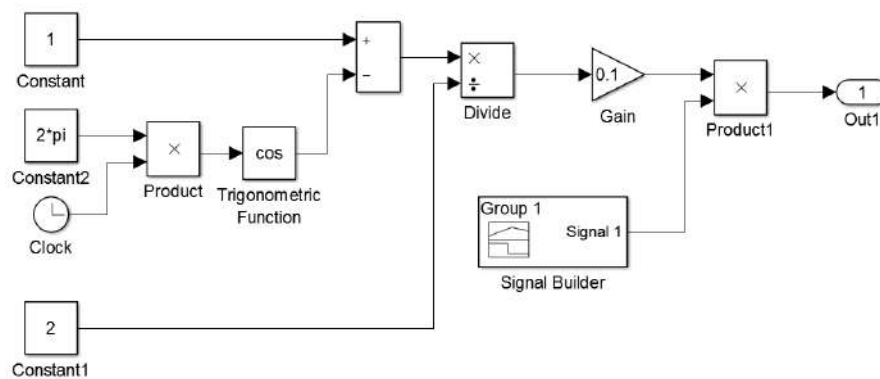


Figura B.5: Diagrama de una perturbación que simula un obstáculo en el camino con una frecuencia de 1Hz.

## B.2 Modelo en espacio de los estados de un cuarto de automóvil

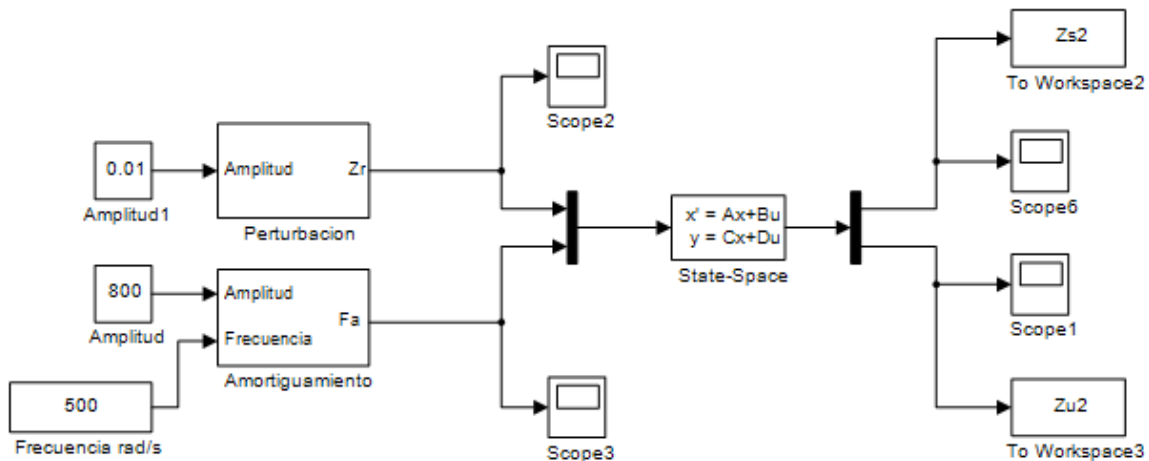


Figura B.6: Modelo en el espacio de los estados.

## B.3 Funciones de transferencia del modelo de un cuarto de automóvil

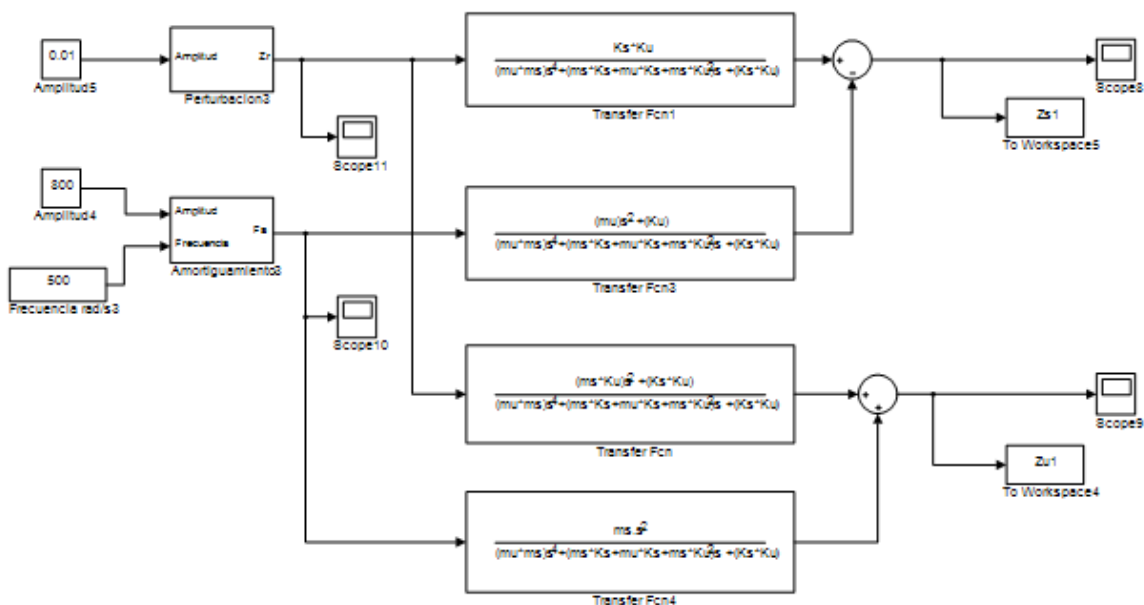


Figura B.7: Funciones de transferencia de la masa suspendida y no suspendida.

# Apéndice C

## Programas en MATLAB<sup>®</sup>

### C.1 Cálculo de los coeficientes del modelo polinomial

```
% Programa 1. Cálculo de los coeficientes del modelo polinomial.
% Descripción: Función que recibe como parámetros:
% XP matriz cuyas filas son vectores de datos de velocidad para a>0.
% YP matriz cuyas filas son vectores de datos de fuerza para a>0.
% XN matriz cuyas filas son vectores de datos de velocidad para a<0.
% YN matriz cuyas filas son vectores de datos de fuerza para a<0.
% n orden del polinomio
% I vector de datos de corriente de control.
% c vector compuesto por los números del total de muestras de cada prueba.
% La función retorna los siguientes resultados:
% AP matriz cuyas filas son los vectores de coeficientes de la regresión
% polinomial para a>0.
% AN matriz cuyas filas son los vectores de coeficientes de la regresión
% polinomial para a<0.
% SP matriz cuyas filas son los coeficientes del modelo polinomial para a>0
% SN matriz cuyas filas son los coeficientes del modelo polinomial para a<0

function [AP,AN,SP,SN]=parametros(XP,YP,XN,YN,n,I,c)
dim=size(XP);
nP=dim(1,1); %número de polinomios con aceleración positiva
nN=dim(1,1); %número de polinomios con aceleración negativa
for i=1:nP
%Regresión polinomial para coeficientes de aceleración positiva.
AP(i,1:n+1)=polyfit(XP(i,1:c(i)),YP(i,1:c(i)),n);
%Regresión polinomial para coeficientes de aceleración negativa.
AN(i,1:n+1)=polyfit(XN(i,1:c(i)),YN(i,1:c(i)),n);
end

%Evaluación de los coeficientes resultantes.
for i=1:nP
X=XP(i,1:c(i));
Y=polyval(AP(i,1:n+1),X);
plot(X,YP(i,1:c(i)),'r')
hold on
plot(X,Y,'g')
hold on
X1=XN(i,1:c(i));
Y1=polyval(AN(i,1:n+1),X1);
plot(X1,YN(i,1:c(i)),'r')
hold on
plot(X1,Y1,'g')
hold on
end

for j=1:n+1
SP(j,1:2)=polyfit(I,(AP(1:nP,j))',1);
SN(j,1:2)=polyfit(I,(AN(1:nP,j))',1);
```

```
end
```

## C.2 Programación del modelo polinomial

```
%Programa 2. Programaci\on del modelo polinomial.
%Descripci\on: Funci\on que recibe como par\ametros:
%v vector de velocidades
%a vector de aceleraciones
%SP matriz de coeficientes del modelo polinomial para a>0.
%Sp matriz de coeficientes del modelo polinomial para a<0.
%Ia corriente de control
%la funci\on retorna el vector de fuerza estimada famodel.

function [famodel]=polinomial(v,a,SP,SN,Ia)
g=size(SP);
n=(g(1,1))-1 %Grado del polinomio
datos=length(v) %Dimensi\on del vector de velocidades
fa=zeros(datos,1);
for i=1:datos
if a(i)>0

k=n;
for j=1:n+1
fa(i)=fa(i)+((SP(j,1)*Ia+SP(j,2))*((v(i))^k)); %Fuerza para a>0
k=k-1;
end
else
k=n;
for j=1:n+1
fa(i)=fa(i)+((SN(j,1)*Ia+SN(j,2))*((v(i))^k)); %Fuerza para a<0
k=k-1;
end
end
end
plot(v,fa)
famodel=fa; %Fuerza de amortiguamiento estimada.
```

## C.3 Cálculos del análisis del resorte de la suspensión

```
%Programa 3. C\alculo de la resistencia del resorte de la suspensi\on.
%Descri\on: Programaci\on de los c\alculos correspondientes al
%an\alisis del resorte helicoidal utilizado en este proyecto.

%P\arametros.
g=9.81; % m/s2 aceleraci\on
xo=0.018; %Deformaci\on inicial por la precarga.
M=100; %Kg Masa suspendida

%Caracter\isticas del material del resorte:
% Se supone ASTM A-232/AISI-6150 (shigley)
% Acero al Cr-V templado en aceite y revenido.
%E=30E6; %psi M\odulo de elasticidad
%G=11.5E6; %psi M\odulo en torsi\on o de cortante
E=203.4E9; %Pa
G=77.2E9; %Pa
Tsmín=[190E3,300E6]; %Tensi\on m\inima a la fluencia

%Caracter\isticas del resorte:
d=10.8 %mm di\metro del alambre
d=d/1000;
Dext=122.63; %mm di\metro exterior del resorte
Dext=Dext/1000;
D=Dext-d %m di\metro medio de arrollamiento
Nt=7 %n\umero de espiras totales
No=2 %n\umero de espiras inactivas
C=D/d; %Constante del resorte
```

```

%Se sabe que el resorte es Escuadrado:
Na=Nt-No %numero de espiras activas
p=58.5 %mm
p=p/1000;
alpha=(atan(p/(pi*D)))*57.3 %'\angulo de h'\elice (<13 grados)
%p=pi*D*(tan(alpha)); %paso de h'\elice
Lo=(p*Na)+(3*d) %Longitud libre, longitud del resorte en m'\axima extensi\on.
Lf=d*(Na+3) %Longitud en m'\axima compresi\on.

%Constante del resorte (K)
%G=G*6894.76; %Conversion de psi a Pa donde el factor de conversion es: 1psi=6894.76Pa
K=(G*((d)^4))/(8*Na*((D)^3)) %Constante K (N/m)
K_kg=K/g %Constante K (Kg/m)

%Resistencia admisible a carga est\atica en tensi\on o m'\aximo esfuerzo permitido en un alambre.
%Para ASTM A-232/AISI-6150 de la tabla 9.3, pagina 139 del PDF "Dise\~no de elementos de Maquinas UNAM"
A=1790E6;% Pa
m=0.155;
Sut=A/(d^m);
%Resistencia al corte permisible a carga est\atica para acero Templado y
%Revenido se cumple que:
Tadm=0.5*Sut;
%Carga est\atica m'\axima admisible.
ks=1+(0.5/C); %Factor de correcci\on del esfuerzo cortante
kw=(4*C-1)
%ks=1+(0.615/C);
Padm=(Tadm*pi*(d^2))/(ks*8*C);
PesoKgAdmisible=Padm/g

%Deformaci\on con carga media y c\alculo de carga m'\axima.
Precarga=K_kg*xo %Kg
Pm=Precarga+M %Carga media
x_m=Pm/K_kg %Deformaci\on con carga media
x_m=0.025
M2=(x_m*K_kg)-Precarga

```

## C.4 Respuesta en vibración libre no amortiguada

```

%Programa 4. %Vibraci\on libre no amortiguada.
%Descripci\on: Programaci\on de los c\alculos correspondientes al
%an\alisis de vibraci\on libre no amortiguada.

ms=100; %(Kg)
mu=27.8; %(Kg)
Ks=18775; %(N/m)
Ku=148288.6; %(N/m)

%Frecuencias naturales

a=ms*mu;
b=(-ms*Ku)+(-ms*Ks)+(-mu*Ks);
c=Ks*Ku;

w1_2=(-b-sqrt((b^2)-(4*a*c)))/(2*a); %Frecuencia 1 al cuadrado
w2_2=(-b+sqrt((b^2)-(4*a*c)))/(2*a); %Frecuencia 2 al cuadrado

w1=sqrt(w1_2); %Frecuencia 1 (rad/s)
w2=sqrt(w2_2); %Frecuencia 2 (rad/s)
f1=w1/(2*pi); %Frecuencia 1 (Hz)
f2=w2/(2*pi); %Frecuencia 2 (Hz)

%Relaciones modales en vibraci\on libre no amortiguada r(w)=Zu/Zu;
r1=((-ms*(w1^2))+Ks)/Ks; %Relacion en el primer modo de vibraci\on
%r1=(Ks/((-mu*(w1^2))+Ks+Ku))

r2=((-ms*(w2^2))+Ks)/Ks; %Relacion en el segundo modo de vibraci\on
%r2=(Ks/((-mu*(w2^2))+Ks+Ku))

```

```

%Condiciones iniciales

Zs0=0.01;
Zu0=r1*0.01;
dZs0=0;
dZu0=0;

%Amplitud y fase de la respuesta general

Zs1=(1/(r1-r2))*(sqrt((((r2*Zs0)-Zu0)^2)+((((r2*dZs0)+dZu0)/w1)^2)));
Zs2=(1/(r1-r2))*(sqrt((((r1*Zs0)+Zu0)^2)+(((r1*dZs0)-dZu0)/w2)^2)));
cc1=(-r2*dZs0)+dZu0;
cc2=(r2*Zs0)-Zu0;
if (~cc1 && ~cc2),
    phi1=pi/2;
else
    phi1=atan((((r2*dZs0)+dZu0)/(w1*((r2*Zs0)-Zu0)));
end
cs1=(r1*dZs0)-dZu0;
cs2=(-r1*Zs0)+Zu0;
if (~cs1 && ~cs2),
    phi2=pi/2;
else
    phi2=atan(((r1*dZs0)-dZu0)/(w2*((r1*Zs0)+Zu0)));
end

%Respuesta general no amortiguada del sistema en vibración libre
t=[0:0.001:25];

zs_t=(Zs1*cos(w1*t+phi1))+(Zs2*cos(w2*t+phi2));
zu_t=(r1*Zs1*cos(w1*t+phi1))+(r2*Zs2*cos(w2*t+phi2));

%plot(t,zs_t,'k')
%hold on
%plot(t,zu_t,'g')

```

## C.5 Cálculos del análisis modal del sistema en vibración forzada

```

%Programa 5. Respuesta general del sistema mediante analisis modal
ms=100; %(Kg)
mu=27.8; %(Kg)
Ks=18775; %(N/m)
Ku=148288.6; %(N/m)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
t=[0:0.001:20];
%Respuesta general del sistema mediante analisis modal
%Sistemas de varios grados de libertad
%Rao pag.556

M=[ms 0; 0 mu];
K=[Ks -Ks;-Ks Ku+Ks];
%C=[cs -cs;-cs cs];

%Problema del valor eigen:

MD=inv(K)*M; %Matriz dinamica
P=poly(MD); %Coeficientes del polinomio caracteristico det(landa*I-MD)

%Valores eigen
R=roots(P); %Raices del polinomio caracteristico (landa's), landa=1/(w^2)

w1_modal=sqrt(inv(R(1))); %Primera frecuencia modal o de resonancia
w2_modal=sqrt(inv(R(2))); %Segunda frecuencia modal o de resonancia

%vectores eigen

```



```

I=[1 0;0 1]; %Matriz identidad

%vector eigen 1: w1
S1=R(1)*I-MD; %Matriz sustituyendo landa1
%obtenemos un sistema de 2 ecuaciones con zs1 y zu1, despejamos para que
%zu1(zs1):
%entonces el eigen vector 1 es:
v1_1=1;
v1_2=-S1(1)/S1(3);
V1=[v1_1;v1_2]; %Eigen vector 1

%vector eigen 2: w2
S2=R(2)*I-MD; %Matriz sustituyendo landa2
%obtenemos un sistema de 2 ecuaciones con zs2 y zu2, despejamos para que
%zu2(zs2):
%entonces el eigen vector 2 es:
v2_1=1;
v2_2=-S2(1)/S1(3);
V2=[v2_1;v2_2]; %Eigen vector 2

%Normalizacion de los vectores modales con respecto a M
%Normalizacion del vector 1:
%ZSN_1*V1'*M*ZSN_1*V1=1
ZSN_1=sqrt(1/((V1')*M*V1));
zsN1=ZSN_1*V1; %Vector normalizado resultante
%comprobacion
z1=zsN1'*M*zsN1;
%Normalizacion del vector 2:
%ZSN_2*V2'*M*ZSN_2*V2=1
ZSN_2=sqrt(1/((V2')*M*V2));
zsN2=ZSN_2*V2; %Vector normalizado resultante
%comprobacion
z2=zsN2'*M*zsN2;

%Matriz modal (matriz de los vectores normalizados respecto a M)
ZMN=[zsN1 zsN2];
ZMN'*M*ZMN %comprobacion
ZMN'*K*ZMN %comprobacion
%ZMN'*C*ZMN %comprobacion

%La respuesta de las masas mediante el teorema de expansion se
%puede expresar como una combinacion lineal de las formas modales
%Por tanto se obtienen las coordenadas generalizadas del sistema q1_t y
%q2_t

%Considerando un sistema de ecuaciones desacopladas como:
%[I]*[ddq_t]+[w1^2 0; 0 w2^2]*[q_t]=[Q_t]
%Y una perturbacion del camino como: zr_t=Zr*cos(wr*t)donde
Zr=0.01; %vibracion forzada
%Zr=0; %vibracion libre
%Con una fuerza del amortiguador como: fd_t=U*cos(wa*t) donde
U=150; %vibracion amortiguada
%U=0; %vibracion libre
frecuencia_amortiguador=1;
wa=2*pi*frecuencia_amortiguador; %frecuencia de 0.25khz
t2=ones(size(t));
wr=2*pi*t-(pi/2); %barrido frecuencial en el dominio del tiempo

%Condiciones iniciales fisicas
Zs0=0;
%Zs0=0.01;
Zu0=r1*Zs0;
dZs0=0;
dZu0=0;

Z_0=[Zs0;Zu0];
dZ_0=[dZs0;dZu0];

%condiciones iniciales generalizadas

```

```

q_0=ZMN'*M*Z_0;
dq_0=ZMN'*M*dZ_0;

%se tienen:

%Primera coordenada generalizada:
beta11=(ZMN(2)-ZMN(1))*U;
beta12=ZMN(2)*Ku*Zr;
q1_t_Q1_wa=(beta11/(w1_modal^2))*(cos(wa*t)-cos(w1_modal*t))*(1/(1-((wa/w1_modal)^2)));
q1_t_Q1_wr=(beta12/(w1_modal^2))*(cos(wr.*t)-cos(w1_modal*t)).*(1./(1-((wr./w1_modal).^2)));
q1_t=(q_0(1)*cos(w1_modal*t))+((dq_0(1)/w1_modal)*sin(w1_modal*t))+q1_t_Q1_wa+q1_t_Q1_wr;
%Segunda coordenada generalizada
beta21=(ZMN(4)-ZMN(3))*U;
beta22=ZMN(4)*Ku*Zr;
q2_t_Q2_wa=(beta21/(w2_modal^2))*(cos(wa*t)-cos(w2_modal*t))*(1/(1-((wa/w2_modal)^2)));
q2_t_Q2_wr=(beta22/(w2_modal^2))*(cos(wr.*t)-cos(w2_modal*t)).*(1./(1-((wr./w2_modal).^2)));
q2_t=(q_0(2)*cos(w2_modal*t))+((dq_0(2)/w2_modal)*sin(w2_modal*t))+q2_t_Q2_wa+q2_t_Q2_wr;

%Finalmente los desplazamientos fisicos se obtienen mediante [z_t]=[ZMN]*[q_t], entonces:
zs_tM=ZMN(1)*q1_t+ZMN(3)*q2_t;
zu_tM=ZMN(2)*q1_t+ZMN(4)*q2_t;

```

## C.6 Generación de los gráficos logarítmicos de magnitud (Pseudo-Bode)

```

%Programa 6. Programa para generar la funcion Pseudo-Bode.

Zr=0.01; %%Amplitud de la perturbacion
U=100; %%Amplitud de la fuerza de amortiguamiento
frecuencia_amortiguador=0.1;
frecuencia_perturbacion=1;

samples=30; %%Frecuencia maxima (Hz)
Tsamples=0.1; %%Incrementos de frecuencia (Hz)
Periodos=10; %%Periodos de la simulacion para el estado estado estable

freq=(1:Tsamples:samples)'; %Vector de frecuencias de prueba

%inicializacion de los vectores de salida
%modelo 1
promZs1=zeros(length(freq),1);
promZu1=zeros(length(freq),1);
promZtire1=zeros(length(freq),1);

%modelo 2
promZs2=zeros(length(freq),1);
promZu2=zeros(length(freq),1);
promZtire2=zeros(length(freq),1);

%modelo 3
promZs3=zeros(length(freq),1);
promZu3=zeros(length(freq),1);
promZtire3=zeros(length(freq),1);

%modelo 4
promZs=zeros(length(freq),1);
promZu=zeros(length(freq),1);
promZtire=zeros(length(freq),1);

i=1;

while (frecuencia_perturbacion<samples) %Simular mientras f<30Hz
t_sim=Periodos/freq(i); %Tiempo de simulacion
frecuencia_perturbacion=freq(i) %Frecuencia de prueba
 analisis_modal %Calculo del analisis modal
 sim('prueba1_TODOS_final',t_sim); %Simulaciones

```

```

%%Resultados del analisis modal:
promZs1(i)=(max(zs_tM)-min(zs_tM))/2;
promZu1(i)=(max(zu_tM)-min(zu_tM))/2;
promZtire1(i)=(max(ztire_tM)-min(ztire_tM))/2;

%%Resultados de las funciones de transferencia:
promZs2(i)=(max(Zs1)-min(Zs1))/2;
promZu2(i)=(max(Zu1)-min(Zu1))/2;
promZtire2(i)=(max(Ztire1)-min(Ztire1))/2;

%%Resultados del modelo en espacio de estados:
promZs3(i)=(max(Zs2)-min(Zs2))/2;
promZu3(i)=(max(Zu2)-min(Zu2))/2;
promZtire3(i)=(max(Ztire2)-min(Ztire2))/2;

%%Resultados del modelo en Simulink:
promZs(i)=(max(Zs)-min(Zs))/2;
promZu(i)=(max(Zu)-min(Zu))/2;
promZtire(i)=(max(Ztire)-min(Ztire))/2;

i=i+1;
end

%Magnitud logaritmica del modelo 1
bodeZs1=20.*log10(promZs1/Zr);
bodeZu1=20.*log10(promZu1/Zr);
bodeZtire1=20.*log10(promZtire1/Zr);

%Magnitud logaritmica del modelo 2
bodeZs2=20.*log10(promZs2/Zr);
bodeZu2=20.*log10(promZu2/Zr);
bodeZtire2=20.*log10(promZtire2/Zr);

%Magnitud logaritmica del modelo 3
bodeZs3=20.*log10(promZs3/Zr);
bodeZu3=20.*log10(promZu3/Zr);
bodeZtire3=20.*log10(promZtire3/Zr);

%Magnitud logaritmica del modelo 4
bodeZs=20.*log10(promZs/Zr);
bodeZu=20.*log10(promZu/Zr);
bodeZtire=20.*log10(promZtire/Zr);

figure(1)
semilogx(freq,bodeZs,'r'); %simulink
hold on;
semilogx(freq,bodeZs1,'b'); %modal
semilogx(freq,bodeZs2,'k'); %fcn transferencia
semilogx(freq,bodeZs3,'m'); %estados
title('Respuesta en frecuencia de la masa suspendida (Zs)');
xlabel('Frecuencia (Hz)');
ylabel('Magnitud [dB]');
grid on;

figure(2)
semilogx(freq,bodeZu,'r'); %simulink
hold on;
semilogx(freq,bodeZu1,'b'); %modal
semilogx(freq,bodeZu2,'k'); %fcn transferencia
semilogx(freq,bodeZu3,'m'); %estados
title('Respuesta en frecuencia de la masa no suspendida (Zu)');
xlabel('Frecuencia (Hz)');
ylabel('Magnitud [dB]');
grid on;

figure(3)
semilogx(freq,bodeZtire,'r'); %simulink
hold on;
semilogx(freq,bodeZtire1,'b'); %modal
semilogx(freq,bodeZtire2,'k'); %fcn transferencia
semilogx(freq,bodeZtire3,'m'); %estados

```

```

title('Respuesta en frecuencia de la deflexion del neumatico (Ztire=Zu-Zr)');
xlabel('Frecuencia (Hz)');
ylabel('Magnitud [dB]');
grid on;

```

## C.7 Cálculo de la respuesta en frecuencia con diferentes entradas de corriente de control de la suspensión semi-activa

```

%Programa 7. Respuesta en frecuencia de la suspensi\on semi-activa
  utilizando el modelo polinomial del amortiguador MR

Zr=0.01; %%Amplitud de la perturbacion

samples=30;      %Frecuencia maxima (Hz)
Tsamples=0.1;   %Incrementos de frecuencia (Hz)
Periodos=10;    %Periodos de la simulacion para el estado estado estable

freq=(1:Tsamples:samples)';      %Vector de frecuencias de prueba
Intensidades=[0 0.241 0.530 0.75 1 2];%Vector de intensidades de corriente
j=1;
while (j<=6)
Ia=Intensidades(j);
frecuencia_perturbacion=1;
%inicializacion de los vectores de salida
promZs=zeros(length(freq),1);
promddZs=zeros(length(freq),1);
promZu=zeros(length(freq),1);
promZtire=zeros(length(freq),1);

i=1;
while (frecuencia_perturbacion<samples) %Simular mientras f<30Hz
t_sim=Periodos/freq(i); %Tiempo de simulacion
frecuencia_perturbacion=freq(i) %Frecuencia de prueba
sim('prueba12_SIMULINKconMR_final',t_sim); %Simulacion

%%Resultados del modelo en Simulink acoplado con el modelo polinomial
%%de amortiguador MR:
promZs(i)=(max(Zs)-min(Zs))/2;
promddZs(i)=(max(ddZs)-min(ddZs))/2;
promZu(i)=(max(Zu)-min(Zu))/2;
promZtire(i)=(max(Ztire)-min(Ztire))/2;

i=i+1;
end

%Magnitud logaritmica
bodeZs=20.*log10(promZs/Zr);      %Posicion de la masa suspendida
bodeddZs=20.*log10(promddZs/Zr); %Aceleracion de la masa suspendida
bodeZu=20.*log10(promZu/Zr);      %Posicion de la masa no suspendida
bodeZtire=20.*log10(promZtire/Zr); %Deflexion del neumatico

figure(1)
semilogx(freq,bodeZs);
hold on;
title('Respuesta en frecuencia de la masa suspendida (Zs)');
xlabel('Frecuencia (Hz)');
ylabel('Magnitud [dB]');
grid on;

figure(2)
semilogx(freq,bodeZu);
hold on;
title('Respuesta en frecuencia de la masa no suspendida (Zu)');
xlabel('Frecuencia (Hz)');
ylabel('Magnitud [dB]');

```

```

grid on;

figure(3)
semilogx(freq,bodeZtire);
hold on;
title('Respuesta en frecuencia de la deflexion del neumatico (Ztire=Zu-Zr)');
xlabel('Frecuencia (Hz)');
ylabel('Magnitud [dB]');
grid on;

figure(4)
semilogx(freq,bodeddZs);
hold on;
title('Respuesta en frecuencia de la aceleracion de la masa suspendida');
xlabel('Frecuencia (Hz)');
ylabel('Magnitud [dB]');
grid on;

j=j+1;

end

%saveas(get_param('prueba12_SIMULINKconMR_final','Handle'),'model_final.pdf');

```

## C.8 Cálculo de la respuesta en frecuencia del sistema con control semi-activo

%Programa 8. Respuesta en frecuencia del sistema controlado (SH, GH, SH-GH, PAF).

```

Zr=0.01; %%Amplitud de la perturbacion

%%Corrientes de control maxima y nominal
Imax=0.75; %Corriente maxima de control
Inom=0.375; %Corriente nominal
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CONTROLADOR HIBRIDO SH-GH (20%, 50%, 75% y 90%)
hyb=0.9; %Factor de ponderacion

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CONTROLADOR MODAL PAF
Zetaf=0.5; %Relacion de amortiguamiento del absorbedor virtual
wf=w1; %Frecuencia natural para amortiguamiento
%en el primer modo de vibracion
g=0.1; %Ganancia de retroalimentacion positiva

%Amortiguamiento proporcional [C]=p1[M]+p2[K]
zeta1=0.001
zeta2=0.001
p1=2*(zeta1*w1*(w2^2)-zeta2*w2*(w1^2))/(w2^2-w1^2)
p2=2*(zeta2*w2-zeta1*w1)/(w2^2-w1^2)

M=[ms 0; 0 mu];
K=[Ks -Ks;-Ks Ku+Ks];
C_proporcional=p1*M+p2*K;
cs_m=C_proporcional(1)+C_proporcional(3);
cu_m=C_proporcional(4)+C_proporcional(3);
cdef_m=(-1)*C_proporcional(3);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
samples=30; %Frecuencia maxima (Hz)
Tsamples=0.1; %Incrementos de frecuencia (Hz)
Periodos=10; %Periodos de la simulacion para el estado estado estable

freq=(1:Tsamples:samples)'; %Vector de frecuencias de prueba

frecuencia_perturbacion=1;

```

```

%%inicializacion de los vectores de salida
promZs=zeros(length(freq),1);
promddZs=zeros(length(freq),1);
promZu=zeros(length(freq),1);
promZtire=zeros(length(freq),1);

i=1;
while (frecuencia_perturbacion<samples) %Simular mientras f<30Hz
t_sim=Periodos/freq(i); %Tiempo de simulacion
frecuencia_perturbacion=freq(i) %Frecuencia de prueba
sim('controlPAF_3',t_sim); %Simulacion

%%Resultados del modelo en Simulink acoplado con el modelo polinomial
%%de amortiguador MR:
promZs(i)=(max(Zs)-min(Zs))/2;
promddZs(i)=(max(ddZs)-min(ddZs))/2;
promZu(i)=(max(Zu)-min(Zu))/2;
promZtire(i)=(max(Ztire)-min(Ztire))/2;

i=i+1;
end

%Magnitud logaritmica
bodeZs=20.*log10(promZs/Zr); %Posicion de la masa suspendida
bodeddZs=20.*log10(promddZs/Zr); %Aceleracion de la masa suspendida
bodeZu=20.*log10(promZu/Zr); %Posicion de la masa no suspendida
bodeZtire=20.*log10(promZtire/Zr); %Deflexion del neumatico

figure(1)
semilogx(freq,bodeZs,'r');
hold on;
title('Respuesta en frecuencia de la masa suspendida (Zs)');
xlabel('Frecuencia (Hz)');
ylabel('Magnitud [dB]');
grid on;

figure(2)
semilogx(freq,bodeZu,'r');
hold on;
title('Respuesta en frecuencia de la masa no suspendida (Zu)');
xlabel('Frecuencia (Hz)');
ylabel('Magnitud [dB]');
grid on;

figure(3)
semilogx(freq,bodeZtire,'r');
hold on;
title('Respuesta en frecuencia de la deflexion del neumatico (Ztire=Zu-Zr)');
xlabel('Frecuencia (Hz)');
ylabel('Magnitud [dB]');
grid on;

figure(4)
semilogx(freq,bodeddZs,'r');
hold on;
title('Respuesta en frecuencia de la aceleracion de la masa suspendida');
xlabel('Frecuencia (Hz)');
ylabel('Magnitud [dB]');
grid on;

%VIBRACION PROMEDIO PARA INDICES DE RENDIMIENTO DE LA SUSPENSION
J_ddZs=(sum(bodeddZs.^2)-(bodeddZs(1)^2))*Tsamples;
J_ddZtire=(sum(bodeZtire.^2)-(bodeZtire(1)^2))*Tsamples;
J_ddZs_SH
J_ddZtire_SH
%saveas(get_param('prueba12_SIMULINKconMR_final','Handle'),'model_final.pdf');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%INDICES DE RENDIMIENTO DE LA SUSPENSION
J_DDZS_T=[J_ddZs_SH J_ddZs_GH J_ddZs_SH_GH J_ddZs_PAF1 J_ddZs_nom J_ddZs_min J_ddZs_max];
J_DDZTIRE_T=[J_ddZtire_SH J_ddZtire_GH J_ddZtire_SH_GH J_ddZtire_PAF1 J_ddZtire_nom J_ddZtire_min J_ddZtire_max];
I_confort=J_ddZs_nom./J_DDZS_T;

```

```
I_roadholding=J_ddZtire_nom./J_DDZTIRE_T;  
bar(I_comfort,.75,'grouped');  
bar(I_roadholding,.75,'grouped');
```





# Apéndice D

## Tablas

Tabla D.1: Valores de deflexión y deformación para el neumático con denominación 175/70 R13 a 180kPa de presión, extraídos de [Chalco-Criollo y Sinchi-Viñanzaca \(2016\)](#).

Masa (lb)	Carga (N)	Deflexión (mm)	Deformación (mm)
600	2669.83	19.27	268.33
650	2892.32	20.77	266.83
700	3114.80	22.32	265.28
750	3344.32	23.39	264.21
800	3567.27	24.26	263.34
850	3790.23	25	262.60
900	4013.18	26.28	261.32
950	4236.14	27.55	260.05
1000	4459.09	28.7	258.9

Tabla D.2: Especificaciones de desempeño del actuador lineal modelo 7821138 PPA-90VCD (Actuador de Paquete de Desempeño) de Thomson<sup>®</sup>.

Especificación (unidades)	Valor
Voltaje de entrada (VCD)	90
Longitud de carrera máx. (mm)	100
Carga dinámica máx. (N)	6670
Carga estática máx. (N)	13350
Velocidad sin carga máx. (mm/s)	32
Velocidad con carga máx. (mm/s)	28
Ciclo de servicio con carga máxima a 25°	30%
Tipo de husillo	Bolas
Clase de protección	IP52

Tabla D.3: Despliegue de la matriz de la calidad (QD)

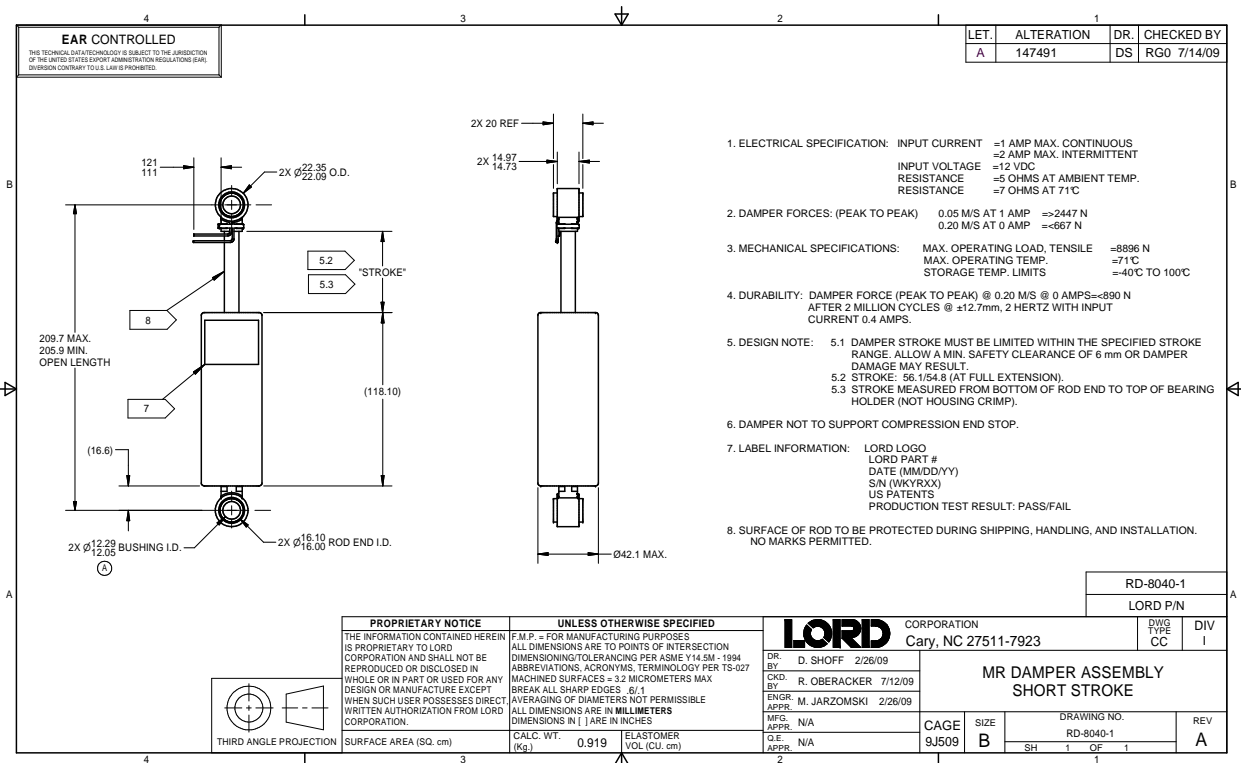
Requerimientos (Qué) Iniciales	Técnicos	Prioridad		Parámetros funcionales de calidad (Cómo)																
		abs.	%	a1	b1	b2	c1	d1	f1	f2	g1	h1	j1	l1	m1	m2	n1	n2	n3	
A	A1	10	6.8	○	△	○	△	△	△	△	△	○	△	△	△	△	△	△	△	△
B	B1	8	5.4	○	○	△	△	△	△	△	○	△	○	○	△	△	△	△	△	△
	B2	8	5.4	○	○	○	△	△	△	△	○	△	○	○	△	△	△	△	△	△
C	C1	8	5.4	○	△	○	○	△	△	○	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
	D1	10	6.8	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
E	E1	8	5.4	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
	F1	10	6.8	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
F	F2	10	6.8	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
	G1	8	5.4	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
G	H1	10	6.8	○	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
	J1	10	6.8	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
L	L1	8	5.4	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
	M1	8	5.4	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
M	M2	8	5.4	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
	N1	8	5.4	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
N	N2	8	5.4	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
	N3	8	5.4	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
Ponderación absoluta				900	640	762	644	566	796	720	788	864	662	476	656	788	550	450	566	566
Ponderación relativa (%)				8.31	5.91	7.04	5.95	5.23	7.35	6.65	7.28	7.98	6.11	4.40	6.06	7.28	5.08	4.16	5.23	5.23



# Apéndice E

## Hojas técnicas

### E.1 Hoja técnica del amortiguador RD-8040-1 de LORD Corporation®



LORD PROPRIETARY

## E.2 Hoja técnica del controlador de corriente LORD Wonder Box®

### LORD USER INSTRUCTIONS

#### LORD Wonder Box® Device Controller Kit

LORD Wonder Box® device controller kit is a companion product for the magneto-rheological (MR) fluid devices. The kit includes the device controller, 12 Volt DC power supply and two banana plugs.

The Wonder Box device controller kit provides closed loop current control to compensate for changing electrical loads up to the limits of the power supply. The Wonder Box controller may be operated as an interface device for PLC or computer control of MR fluid devices. The Wonder Box device controller kit is for indoor use only.

If manual operation is desired, a potentiometer is provided to control the current supplied to an attached device.

#### Operating Instructions

Connect the banana plugs to each wire of the MR fluid device. Insert the banana plugs into the Wonder Box controller output (B). Polarity is not important. Connect the power supply to the input connector (A). The red LED should light indicating proper operation of the unit.

#### Manual Control

Current to the device is adjusted by rotating the potentiometer (C) in the clockwise direction. An external voltage control input should not be connected to the BNC terminal (D).

#### External Voltage Control

With the potentiometer control set to zero (rotate fully counter clockwise), connect a 0-5 Volt DC control signal to the BNC terminal on the side of the Wonder Box controller (D). Output current to a device can now be controlled with this input signal. The input control signal can be switched up to 1 kHz.

The output current is linearly proportional to the input voltage. The output current will be 0.0 Amps when the control input is approximately 0.4-0.6 Volts at the BNC terminal (refer to Typical Performance graph).

#### Pulse Control

In Manual or External Voltage Control, current to the device may be switched on and off by depressing the switch on the side of the controller (E).

#### Technical Data

Overall Dimensions (LxWxH), mm (in)	63.5 x 27.9 x 88.9 (2.5 x 1.1 x 3.5)
Input Receptacle	2.1 mm Female
Pulse Width Modulation (PWM) Frequency, kHz	30
Output Current, Amp	2 max

Wonder Box Device Controller

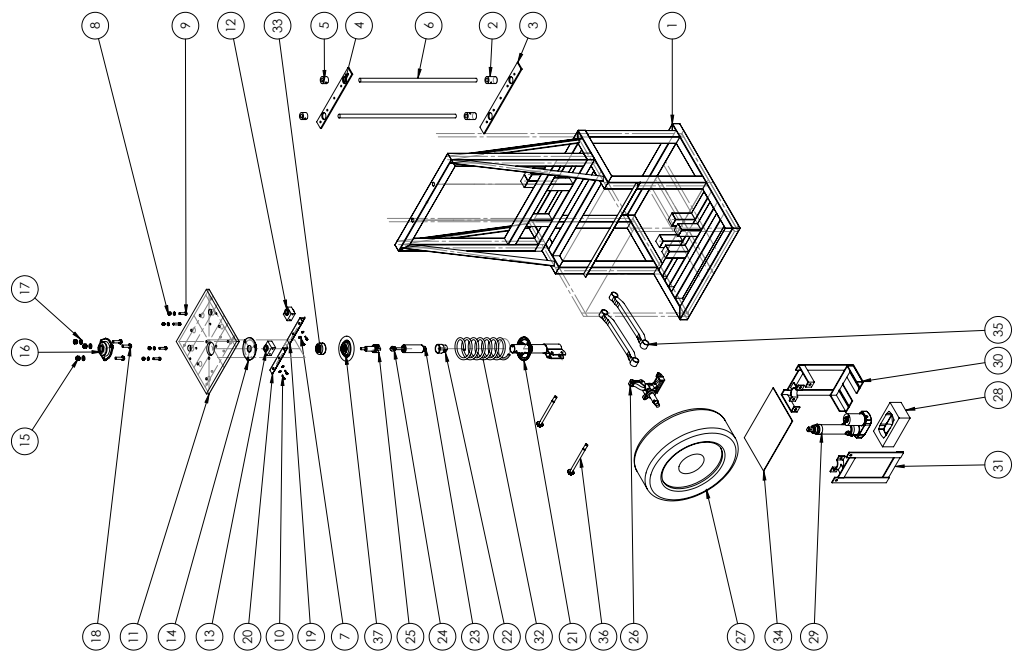


**LORD**  
AskUsHow™

# Apéndice F

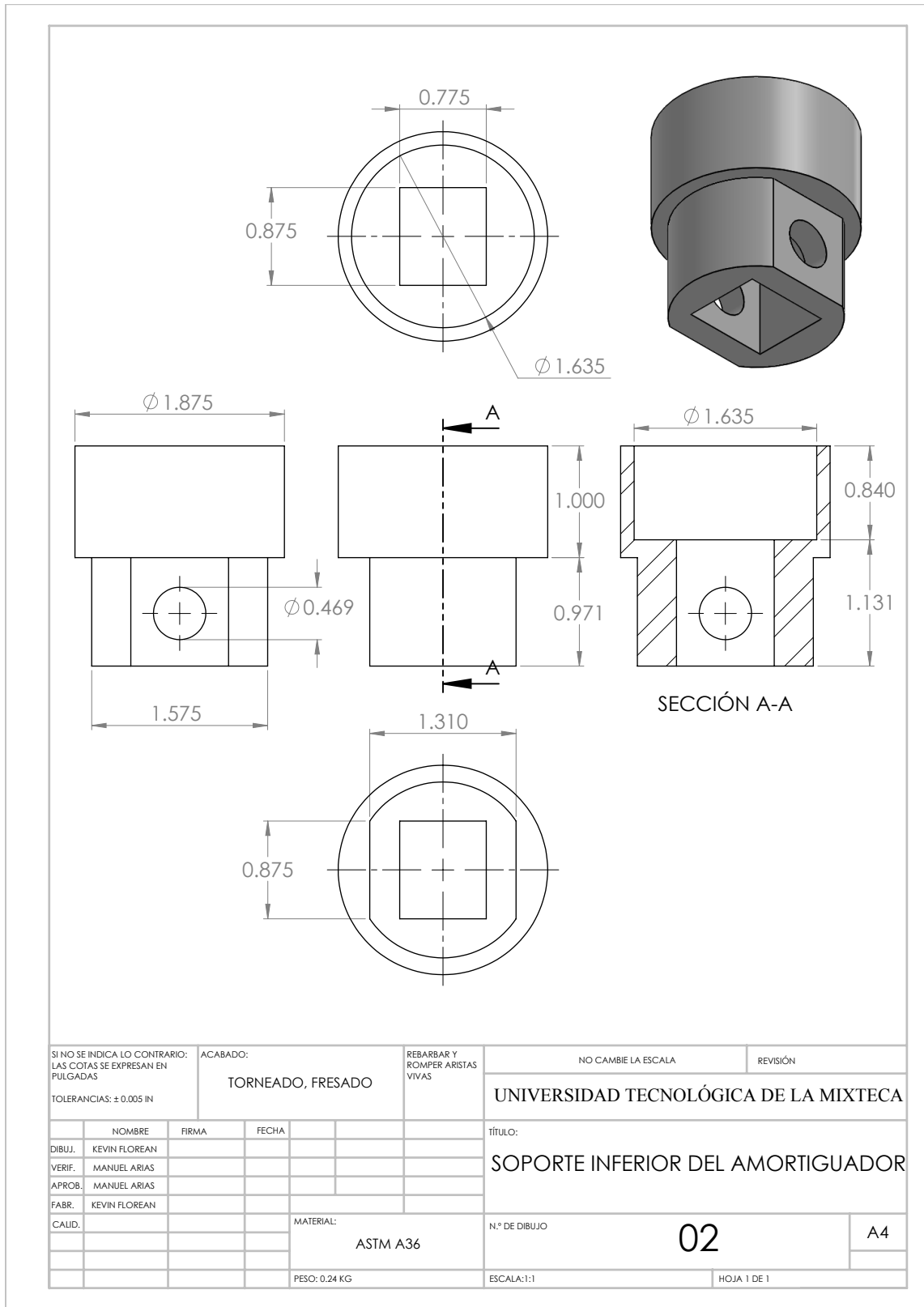
## Dibujos técnicos

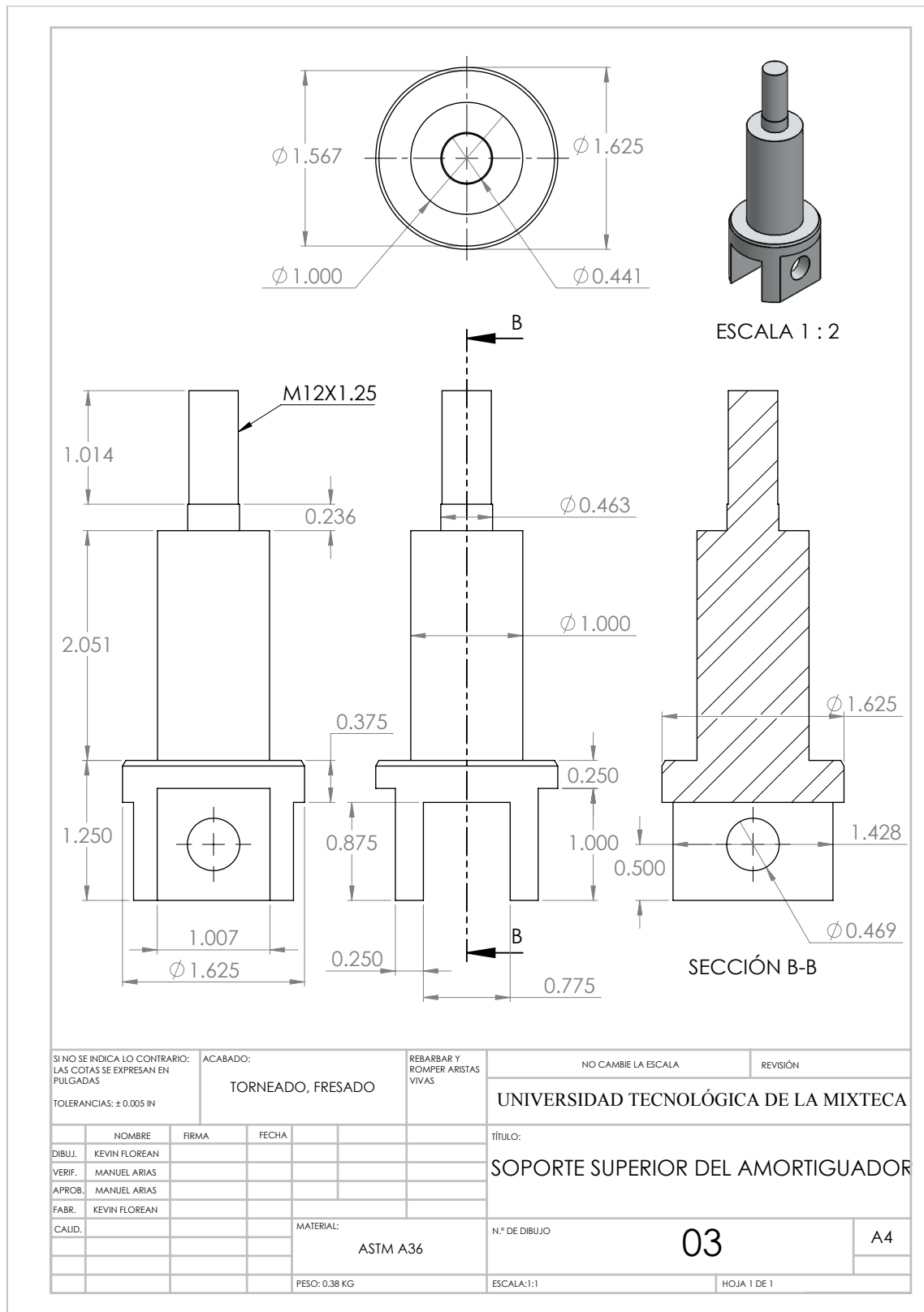
N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	DESCRIPCIÓN	CANTIDAD
1		Estructura de soporte	1
2		Buje calibrador de guías inferior	2
3		Soporte bujes inferior	1
4		Soporte bujes superior	1
5		Buje calibrador de guías superior	2
6		Guía redonda lineal de 2cm	2
7		Regulador LW.0.37/5	8
8		HNUT.0.37/50-24-D-N	4
9		HBOLT.0.37/50-24M1.5X1.5-N	8
10		B18.2.3.1M - Hex cap screw. M5 x 0.8 x 20 -20N	4
11		Placa de acero para el ajuste de la masa suspendida	1
12		Rodamiento lineal derecho	1
13		Rodamiento lineal izquierdo	1
14		Tapa superior	1
15		B18.2.4.6M - Heavy hex nut. M12 x 1.75 -W-N	3
16		Tapa_superior_1	1
17		B18.2.2M - Plain washer. 12 mm. narrow	3
18		B18.2.3.3M - Heavy hex screw. M12 x 1.75 x 45 -45N	3
19		ángulo para placa masa CNC_midrecha	1
20		ángulo para placa masa CNC_mizquierda	1
21		Tapa inferior	1
22		Soporte inferior del amortiguador MR	1
23		Amortiguador magneto-reológico 1	1
24		Amortiguador magneto-reológico 2	1
25		Soporte superior del amortiguador MR	1
26		Mangueta	1
27		Neumático	1
28		Base del actuador lineal	1
29		Actuador lineal	1
30		Caja del actuador 1	1
31		Caja del actuador 2	1
32		Resorte helicoidal	1
33		Base de la suspensión	1
34		Plataforma de contacto del neumático	1
35		Brazos de estabilidad	2
36		Tomillos de los brazos de la suspensión	2
37		Tapa media	1

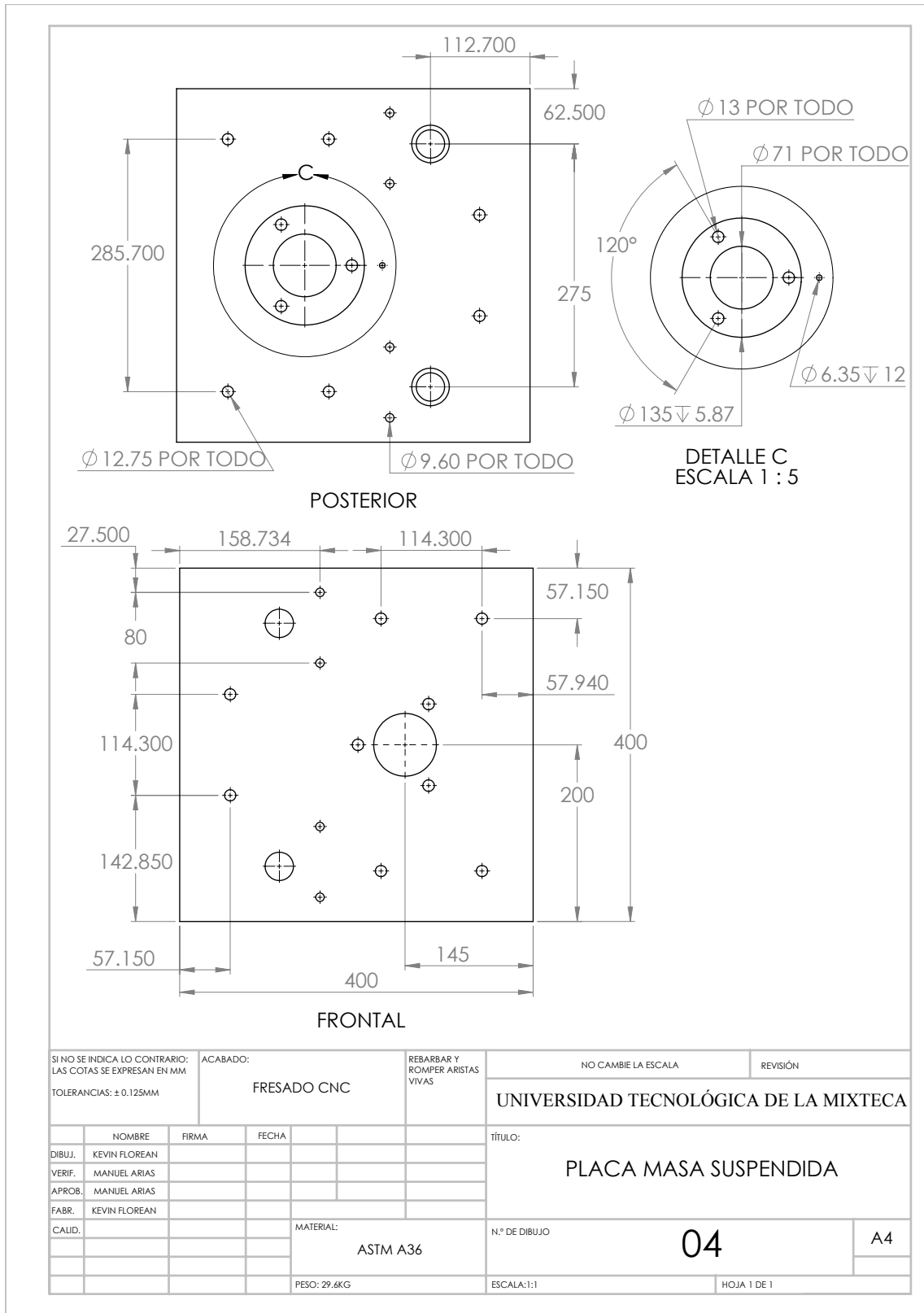


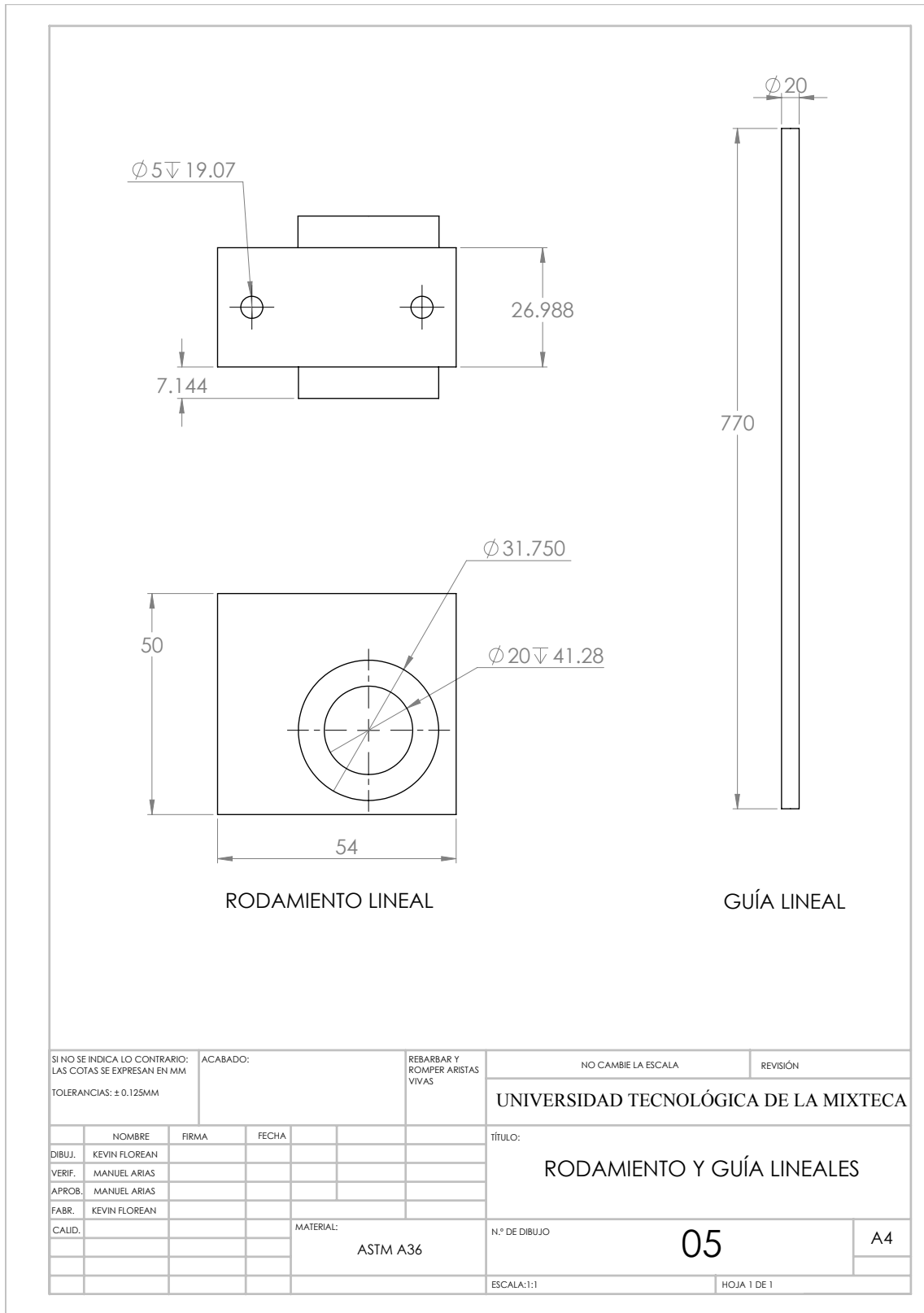
INSTITUCIÓN EDUCATIVA	INSTITUCIÓN	NO. CORREO ELECTRÓNICO	FECHA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA			
TÍTULO			
PLATAFORMA EXPERIMENTAL			
N.º DE SEMESTRE			FECHA DE ENTREGA
01			
SECCIÓN			FECHA DE ENTREGA
NOMBRE			FECHA
MATERIA			FECHA
PROFESOR			FECHA

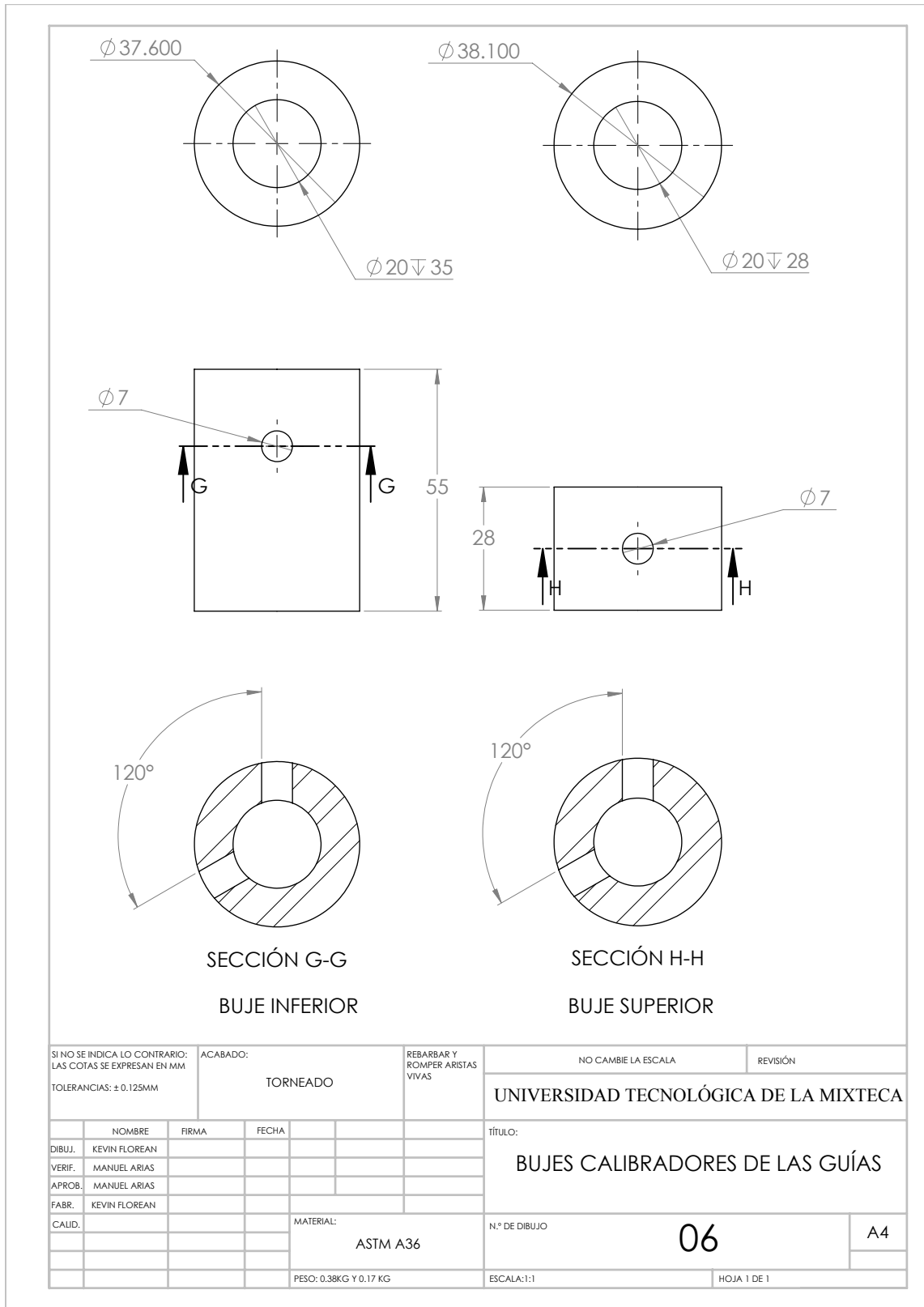


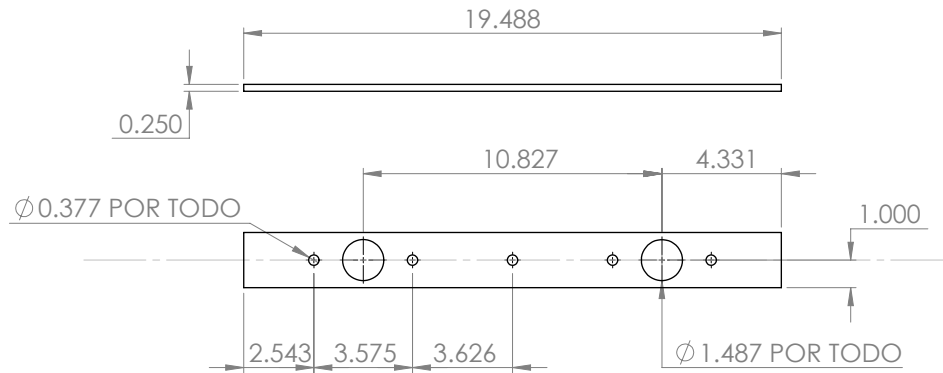




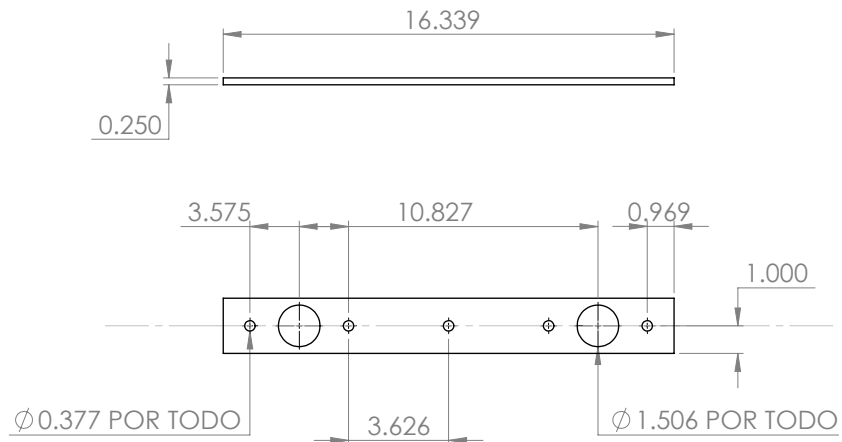






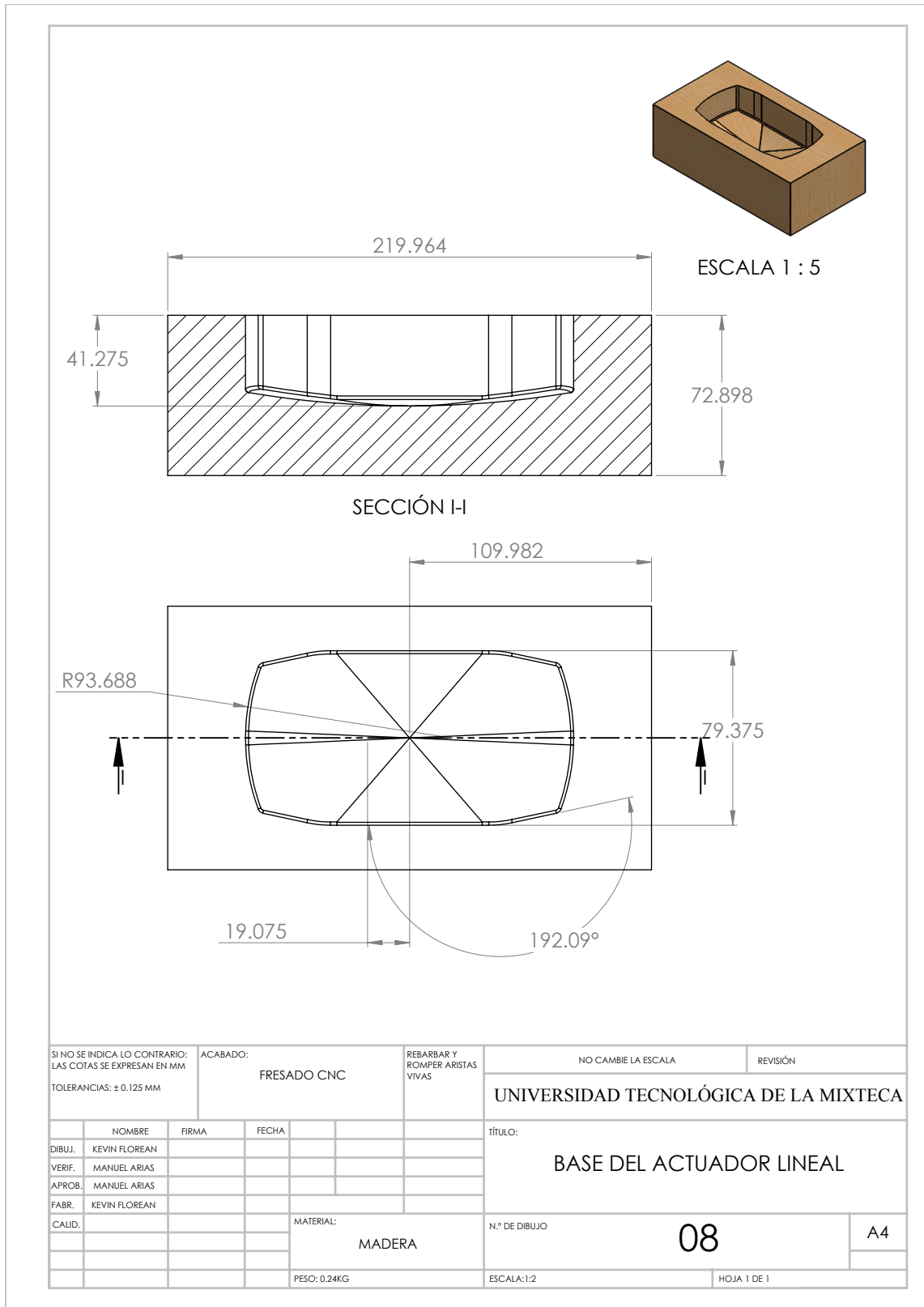


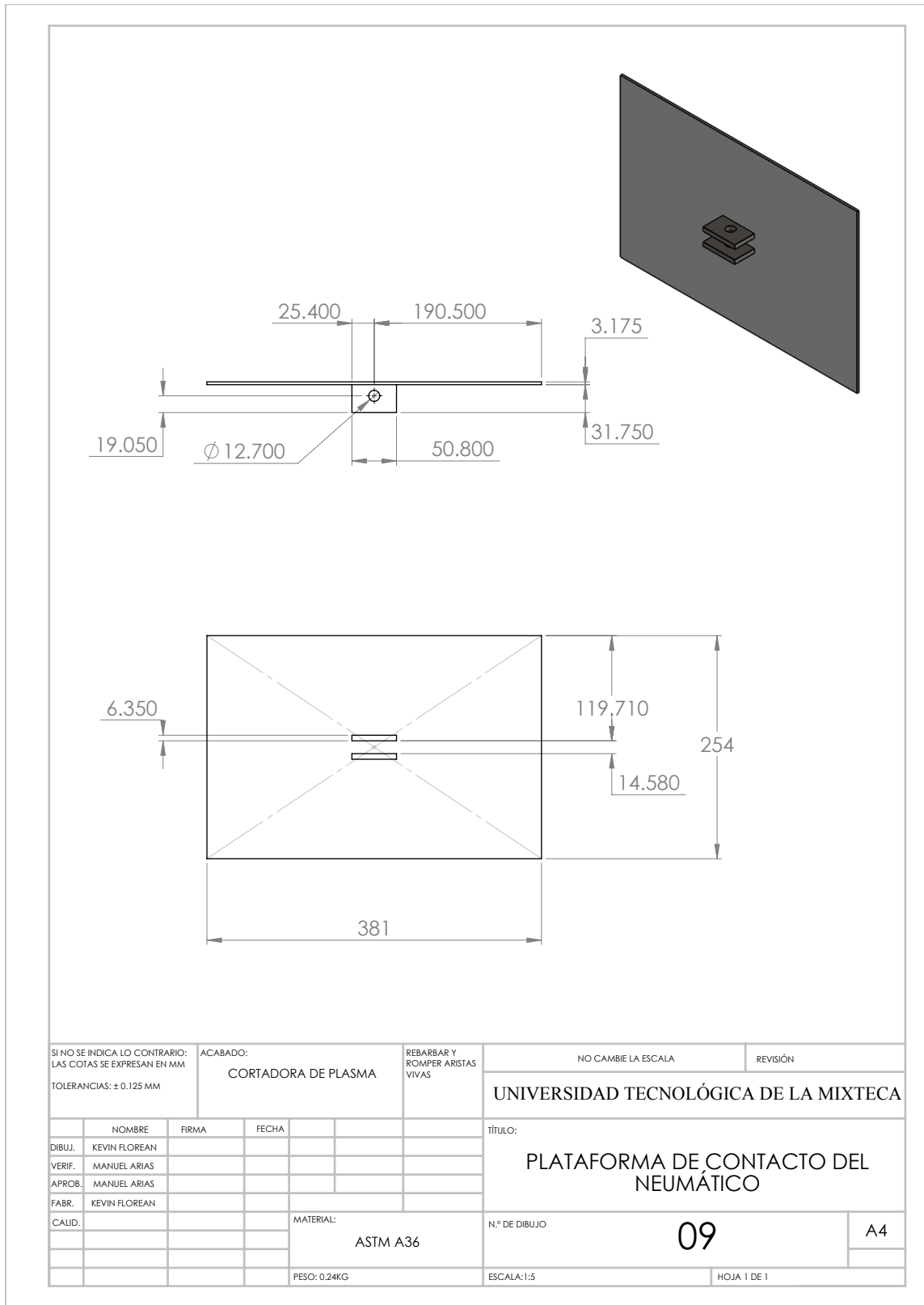
SOPORTE INFERIOR



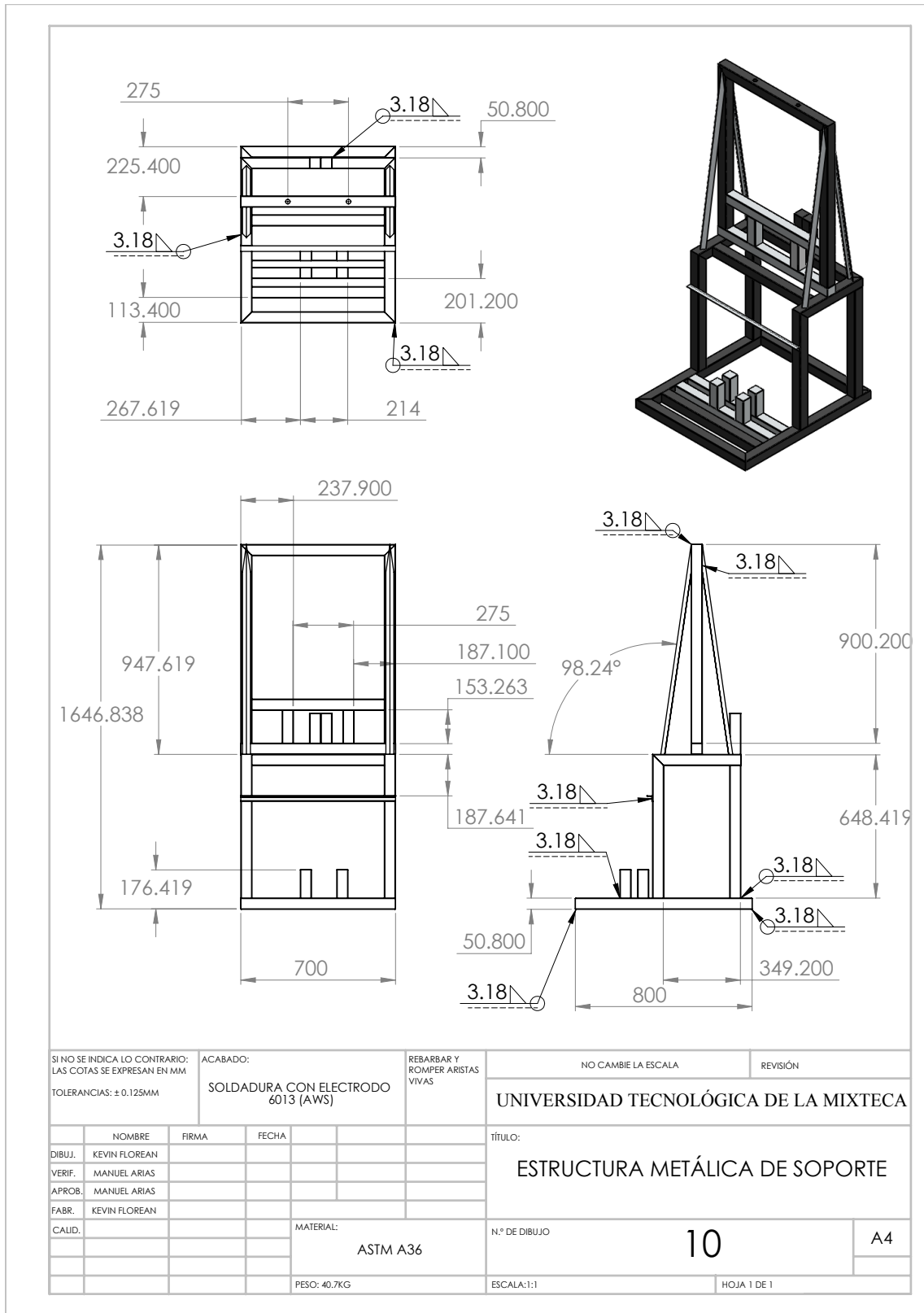
SOPORTE SUPERIOR

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN PULGADAS		ACABADO: FRESADO CNC		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN	
TOLERANCIAS: ± 0.005 IN		UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA							
NOMBRE		FIRMA		FECHA		TÍTULO:			
DIBUJ.: KEVIN FLOREAN						SOPORTE DE BUJES CALIBRADORES			
VERIF.: MANUEL ARIAS									
APROB.: MANUEL ARIAS									
FABR.: KEVIN FLOREAN									
CALID.				MATERIAL:		N° DE DIBUJO		A4	
				ASTM A36		07			
						ESCALA:1:1		HOJA 1 DE 1	











# Apéndice G

## Publicaciones derivadas

## Experimental Characterization of a Magnetorheological Damper by a Polynomial Model

M. Arias-Montiel, *Member, IEEE\**, K. H. Floreán-Aquino, E. Francisco-Agustín, D. M. Piñón-López, R. J. Santos-Ortiz, B. A. Santiago-Marcial  
*Institute of Electronics and Mechatronics  
Universidad Tecnológica de la Mixteca  
Huajuapán de León, Oaxaca, México  
\* mam@mixteco.utm.mx*

**Abstract**—In this work a low-order polynomial model for a commercial magnetorheological (MR) damper is presented. The model parameters are obtained by experimental tests using a universal testing machine to provide different loading conditions to MR damper. Numerical simulations are used to validate the obtained experimental model. The obtained results prove the non-linear hysteretic behavior of the MR damper can be fairly well predicted by a second order polynomial function. From this relationship an inverse model force-current may be established in order to develop semi-active control algorithms to allow the vibration attenuation through the characterized damper in structures or machines.

**Keywords**—MR damper; polynomial model; semi-active device.

### I. INTRODUCTION

The control systems for vibration attenuation in structures and machines under exogenous and endogenous disturbances, have been moving from passive control systems to smart and effective active or semi-active systems. While passive systems are unable to adapt to changes in the structural properties and to the stochastic nature of the external excitations, active control systems can adapt to a wide range of operating conditions. But their input of mechanical energy into the structural system could result in significant increases in hardware costs and reliability issues. Semi-active control systems achieve a compromise between active and passive control systems by combining the inherent reliability of passive systems and the adaptability of active systems without requiring significant sources of external power. In addition they are inherently stable [1].

A semi-active control device is one that has properties that can be adjusted in real time but cannot input energy into the primary system [2]. The Magneto-rheological (MR) fluid dampers belong to the class of semi-active devices which are based on controllable fluids and they are one of the most promising devices to provide semi-actively controlled damping [3], [4]. MR dampers offer very attractive characteristics such as a low power requirement, reliability, stability, not requiring a mechanical valve, mechanical simplicity given that it is physically the same as a passive damper, large

force capacity, robustness on heavy-duty applications as well as consistent efficacy across extreme temperature variations, cheap cost, force controllability and rapid response. Moreover, these devices can operate with a battery, eliminating the need for a large power source or generator [5] - [9]. However, as evidenced by the data from the present study, it is plagued by the strong non-linearity in the rheological process. To describe the hysteretic force/velocity and force/displacement response of MR damper, several models have been proposed in the literature [2] - [4], [9]. However, using these models, it is very difficult to synthesize a control system to achieve desirable tracking control performance of the damping force [10].

In this work the polynomial model proposed by Choi et al. [10] is used to characterize the MR damper model RD-8040-1 by Lord Corporation. The MR damper is exposed to different loading conditions (tension-compression cycles with various amplitudes) by an universal testing machine which provides the force and the displacement profiles induced to the damper. These data are processed and used to estimate the model parameters. Finally, the estimated model is compared with the experimental response showing the effectiveness of the polynomial model to predict the MR behavior.

### II. POLYNOMIAL MODEL DESCRIPTION

The model proposed by Choi et al [10] presents some advantages in comparison with other models proposed in the literature. The polynomial model parameters can be estimated from forces and displacements measurements only, this model is an expression of the damping force as a function of piston velocity and the current input of the damper. The order of the polynomial can be adjusted to the experimental data and its coefficients can be determined by curve fitting and an inverse model to obtain the input current to achieve a desirable damping force can be easily obtained. This last characteristic is very important to implement vibration control strategies by MR dampers.

The typical velocity-force behavior in MR dampers is given by a hysteresis loop. In order to model this phe-

nomenon, the hysteresis loop is divided in two regions: positive acceleration and negative acceleration. The schematic diagram of the polynomial model proposed is show in Fig. 1.

The damping force of the MR damper can be expressed by [10]

$$F = \sum_{i=0}^n a_i v^i, \quad n = \text{polynomial degree} \quad (1)$$

where  $v$  is the piston velocity and  $a_i$  is the experimental coefficient to be determined from curve fitting and it is represented with respect to the intensity of the input current in a linear form as

$$a_i = b_i + c_i I, \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (2)$$

where  $I$  is the input current and  $n$  is the order of the polynomial.

Combining equations (1) and (2), the damping force can be expressed by

$$F = \sum_{i=0}^n (b_i + c_i I) v^i \quad (3)$$

In a structural control problem a desired force is calculated to attenuate the vibration amplitudes in the structure or machine. This desired force can be used to determine the input current needed in the MR damper to achieve this force. For the proposed MR damper model, the control input is determined from equation (3) as

$$I = \frac{F_d - \sum_{i=0}^n (b_i v^i)}{\sum_{i=0}^n (c_i v^i)} \quad (4)$$

where  $F_d$  is the desired damping force to vibration control.

Moreover, if the MR damper controller is characterized by a voltage-current relationship, the damping force can be controlled by a voltage input.

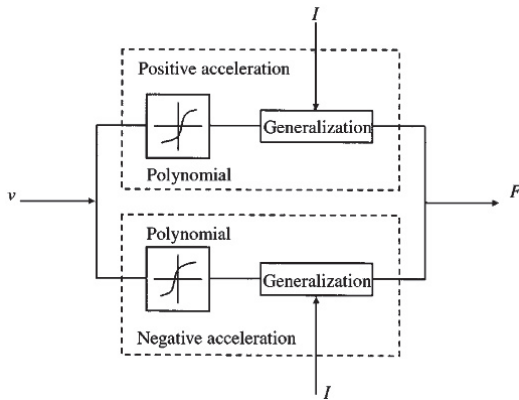


Figure 1. Polynomial model proposed by Choi et al. [10] considering positive and negative acceleration.

### III. EXPERIMENTAL SET UP

The MR damper used in this work is the model RD-8040-1 by Lord Corporation whose damping force is controlled by the input current using the controller called wonder box (see Fig. 2).

The function of each terminal in the current controller is presented in Table I.

In this case, the controller was operated in external voltage control mode, so that a characterization of the controller current-voltage was needed. The measured current as a function of the external voltage input is shown in Fig. 3.



Figure 2. MR damper model RD-8040-1 with current driver by Lord Corporation.

Table I  
DESCRIPTION OF THE TERMINALS IN THE CURRENT CONTROLLER FOR THE MR DAMPER.

Port	Function
A	Voltage input
B	Controller output
C	Adjustment potentiometer
D	External voltage control
E	Switch for mode selection

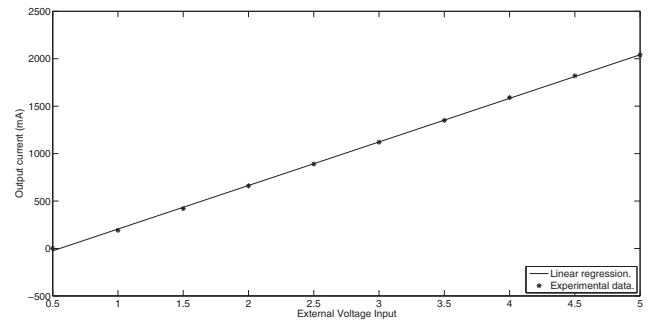


Figure 3. Characterization of the MR damper controller.

In order to obtain the coefficients  $b_i$  and  $c_i$  in an experimental form, a universal testing machine was used to induce a periodic displacement profile to the MR damper. The testing machine was the model AG-IC/100kN by Shimadzu shown in Fig. 4.

The tests were conducted to the maximum speed of the machine ( $1000\text{mm}/\text{min}$ ) at different input currents to the MR damper. The displacement induced to the damper piston was a triangular signal with an amplitude of  $10\text{mm}$  and a frequency of  $0.4\text{Hz}$ . The testing machine by its operation software provide the force in the damper as a function of the displacement. A photograph of one of the tests is presented in Fig. 5.

#### IV. EXPERIMENTS AND RESULTS

Five experimental tests were carried out with different current input for the MR damper ( $0\text{A}$ ,  $0.241\text{A}$ ,  $0.530\text{A}$ ,  $0.750\text{A}$ ,  $1\text{A}$ ). Force and displacement measurements provided by the testing machine were filtered and processed by Matlab Simulink as it is depicted in Fig. 6.



Figure 4. Universal testing machine was the model AG-IC/100kN by Shimadzu.

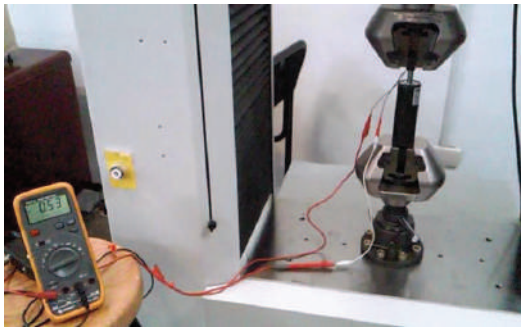


Figure 5. An experimental test of the MR damper with the universal testing machine.

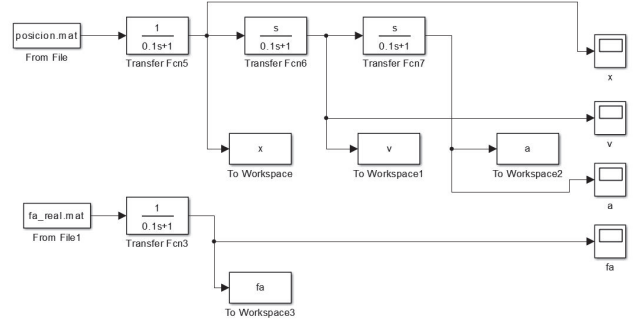


Figure 6. Simulink blocks diagram to process the data provided by the testing machine.

The obtained experimental data are presented in Figs. 7, 8 and 9 in relationships force-displacement, force-velocity and force-time, respectively.

By a trial and error process, a second order polynomial was chosen to model the damping force as a function of the piston velocity. Experimental data from Fig. 8 and equation (1) were used to estimate the parameters  $a_i$  by a curve fitting carried out with the Matlab function *polyfit*. After that, coefficients  $b_i$  and  $c_i$  were found from equation (3) taking into account the acceleration sign. The results are shown in Tables II and III.

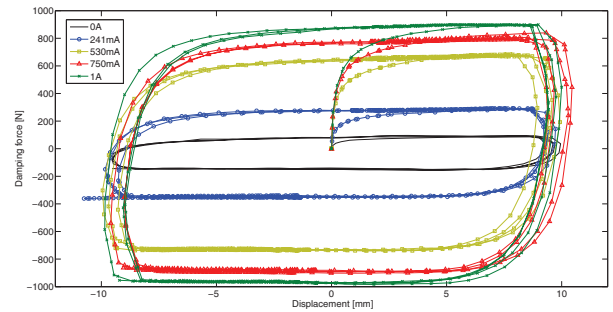


Figure 7. Damping force as a function of the piston displacement to different current inputs.

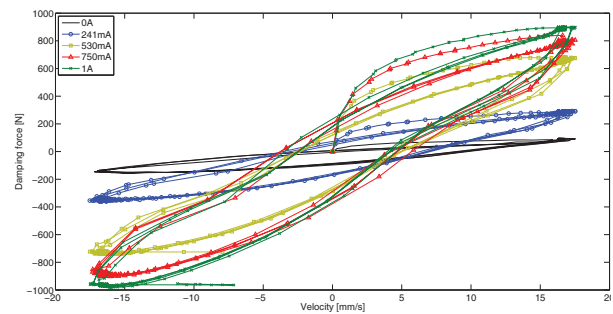


Figure 8. Damping force as a function of the piston velocity to different current inputs.

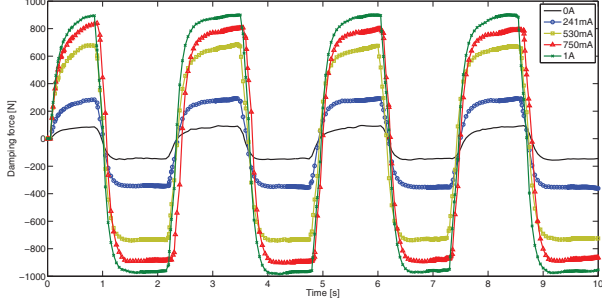


Figure 9. Damping force as a function of the time to different current inputs.

Table II

POLYNOMIAL MODEL PARAMETERS FOR POSITIVE ACCELERATION.

$b_i$	Value	$c_i$	Value
$b_{0p}$	-258.0016	$c_{0p}$	-760.7797
$b_{1p}$	8.6952	$c_{1p}$	48.4650
$b_{2p}$	0.8475	$c_{2p}$	2.3773

Table III

POLYNOMIAL MODEL PARAMETERS FOR NEGATIVE ACCELERATION.

$b_i$	Value	$c_i$	Value
$b_{0n}$	247.7403	$c_{0n}$	752.4501
$b_{1n}$	7.6163	$c_{1n}$	50.9074
$b_{2n}$	-1.1414	$c_{2n}$	-2.4504

The damping force in terms of the piston velocity and input current is expressed by

$$F = \begin{cases} (b_{2p} + c_{2p}I)v^2 + (b_{1p} + c_{1p}I)v + (b_{0p} + c_{0p}I) \\ \text{for } a > 0 \\ (b_{2n} + c_{2n}I)v^2 + (b_{1n} + c_{1n}I)v + (b_{0n} + c_{0n}I) \\ \text{for } a < 0 \end{cases} \quad (5)$$

In order to validate the obtained model, equation (5) was programmed in Matlab Simulink and its response was compared with the experimental data at the different current inputs. These comparisons are presented in Figs. 10-15. The Simulink blocks diagram for the proposed polynomial MR damper model is shown in Fig. 16.

As we can observe, the polynomial model predicts fairly well the damping force of the MR damper at various operating conditions (current inputs) without the need to adjust the model parameters.

## V. CONCLUSIONS

As the presented results show, it is possible to predict the non linear hysteretic behavior of a MR damper by a low order polynomial model. The polynomial model is easier to characterize than other models reported in literature (see e.g. [2]). Moreover, if the polynomial grade is low, its implementation in a control system requires a little

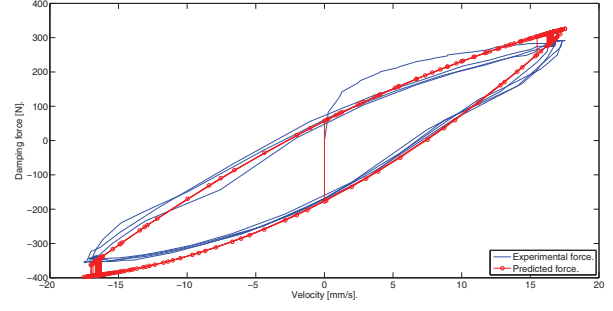


Figure 10. Damping force as a function of the piston velocity at 241mA. A comparison of model predicted force and experimentally measured force.

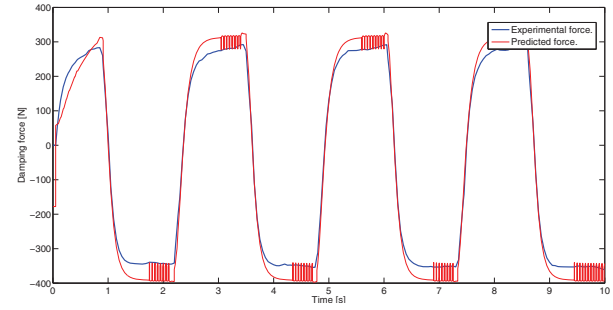


Figure 11. Damping force as a function of the time at 241mA. A comparison of model predicted force and experimentally measured force.

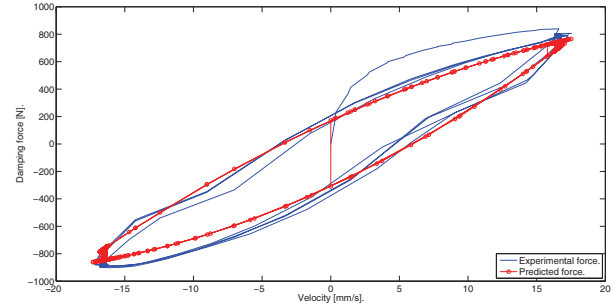


Figure 12. Damping force as a function of the piston velocity at 750mA. A comparison of model predicted force and experimentally measured force.

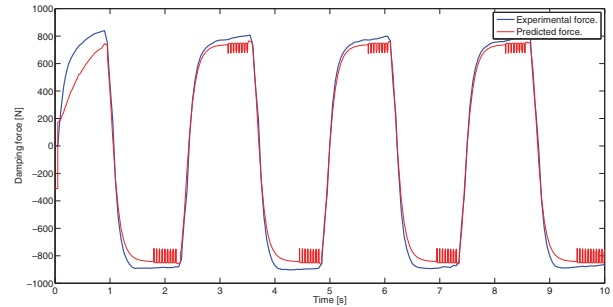


Figure 13. Damping force as a function of the time at 750mA. A comparison of model predicted force and experimentally measured force.

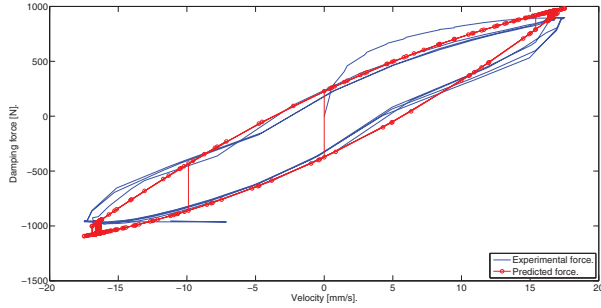


Figure 14. Damping force as a function of the piston velocity at 1A. A comparison of model predicted force and experimentally measured force.

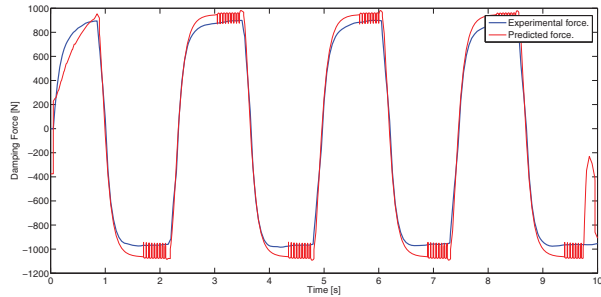


Figure 15. Damping force as a function of the time at 1A. A comparison of model predicted force and experimentally measured force.

computational effort. In this paper a procedure to characterize a commercial MR damper by simple experiments has been presented. The experiments do not require specialized

hardware and numerical tools were used to do easier the data processing. The experimentally validated model results efficient to predict the non linear behavior of the damping force in different operating conditions. This model can be used to design and implement semi-active control algorithms by the characterized MR damper using its inverse model given by equation (4) in applications that require a control in the system vibration response such as vehicle suspensions or civil structures.

## REFERENCES

- [1] Casciati, F., Rodellar, J., and Yildirim, U., "Active and semi-active control of structures - theory and applications: A review of recent advances", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 23, no. 11, pp. 1181-1195, 2012.
- [2] Spencer Jr., B. F., Dyke, S. J., Sain, M. K, and Carlson, J. D., "Phenomenological model for magnetorheological dampers", *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 123, pp. 230-238, 1997.
- [3] Rodriguez-Tsouroukdissian, A., Ikouane, F., Rodellar, J., and Luo, N., "Modeling and identification of a small-scale magnetorheological damper", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 20, no. 5, pp. 825-835, 2009.
- [4] Yang, F., Sedaghati, R., and Esmailzadeh, E., "Development of LuGre friction model for large-scale magneto-rheological fluid damper", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 20, no. 5, pp. 923-937, 2009.
- [5] Cha, Y., Zhang, J., Agrawal, A. K., Dong, B., Friedman, A., Dyke, S. J., and Ricles, J., "Comparative studies of semiactive control strategies for MR dampers: pure simulation and real

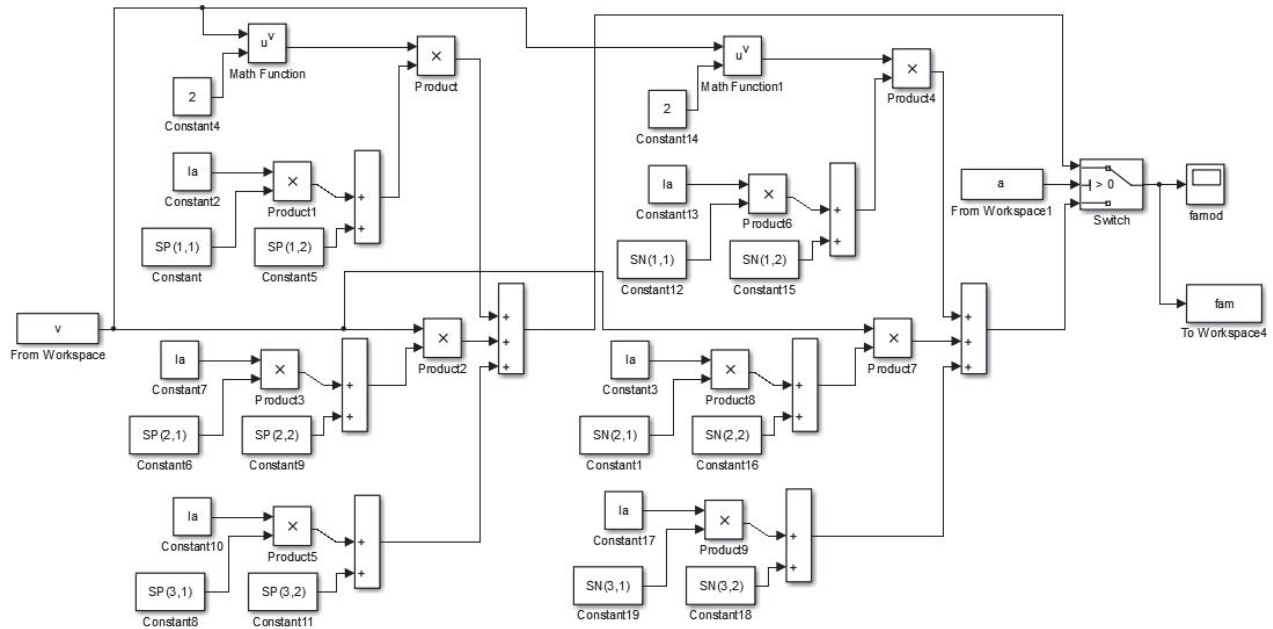


Figure 16. Simulink blocks diagram for the MR damper polynomial model.



- time hybrid tests”, *Journal of Structural Engineering*, vol. 139, pp. 1237-1248, 2013.
- [6] Jansen, L., Dyke, and S. J., ”Semiactive control strategies for MR dampers: comparative study”, *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 126, pp. 795-803, 2000.
- [7] Lee, H., Jung, H., Moon, S., Lee, S., Park, E., and Min, K., ”Experimental investigation of MR damper-based semiactive control algorithms for full-scale five-story steel frame building”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 21, no. 7, pp. 1025-1037, 2010.
- [8] Lozoya-Santos, J., Morales-Menendez, R., Ramirez-Mendoza, R., Tudon-Martinez, J. C., Sename, O., and Dugard, L., ”Magnetorheological damper - an experimental study”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 23, no. 11, pp. 1213-1232, 2012.
- [9] Xiaomin, X., Quing, S., Ling, Z., and Bin, Z., ”Parameter estimation and its sensitivity analysis of the MR damper hysteresis model using a modified genetic algorithm”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 20, no. 11, pp. 2089-2100, 2009.
- [10] Choi, S. B., Lee, S. K., and Park, Y. P., ”A hysteresis model for the field-dependent damping force of a magnetorheological damper”, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 245, no. 2, pp. 375-383, 2001.

## Tema A1a Diseño Mecánico: Diseño y Manufactura.

# “Desarrollo de una plataforma experimental de una suspensión semi-activa con amortiguador magneto-reológico”

Kevin H. Floreán-Aquino<sup>a,\*</sup>, Manuel Arias-Montiel<sup>a</sup>, Esther Lugo-González<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Instituto de Electrónica y Mecatrónica, Universidad Tecnológica de la Mixteca, Carretera a Acatlima km 2.5, Huajuapán de León, Oaxaca, 69000, México.

<sup>b</sup>CONACYT-Universidad Tecnológica de la Mixteca, Carretera a Acatlima km 2.5, Huajuapán de León, Oaxaca, 69000, México.

\*Kevin H. Floreán-Aquino. Dirección de correo electrónico: emmahk@outlook.es

## RESUMEN

*Este trabajo presenta el diseño conceptual, el diseño detallado y la manufactura de una plataforma experimental que emula el comportamiento dinámico de un sistema de suspensión semi-activa de un cuarto de vehículo, la cual utiliza un amortiguador magneto-reológico (MR) como actuador para control semi-activo. La plataforma tiene como objetivo evaluar en tiempo real el desempeño de la suspensión semi-activa, implementando diferentes leyes de control que mejoren el confort del pasajero y garanticen el contacto de la llanta con el camino. En las fases de diseño e implementación se utilizaron diversas herramientas CAD/CAE/CAM y el QFD (Despliegue de la Función de Calidad). La plataforma obtenida utiliza una suspensión tipo McPherson con un amortiguador MR modelo RD-8040-1 de Lord Corporation® para la implementación de leyes de control semi-activo.*

*Palabras Clave: Diseño mecánico, QFD, plataforma experimental, suspensión semi-activa.*

## ABSTRACT

*This work presents the conceptual design, detailed design and manufacture of a quarter-vehicle test rig for a semi-active suspension system that uses a magneto-rheological (MR) damper. This test rig aims to evaluate the semi-active suspension performance in real time by implementing comfort and road-holding oriented control laws. In the design and implementation phases, several CAD / CAE / CAM tools and the QFD (Quality Function Deployment) are used to find a feasible solution that surpasses the expectations of the user. The platform utilizes a McPherson suspension with a MR damper model RD-8040-1 by Lord Corporation® for the implementation of the semi-active control laws.*

*Keywords: Mechanical design, QFD, test rig, semi-active suspension.*

## 1. Introducción

Durante la última década la Mecatrónica se ha involucrado de manera importante en el desarrollo de vehículos inteligentes de muy alta eficiencia, especialmente en el desarrollo de suspensiones automotrices controladas (también llamadas suspensiones mecatrónicas). En la actualidad se han implementado sistemas de control activo y semi-activo en el sistema de suspensión con el objetivo de mejorar la conducción, la seguridad del pasajero, la comodidad, la estabilidad y la maniobrabilidad del automóvil [1-4].

La ventaja de las suspensiones mecatrónicas, sobre las suspensiones pasivas convencionales, es su habilidad de responder al conflicto que existe entre los dos objetivos principales de una suspensión automotriz: 1) minimizar el movimiento del chasis para mejorar la comodidad del pasajero (confort) y 2) garantizar el contacto de la llanta a la superficie del camino para mejorar la estabilidad del

automóvil (road-holding); además de mantener su efectividad frente a cambios en el valor de la masa del chasis. En una suspensión común el diseño orientado a uno de estos objetivos principales, lleva a restar el rendimiento de la suspensión sobre el otro [5].

Una suspensión mecatrónica utiliza un algoritmo de control computarizado para modificar el coeficiente de amortiguamiento del actuador. De acuerdo al tipo de actuador utilizado la suspensión mecatrónica puede ser activa o semi-activa [6].

Uno de los actuadores más eficaces, eficientes y más utilizados recientemente en el sistema de suspensión es el amortiguador magneto-reológico (MR), el cual se define como un actuador semi-activo, que consiste en un cilindro con un fluido capaz de modificar su reología (viscosidad) con la presencia de un campo magnético, controlado por la corriente a través de una bobina en el interior del actuador [7,8].

La suspensión semi-activa basada en un amortiguador magneto-reológico (suspensión MR) tiene un mejor

desempeño en tiempo real, debido a su alta versatilidad y robustez comparada con otras suspensiones controladas; sin embargo, su rendimiento depende fuertemente del algoritmo de control semi-activo utilizado para manipular su reología [9,10].

Existen diferentes algoritmos de control semi-activo orientados a mejorar el confort del pasajero y la estabilidad del automóvil, los cuales comúnmente son implementados en plataformas experimentales, que simulan el comportamiento dinámico de una suspensión automotriz con el objetivo de analizar su rendimiento en tiempo real, el lector puede referirse a las plataformas propuestas en [11-13].

En este trabajo se expone el diseño mecánico de una plataforma experimental de una suspensión semi-activa, así como la manufactura llevada a cabo en las instalaciones de la Universidad Tecnológica de la Mixteca (UTM). La fase inicial de diseño utiliza la herramienta QFD (Despliegue de la Función de Calidad por sus siglas en inglés) para obtener los parámetros funcionales de calidad según el usuario; la fase de detalle utiliza los software SolidWorks® y MatLab® como herramientas CAD/CAE (Dibujo e Ingeniería Asistidos por Computadora); la fase de implementación utiliza el software VISI® como herramienta CAM (Manufactura Asistida por Computadora). Este trabajo tiene como objetivo presentar la primera etapa de un proyecto de investigación, sobre el análisis y el control de suspensiones semi-activas basadas en actuadores MR.

## 2. Metodología

El rendimiento de una suspensión semi-activa, puede ser analizado con el modelo simplificado de un cuarto de automóvil como se muestra en la Fig. 1, donde  $m$  representa la masa no suspendida (llanta),  $M$  representa la masa suspendida (chasis),  $z_s(t)$  es el desplazamiento vertical de  $M$ ,  $z_u(t)$  es el desplazamiento vertical de  $m$ ,  $z_r(t)$  representa la irregularidad del camino,  $k_M$  es el coeficiente de rigidez del resorte,  $c_d$  representa la reología controlada del amortiguador semi-activo y  $k_m$  es el coeficiente de rigidez del neumático. En la práctica, el coeficiente de amortiguamiento del neumático es mucho más pequeño que su rigidez, por lo tanto puede ser ignorado [6,14].

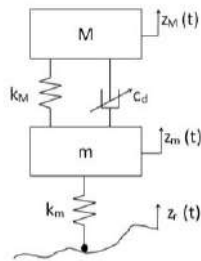


Figura 1 – Modelo simplificado de una suspensión semi-activa.

Entonces, de acuerdo a la suposición anterior, un modelo simplificado se puede obtener como lo describen las ecs. (1)-(2), donde  $F_d$  es la fuerza de amortiguamiento generada por el actuador semi-activo.

$$M\ddot{z}_M(t) = -k_M[z_M(t) - z_m(t)] - F_d \quad (1)$$

$$m\ddot{z}_m(t) = -k_m[z_m(t) - z_r(t)] + k_M[z_M(t) - z_m(t)] + F_d \quad (2)$$

El diseño mecánico de la plataforma experimental se deriva del modelo matemático anterior. La metodología utilizada en este proyecto está basada en dos métodos de diseño, uno de ingeniería mecánica y otro de ingeniería concurrente expuestos en [15,16]. Las fases de la metodología se muestran en la Fig. 2.



Figura 2 – Metodología.

En este proyecto se utiliza la herramienta QFD para el desarrollo de las dos primeras fases. El QFD hace énfasis en los requerimientos del usuario (los Qué), pues considera que el éxito del diseño final está en una buena especificación inicial (los Cómo), evitando muchos problemas en las fases de manufactura y evaluación. A continuación se expone brevemente el desarrollo de la metodología utilizada.

## 3. Desarrollo

### 3.1. Reconocimiento de la necesidad

El desarrollo de suspensiones mecatrónicas, está directamente relacionado con el diseño de algoritmos de control activo y semi-activo computarizados, los cuales son la clave principal en el rendimiento de la suspensión para mejorar el confort y el contacto del neumático con el camino, lo que se traduce en la necesidad de garantizar la seguridad del pasajero. Además, como se había mencionado anteriormente, las suspensiones semi-activas que utilizan un amortiguador MR, son un tema relevante en

la convergencia de las ingenierías automotriz y mecatrónica para el desarrollo de autos inteligentes.

El diseño de leyes de control semi-activo demanda su evaluación en tiempo real, para determinar su rendimiento para los dos objetivos principales de la suspensión controlada, frente a cambios del valor de la masa del chasis. Aquí surge la necesidad de construir una plataforma experimental que simule un cuarto de vehículo con una suspensión semi-activa, que permita ajustar el valor de la masa suspendida,  $M$  en las ecs. (1)-(2).

Una encuesta aplicada a una muestra del alumnado de la carrera de ingeniería en mecatrónica de la UTM, determinó que es necesario construir un equipo experimental que satisfaga los requerimientos del usuario (los Qué) que se exponen en la Tabla 1. Su prioridad se evalúa como 10 muy importante, 8 importante y 5 deseable.

**Tabla 1 – Requerimientos del usuario.**

Etiqueta	Requerimientos	Prioridad	
		Absoluta	Relativa
A	Simular un cuarto de vehículo simplificado.	10	9%
B	La suspensión debe ser semi-activa utilizando un amortiguador magneto-reológico (MR).	8	7%
C	Debe medir la dinámica de las masas del chasis y de la llanta.	8	7%
D	Debe permitir la implementación de diferentes algoritmos de control semi-activo.	10	9%
E	Debe permitir al usuario diseñar algoritmos de control semi-activo de forma gráfica.	8	7%
F	Debe contar con un sistema que genere una excitación dinámica a la suspensión.	10	9%
G	Debe permitir al usuario ajustar el valor de la masa del chasis.	8	7%
H	Robusto a las vibraciones.	10	9%
I	Mantenimiento mínimo.	5	4%
J	Debe ser instalado en un laboratorio de mecatrónica en la UTM.	10	9%
K	Manufactura dentro de la UTM.	5	4%
L	Ciclo de vida largo.	8	7%
M	Transportable.	8	7%
N	Costo muy competitivo.	8	7%
Total		116	100%

Los requerimientos de mayor ponderación (A, D, F, H, J) determinan la necesidad de desarrollar un banco de pruebas de una suspensión semi-activa, para fines didácticos y de investigación de sistemas mecatrónicos en la UTM.

### 3.2. Definición del problema

Partiendo de las necesidades generales del usuario sobre el equipo experimental, se derivan los requisitos técnicos (los Cómo) para que se cumplan las necesidades del usuario. En la Tabla 2 se exponen los requisitos técnicos sólo de los requerimientos más importantes.

**Tabla 2 – Requisitos técnicos.**

Etiquetas		Requisitos	Escala de medición
Qué	Cómo		
A	A1	Modelo de suspensión simplificada según [6,14].	Grados de libertad máximos.
B	B1	Amortiguador MR	Rango de fuerza del amortiguador
	B2	Suspensión tipo McPherson.	Cumple / No cumple
C	C1	Utilizar sensores de aceleración piezoeléctricos.	Rango de medición de la aceleración
	D1	Tarjeta de adquisición de datos de múltiples entradas (ADC) y salidas (DAC).	Cumple / No cumple
E	E1	Comunicación con SimuLink® para el diseño gráfico de control.	Cumple / No cumple
	F	F1	La excitación del sistema debe ser un perfil triangular.
F2			Frecuencia de la excitación mín.
G	G1	Masa del chasis ajustable.	Rango de masa del chasis ajustable
H	H1	La estructura del equipo debe ser robusta en la frecuencia natural del chasis y de la llanta.	Frecuencia de resonancia de la estructura mínima
	J	J1	Facilidad de ingreso a un laboratorio por una puerta de 100*200cm.
L	L1	Vida útil prolongada.	Vida útil en años
	M	M1	El equipo no debe ser muy pesado.
M2		El equipo debe permitir su desensamble manual.	Capacidad de desensamble manual para su transporte.
N	N1	Tiempo de maquinado total mínimo.	Tiempo máximo por proceso de maquinado.
	N2	Tolerancias amplias para minimizar costos de producción.	Tolerancias en pulgadas y milímetros.
	N3	Reutilizar autopartes.	Cumple / No cumple

Luego de definir los requerimientos del cliente (Qué) y los requisitos técnicos para satisfacerlos (Cómo), se realiza un análisis de correlación entre los Qué y los Cómo que permita saber que tan influyente es un requisito técnico sobre un requerimiento. La Tabla 3 muestra el resultado de la correlación, donde 9 corresponde a muy correlacionados, 5 correlacionados y 1 sin correlación. La ponderación total absoluta y relativa de cada “Cómo”, se calcula mediante la suma de todas las multiplicaciones de la prioridad de cada “Qué” y el grado de correlación.

Finalmente, de acuerdo a la ponderación total de cada requisito, se definen los parámetros funcionales de calidad que son las características de ingeniería deseadas en la plataforma final, ver Tabla 4. A partir de los resultados del análisis del QFD se definen todas las propuestas de diseño en la siguiente fase.

**Tabla 3 – Correlación entre los “Que” y “Cómo”.**

		Requisitos técnicos (Cómo).																	
		A	B	B	C	D	E	F	F	G	H	J	L	M	M	N	N	N	
		1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	2	3	
Requerimientos del usuario (Qué)	A	9	1	9	5	1	5	5	5	5	9	9	1	5	1	5	5	5	
	B	9	9	9	9	5	5	1	1	5	9	9	5	5	1	1	1	5	
	C	9	5	1	9	9	5	5	5	1	5	1	1	5	5	1	1	1	
	D	9	9	5	9	9	9	9	9	9	9	1	5	1	5	1	1	5	
	E	5	1	1	5	9	9	5	5	5	5	1	1	1	1	1	5	5	
	F	9	1	1	1	9	9	9	9	1	5	5	1	5	5	5	5	1	
	G	9	1	1	1	5	5	1	1	9	9	9	5	5	5	5	5	5	
	H	9	9	5	5	1	1	9	9	9	9	5	5	5	5	5	5	1	
	J	1	1	5	5	5	5	1	1	9	5	9	5	9	9	1	1	1	
	L	1	1	1	5	5	5	5	5	5	9	1	9	5	9	1	1	5	
	M	5	1	1	5	5	5	1	1	5	5	9	1	9	9	1	1	5	
	N	9	9	9	9	9	1	5	5	5	9	1	5	5	9	9	9	9	
	Abs.		7	4	4	5	6	5	5	5	6	7	5	3	5	5	3	3	4
			4	2	3	9	2	7	1	1	1	7	3	8	3	6	2	5	1
		6	6	4	4	6	0	4	4	0	8	8	6	0	2	2	4	0	
Rel.		8	5	5	7	7	6	6	6	7	9	6	4	6	6	4	4	5	
		%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	

**Tabla 4 – Parámetros funcionales de la plataforma.**

Requisito técnico	Parámetro funcional	Valor objetivo	Prioridad relativa
A1	Grados de libertad máximos del modelo simplificado	2	8%
B1	Rango de fuerza del amortiguador MR	[0,1000]N	5%
B2	Suspensión tipo McPherson	Cumple	5%
C1	Rango de medición de la aceleración	[-50,50]g	7%
D1	Tarjeta de adquisición de datos de múltiples entradas (ADC) y salidas (DAC)	Cumple	7%

E1	Comunicación con el software MATLAB® SimuLink® para el diseño gráfico de control.	Cumple	6%
F1	Perturbación Amplitud mín.	10mm	6%
F2	triangular: Frecuencia mín.	1Hz	6%
G1	Rango de masa ajustable del chasis.	[90,120]kg	7%
H1	Frecuencia de resonancia de la estructura mínima [6]	30Hz	9%
J1	Volumen	90x90x180 cm	6%
L1	Vida útil en años	10 años	4%
M1	Peso máximo del equipo ensamblado	500kg	6%
M2	Capacidad de desensamblable manual para su transporte	80%	6%
N1	Tiempo máximo por proceso de maquinado	6hrs	4%
N2	Tolerancias de maquinado	±0.005in, ±0.125mm.	4%
N3	Reutilización de autopartes	Cumple	5%
Total			100%

### 3.3. Diseño conceptual

El diseño conceptual del prototipo considera los parámetros funcionales resultantes de la Tabla 4, enfatizando en los requisitos de mayor prioridad relativa, derivando tres conceptos (propuestas) para el prototipo final.

Propuesta 1, el sistema de guiado de la masa suspendida utiliza una articulación rotacional (tipo bisagra, 1 GDL en rotación) delimitada por una suspensión tipo McPherson acoplada a la masa no suspendida (1 GDL más); la masa del chasis es ajustada por discos de acero aleado al carbono que son situados sobre un miembro estructural. El sistema de perturbación utiliza un actuador lineal con control de posición, ver Fig. 3(a).

Propuesta 2, el sistema de guiado utiliza 4 articulaciones prismáticas para deslizar el sistema verticalmente con 1 GDL, delimitado por una suspensión tipo McPherson acoplada a la masa no suspendida (1 GDL más). La masa del chasis es ajustada por discos y por una placa todos de acero aleado al carbono. El sistema de perturbación utiliza un mecanismo de leva-seguidor.

Propuesta 3, el mecanismo de guiado utiliza dos articulaciones cilíndricas (dos rodamientos lineales con dos guías redondas de acero templado) colocadas verticalmente eliminando la libertad de rotación y limitando el movimiento verticalmente en 1 GDL, este se delimita por

una suspensión tipo McPherson acoplada a la masa no suspendida (1 GDL más); la masa suspendida es variada por placas de acero situadas sobre otra placa principal. El sistema de perturbación se basa en un actuador lineal, ver Fig. 3(b).

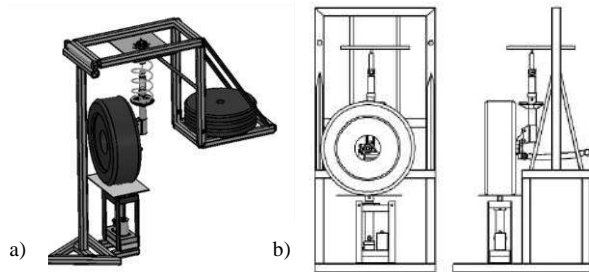


Figura 3 – Propuestas de diseño: (a) propuesta 1 y (b) propuesta 3.

Los conceptos son evaluados de acuerdo al máximo grado de satisfacción de los requerimientos del usuario. La propuesta 3 resulta cumplir con el 94% de los parámetros funcionales y se elige como el concepto final de esta fase de diseño. Este concepto es *modular* para fácil mantenimiento y consta de los siguientes subsistemas (módulos):

- Sistema de suspensión
- Sistema de guiado vertical de la masa del chasis
- Sistema de perturbación
- Estructura metálica de soporte

### 3.4. Diseño detallado

La estructura del mecanismo considera el modelo de una suspensión trasera tipo McPherson de un automóvil de turismo y se dimensiona detalladamente de acuerdo a las características de las Tablas 5-8.

Tabla 5 – Características mecánicas del resorte.

Descripción	Valor
Diámetro de alambre (d)	10.8 mm
Diámetro medio de arrollamiento (D)	111.83 mm
Número total de espiras activas (Na)	5
Longitud natural (Lo)	30.2 cm
Tipo de resorte	Helicoidal de compresión a escuadra
Material	Acero al Cromo-Vanadio (ASTM A232)
Módulo de elasticidad (E)	203.4 GPa
Módulo de elasticidad al corte (G)	77.2 GPa
Constante elástica aproximada ( $k_M$ )	$18.775 \times 10^3$ N/m

Tabla 6 – Características mecánicas del neumático.

Descripción	Valor
Diámetro de la llanta	55.9 cm
Anchura de sección	155mm
Diámetro del rin	13in
Índice de carga máxima	79
Presión	31 psi
Constante elástica aproximada ( $k_m$ )	$149.693 \times 10^3$ N/m

Tabla 7 – Características del amortiguador MR.

Descripción	Valor
Carrera	55mm
Longitud en máxima extensión	208mm
Fuerza máxima de amortiguamiento	Mayor de 2447 N a 5cm/seg con 1A
Tensión de ruptura	8896N
Temperatura de operación	71° máx.
Corriente de entrada	1A máx. de forma continua en 30 seg 2A máx. de forma intermitente
Voltage de entrada	12 VCD
Resistencia	5 ohms a temperatura ambiente
Velocidad de respuesta	Menos de 15 milisegundos

Tabla 8 – Características de la plataforma.

Componentes	Descripción
Masa suspendida (M)	100kg
Masa no suspendida (m)	27.8kg
Sistema de guiado de la masa suspendida	2 guías redondas de acero templado de 20mm de diámetro, 750mm de longitud; 2 unidades de aluminio con rodamientos lineales cerrados de bolas de 25mm de diámetro interior; montaje de las guías por bujes aseguradas por prisioneros.
Actuador lineal	Actuador de motor y tornillo de bolas, alimentación 90VDC, extensión máxima 100mm, carga dinámica máxima 340.2kg, torque máximo 11.3 N/m, rango de temperatura -26.1°C a 65.5°C, montaje por muñones.
Acelerómetros	3 acelerómetros piezoeléctricos, sensibilidad 10.2mV/(m/s <sup>2</sup> ), rango de medición $\pm 490$ m/s <sup>2</sup> , rango de frecuencias 0.5 a 10kHz, frecuencia resonante 22kHz, rango temperatura -54°C a 121°C, montaje superficial por pernos.

Para cumplir con el parámetro funcional más importante de la Tabla 4 (H1), la estructura del equipo debe tener modos de vibración lejos de las frecuencias de trabajo del sistema de suspensión, estas se deben estimar y comparar

con los resultados de un análisis modal de la estructura. Para estimar las frecuencias naturales de trabajo (de la masa del chasis y de la masa de la llanta), se simula el sistema de suspensión de las ecs. (1)-(2), utilizando los datos de las Tablas 5-8 en el software MATLAB® SIMULINK®. Se utiliza una señal de excitación que aproxima un barrido frecuencial en el dominio del tiempo como la ec. (3), con el objetivo de aproximar la respuesta vertical en frecuencia de las masas del chasis ( $z_s(t)$ ) y de la llanta ( $z_u(t)$ ), mediante su transformada de Fourier.

$$z_r(t) = A \sin(2\pi t^2) \quad (3)$$

Donde la amplitud ( $A$ ) es de 10mm y el tiempo de simulación ( $t$ ) se encuentra en el intervalo  $[0, 25]$  seg.

Es importante señalar que la fuerza del amortiguador MR es altamente no lineal, presentando una curva de histéresis en la gráfica experimental de “Fuerza de amortiguación-Velocidad del pistón”. Para describir el comportamiento histerético del amortiguador MR se utiliza un modelo polinomial de segundo orden desarrollado en [17].

El diagrama a bloques del sistema de suspensión se muestra en la Fig. 4. La fuerza ejercida por el amortiguador MR se simula con alimentación de corriente mínima de 0A.

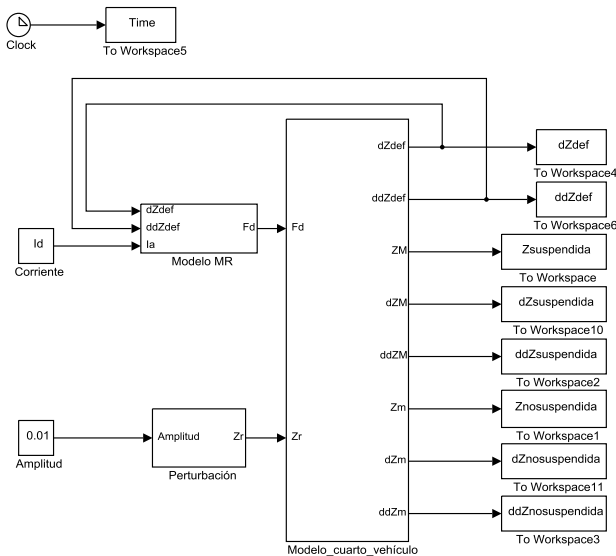


Figura 4 – Diagrama a bloques en Simulink® del sistema de suspensión semi-activa.

La estructura metálica del equipo se analizó en SolidWorks Simulation®, para obtener los desplazamientos resultantes de los 4 primeros modos de vibración, para la comparación con las frecuencias de trabajo. La Fig. 5, muestra el resultado del diseño detallado.

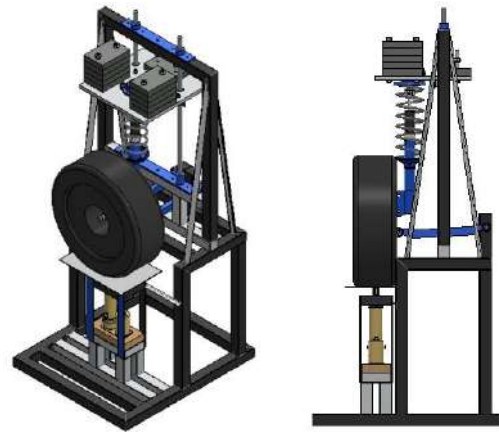


Figura 5 – Diseño en software CAD de la plataforma experimental.

### 3.5. Implementación

El equipo se manufacturó conforme a los subsistemas considerados en el diseño conceptual, dentro del Laboratorio de Manufactura Avanzada en las instalaciones de la UTM.

El sistema de suspensión fue reciclado, intercambiando el amortiguador pasivo por el amortiguador MR. Para lograrlo se manufacturaron en un torno paralelo 2 piezas de barra redonda de acero, para fijar el soporte inferior del amortiguador en la base del resorte y el vástago en la tapa superior de la suspensión, ver Fig. 6.



Figura 6 – Sistema de suspensión acoplada con el amortiguador MR RD 8040-1 de Lord Corporation®.

El sistema de soporte del equipo es una estructura soldada por arco eléctrico, que requirió el corte en diferentes medidas de 25 miembros estructurales de PTR de acero A-36 de 2in con 2mm de espesor y 5 perfiles angulares de 1 ¼ in con 3/16 in de espesor; se utilizaron electrodos 6013 de 1/8 in y 3/32 in; ver Fig. 7(a).

El sistema de guiado requirió el torneado de 4 bujes de acero de 1.5in de diámetro exterior, para el montaje

vertical de las guías redondas a la estructura soldada, calibrando la orientación mediante dos prisioneros M8x1.25 de acero grado 5 por cada buje, ver Fig. 7(b).



Figura 7 – (a) Estructura soldada de la plataforma experimental; (b) sistema de guiado de la masa suspendida.

La masa suspendida se representa por una placa principal de acero A-36 de 40x40 cm con  $\frac{3}{4}$  in de espesor, para colocar peso variable por placas de plomo de 4x6x1 in. La placa principal fue rectificada y maquinada en una fresadora CNC utilizando el software VISI® (herramienta CAD/CAM), para acoplar la tapa de fijación de la suspensión mediante 3 tornillos M12x1.75 de acero grado 8 y para adaptar las dos unidades de aluminio de rodamientos lineales, ver Fig. 8(a).

El sistema de perturbación requirió la manufactura en fresadora CNC de una base de madera para el actuador lineal, fijándolo en la parte inferior de la plataforma. La parte superior fue sujeta por un cinturón de acero alrededor del tubo del actuador, ver Fig. 8(b).

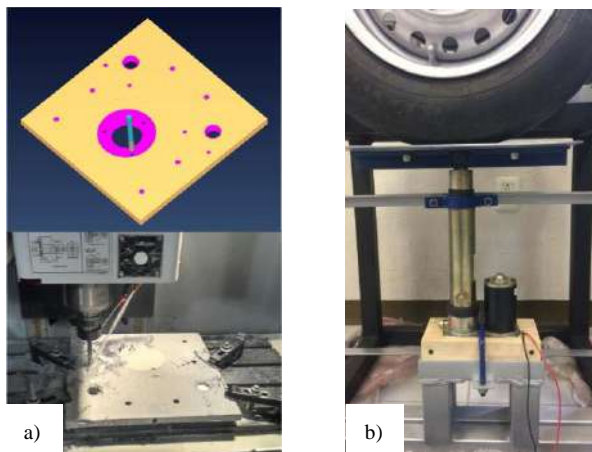


Figura 8 – (a) Manufactura asistida de la masa suspendida; (b) sistema de perturbación mediante actuador lineal.

#### 4. Resultados

El espectro frecuencial de la masa suspendida y no suspendida, con fuerza mínima del amortiguador MR, permite estimar las frecuencias resonantes de trabajo. Como se observa en la Fig. 9, existen dos componentes principales en la respuesta de la masa suspendida, el primer componente en 2.05 Hz corresponde a la frecuencia resonante del chasis, mientras que el segundo componente en 12.41 Hz corresponde a la frecuencia resonante de la llanta. Esta última frecuencia se corrobora con la respuesta de la llanta que se muestra en la Fig. 10, se observa claramente una componente principal en 12.41 Hz.

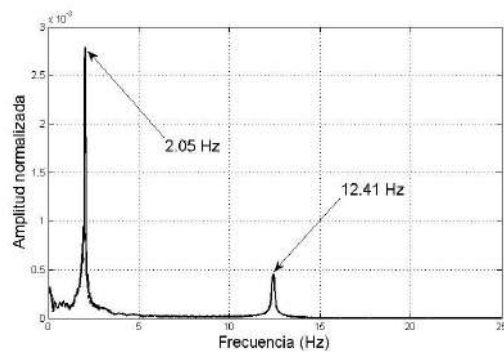


Figura 9 – Respuesta en frecuencia de la masa suspendida (chasis).

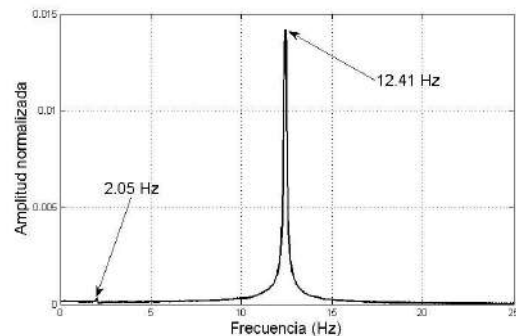


Figura 10 – Respuesta en frecuencia de la masa no suspendida (llanta).

Por otro lado, los resultados del análisis modal de la estructura soldada se exponen en la Tabla 9 y en la Fig. 11. Los resultados del diseño detallado muestran que el primer modo de vibración de la estructura soldada se encuentra en 52.651 Hz, lejos de la resonancia de la llanta, siendo ésta la más grande en el rango de trabajo de la plataforma. El sistema mecánico resultante del proceso se muestra en la Fig. 12.



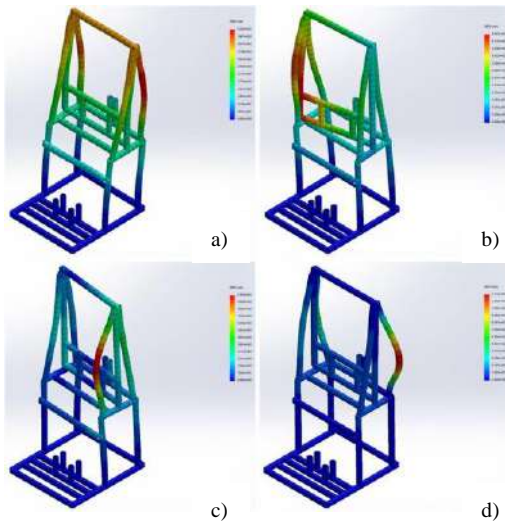


Figura 11 – Desplazamientos resultantes del análisis modal: (a) modo 1; (b) modo 2; (c) modo 3; (d) modo 4.

Tabla 9 – Listas de frecuencias modales.

Número	Valor
1	52.651 Hz
2	54.049 Hz
3	73.544 Hz
4	96.741 Hz



Figura 12 – Plataforma experimental.

Cabe señalar que la frecuencia resonante de la estructura, que corresponde al movimiento vertical en el que trabaja la suspensión, se encuentra en valores más grandes a los cuatro primeros modos de vibración, de esta forma no existe repercusión en el rango de operación del equipo.

#### 4. Conclusiones

En este trabajo se expuso el diseño mecánico y la implementación de una plataforma experimental de un cuarto de automóvil, con una suspensión semi-activa que utiliza un amortiguador MR.

Los resultados de este proyecto demuestran que, una metodología enfocada en el usuario (cliente), utilizando herramientas de calidad como el QFD y de diseño CAD/CAE/CAM, permite obtener prototipos mecánicos que cumplen hasta un 94% de los requerimientos del usuario. Además, una planificación fundamentada en los parámetros funcionales de calidad por parte del diseñador, repercute fuertemente en los procesos y tiempos de manufactura, así como en los costos económicos finales.

El equipo experimental final puede alcanzar frecuencias de trabajo menores a 5 Hz, permitiendo implementar leyes de control orientadas al confort del pasajero, sin embargo como proyecto futuro, es posible mejorar el sistema de perturbación para excitar al sistema primario en frecuencias mayores y experimentar con leyes de control orientadas a la estabilidad del automóvil (road-holding).

El diseño e implementación de controladores forman parte de los trabajos futuros, puesto que los alcances de este proyecto se limitaron al diseño mecánico y la manufactura de la plataforma experimental.

#### Agradecimientos

Al Laboratorio de Manufactura Avanzada y al Taller de Plásticos y Textiles de la Universidad Tecnológica de la Mixteca, por el asesoramiento y las facilidades durante la fase de manufactura.

#### REFERENCIAS

- [1] V. Bhandari, S. C. Subramanian, *Development of electronically controlled pneumatic suspension for commercial vehicles* (pp. 1-6). En Proceedings of 2010 IEEE International Conference on Power, Control and Embedded Systems (2010).
- [2] D. López-Fernández, *Montaje y estudio de un amortiguador magneto-reológico RD1005.3 en la suspensión de un vehículo automóvil*, Tesis de pregrado. Universidad Carlos II de Madrid (2010).
- [3] G. Medina-Pavón, *Estudio del comportamiento dinámico de un vehículo automóvil equipado con amortiguación magneto-reológica*, Tesis de pregrado. Universidad Carlos II de Madrid (2011).

- 
- [4] A. J. Nieto-Quijorna, *Caracterización y control activo de una suspensión neumática*, Tesis doctoral. Universidad de Castilla-La Mancha (2008).
- [5] J. Xinjie, L. Shengjin, *Design of the fuzzy-pid controller for new vehicle active suspension with electro-hydrostatic actuator* (pp. 3724-3727). En Proceedings of 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (2009).
- [6] S. M. Savaresi, C. Poussot-Vassal, C. Spelta, O. Sename, L. Dugard, *Semi-active suspension control design for vehicles*. EUA: Elsevier (2010).
- [7] J. Hurel-Ezeta, A. Mandow, A. García-Cerezo, *Los sistemas de suspensión activa y semi-activa: Una revisión*, Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial **10** (2013) 121- 132.
- [8] B. Sapinski, J. Filus, *Analysis of parametric models of MR linear damper*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, **41** (2003) 215-240.
- [9] L. M. Jansen, S. J. Dyke, *Semi-active control strategies for MR dampers: Comparative study*, Journal of Engineering Mechanics, **26** (2000) 795-803.
- [10] J. G. Kori, R. Jangid, *Semi-active MR dampers for seismic control of structures*, Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering, **157** (2009) 42.
- [11] Y. H. Wang, M. C. Shih, *Semi-active suspension control in a passenger car using a ga-fuzzy approach* (pp. 213-218), En Proceedings of the 5th IFAC Symposium on Advances in Automotive Control (2007).
- [12] G. Koch, E. Pellegrini, S. Spirk, B. Lohmann, *Design and modeling of a quartervehicle test rig for active suspension control*, Inst. Autom. Control, TU München, München, Germany (2010).
- [13] Y. Zhuang, S. Nie, K. Guo, *A study of semi-active suspension with tuned mass damper* (pp. 137-146), En Proceedings of The 24th Symposium of the International Association for Vehicle System Dynamics (IAVSD 2015) (2016).
- [14] E. Guglielmino, T. Sireteanu, C. W. Stammers, G. Ghita, M. Giuclea, *Semi-active suspension control: Improved vehicle ride and road friendliness*. Londres: Springer Science & Business Media (2008).
- [15] R. G. Budynas, J. K. Nisbett, *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley* (9ª ed). México: McGraw Hill (2012).
- [16] G. Pahl, W. Beitz, *Engineering design. A systematic approach*. Springer-Verlag (1984).
- [17] M. Arias-Montiel, K. H. Floreán-Aquino, E. Francisco-Agustín, D. M. Pinón-López, R. J. Santos-Ortiz, B. A. Santiago-Marcial, *Experimental characterization of a magnetorheological damper by a polynomial model* (pp.128-133), En Proceedings of IEEE 2015 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE) (2015).

# Referencias

- Alanoly, J. y Sankar, S. (1988). Semi-active force generators for shock isolation. *Journal of Sound and Vibration*, 126(1):145 – 156.
- Aljarbouh, A., Zeng, Y., Duracz, A., Caillaud, B., y Taha, W. (2016). Chattering-free simulation for hybrid dynamical systems semantics and prototype implementation. En *2016 IEEE Intl Conference on Computational Science and Engineering (CSE) and IEEE Intl Conference on Embedded and Ubiquitous Computing (EUC) and 15th Intl Symposium on Distributed Computing and Applications for Business Engineering (DCABES)*, pp. 412–422.
- Amador-Garrido, H. (2004). Absorción semi-activa y activa de vibraciones utilizando actuadores magnetoreológicos. Tesis de máster, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México, D. F.
- AMIA (2017). Estadísticas a propósito de la industria automotriz. Recuperado el 14 de agosto de 2017 de <<http://www.amia.com.mx/index.html>>.
- Antón-Domínguez, L., Silva-Navarro, G., y García-Pérez, O. A. (2012). A semi-active control scheme for a rotor-bearing system using a squeeze film damper with MR fluid. En *Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA2012+ USD2012)*, pp. 223–235.
- Arellano, M. J. S., Krauskopf, R. L. B., Yadin, M. O. M., Barra, P., Leiva, J. E., Soto, R., Taylor, D., Trigo, T., y Vargas, J. (2006). Control de vibraciones en estructuras mediante amortiguadores magneto-reológicos. Reporte técnico, Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica.
- Arias-Montiel, M., Floreán-Aquino, K. H., Francisco-Agustín, E., Pinón-López, D. M., Santos-Ortiz, R. J., y Santiago-Marcial, B. A. (2015). Experimental characterization of a magnetorheological damper by a polynomial model. En *Proceedings of IEEE 2015 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE)*, pp. 128–133.
- Askari, M., Li, J., y Samali, B. (2011). Semi-active LQG control of seismically excited nonlinear buildings using optimal Takagi-Sugeno inverse model of MR dampers. En *Proceedings of the Twelfth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction (EASEC12)*, pp. 2765 – 2772.
- Bhandari, V. y Subramanian, S. C. (2010). Development of an electronically controlled pneumatic suspension for commercial vehicles. En *Proceedings of 2010 IEEE International Conference on Power, Control and Embedded Systems (ICPCES)*, pp. 1–6.
- Blanco, J., Zotes, D., y Toledano, R. (2000). Magneride de delphi. Recuperado el 4 de Abril de 2016 de <<http://www.autocity.com/servicios/documentos-tecnicos/sistema-de-suspension/magneride-de-delphi>>.
- Brezas, P., Smith, M. C., y Hoult, W. (2015). A clipped-optimal control algorithm for semi-active vehicle suspensions: Theory and experimental evaluation. *Automatica*, 53:188 – 194.
- Budynas, R. G. y Nisbett, J. K. (2012). *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley (9a)*. McGraw Hill Mexico.
- BWI (2014). Magneride. Recuperado el 4 de Abril de 2016 de <<http://www.magneride.com/>>.
- Cabrera-Amado, A., Chávez-Conde, E., y Pablo-Altunár, J. M. (2016). Modelling and modal control of a quarter vehicle suspension system. En Reyes-Mora, S. y Luna-Olivera, B. C. (Eds.), *Modelación Matemática: ingeniería, biología y ciencias sociales*, capítulo 3, pp.27-36. Oaxaca, México: Universidad Tecnológica de la Mixteca.
- Cabrera-Amado, A. y Silva-Navarro, G. (2009). Positive position and acceleration feedback control for the unbalance response in a rotor-bearing system. En *2009 6th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE)*, pp. 1–6.
- Cabrera-Amado, A. y Silva-Navarro, G. (2012). Semiactive vibration absorption in a rotor-bearing system using a PPF control scheme. En *Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA2012+ USD2012)*, pp. 209–221.

- Chalco-Criollo, F. M. y Sinchi-Viñanzaca, E. G. (2016). Estudio de la rigidez radial estática del neumático en vehículos de turismo y desarrollo de un modelo matemático para su obtención según las características del neumático. B.S. thesis, Universidad Politécnica Salesiana.
- Choi, S. B., Lee, S. K., y Park, Y. P. (2001). A hysteresis model for the field-dependent damping force of a magnetorheological damper. *Journal of Sound and Vibration*, 245(2):375–383.
- Crivellaro, C. y Alves, S. J. (2006). Phenomenological model of a magneto-rheological damper for semi-active suspension control design and simulation. Reporte técnico, SAE Technical Paper.
- Delphi (s.f.). About Delphi. Recuperado el 4 de Abril de 2016 de <<http://www.delphi.com/about>>.
- Do, A., Sename, O., Dugard, L., Savaresi, S., Spelta, C., y Delvecchio, D. (2010). An extension of mixed sky-hook and ADD to magneto-rheological dampers. *IFAC Proceedings Volumes*, 43(21):25 – 31. 4th IFAC Symposium on System Structure and Control.
- Enríquez-Zárate, J., Silva-Navarro, G., y Abundis-Fong, H. F. (2016). Active vibration suppression through positive acceleration feedback on a building-like structure: An experimental study. En *Mechanical Systems and Signal Processing*, volumen 72, pp. 451–461.
- Félix-Herrán, L. (2006). Control de una suspensión semi-activa con un amortiguador magnetorreológico. Tesis de máster, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Monterrey.
- Félix-Herrán, L., Mehdi, D., Ramírez-Mendoza, R. A., de J. Rodríguez-Ortíz, J., y Soto, R. (2016). H2 control of a one-quarter semi-active ground vehicle suspension. *Journal of Applied Research and Technology*, 14(3):173–183.
- Fujita, T., Fukao, T., Kinoshita, T., e Itagaki, N. (2013). Semi-active suspension improving both ride comfort and handling feel. *IFAC Proceedings Volumes*, 46(21):225 – 230.
- Gamota, D. R. y Filisko, F. E. (1991). Dynamic mechanical studies of electrorheological materials: moderate frequencies. *Journal Rheology*, 35:399–425.
- Grant, D. y Hayward, V. (1997). Variable structure control of shape memory alloy actuators. *IEEE Control Systems*, 17(3):80–88.
- Griffin, S., Gussy, J., Lane, S. A., Henderson, B. K., y Sciulli, D. (Nov. 13, 2001). Passive virtual skyhook vibration isolation system. US6315094B1, The United States of America as represented by the Secretary of the Air Force.
- Guglielmino, E., Sireteanu, T., Stammers, C. W., Ghita, G., y Giuclea, M. (2008). *Semi-active suspension control: Improved vehicle ride and road friendliness*. Springer Science & Business Media.
- Han, Y.-L., Li, Q. S., Li, A.-Q., Leung, A. Y. T., y Lin, P.-H. (2003). Structural vibration control by shape memory alloy damper. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 32(3):483–494.
- Hiruma, M. (1976). Vehicle hydropneumatic suspension system. Recuperado el 4 Abril de 2016 de <https://patents.google.com/patent/US3945664A/en>.
- Hohenbichler, N., Six, K., y Abel, D. (2006). The benefit of Skyhook control in high speed railway vehicles. En *Proceedings of the 4th IFAC Symposium on Mechatronic Systems*, pp. 890 – 895.
- Housner, G., Masri, S., y Soong, T. (1992). Activities in structural control in the USA. En *Proceedings of Tenth World Conference on Earthquake Engineering*, pp. 7091–7093.
- Housner, G. W., Bergman, L. A., Caughey, T. K., Chassiakos, A. G., Claus, R. O., Masri, S. F., Skelton, R. E., Soong, T. T., Spencer, B. F., y Yao, J. T. P. (1997). Structural control: Past, present, and future. *Journal of Engineering Mechanics*, 123(9):897–971.
- Hu, R., Xiong, H., Jin, W., y Zhu, W. (2016). Stochastic minimax semi-active control for MDOF nonlinear uncertain systems under combined harmonic and wide-band noise excitations using MR dampers. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 83:26–38.
- Hurel-Ezeta, J., Mandow, A., y García-Cerezo, A. (2013). Los sistemas de suspensión activa y semiactiva: Una revisión. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial (RIAI)*, 10(2):121 – 132.
- Jansen, L. M. y Dyke, S. J. (2000). Semiactive control strategies for MR dampers: Comparative study. *Journal of Engineering Mechanics*, 126(8):795–803.

- Jiménez-Fabián, R. y Álvarez-Icaza, L. (2008). Estimación adaptable de estados en un edificio de marco plano equipado con un amortiguador magneto-reológico. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial (RIAI)*, 5(1):135 – 143.
- Karamodin, K. A. y Kazemi, H. H. (2010). Semi-active control of structures using neuro-predictive algorithm for mr dampers. *Structural control & health monitoring*, 17(3):237.
- Karnopp, D., Crosby, M. J., y Harwood, R. (1974). Vibration control using semi-active force generators. *Journal of Engineering for Industry*, 96(2):619–626.
- Kerboua, M., Megnounif, A., Benguediab, M., Benrahou, K., y Kaoulala, F. (2015). Vibration control beam using piezoelectric-based smart materials. *Composite Structures*, 123:430–442.
- Khalid, M., Yusof, R., Joshani, M., Selamat, H., y Joshani, M. (2014). Nonlinear identification of a magneto-rheological damper based on dynamic neural networks. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 29(3):221–233.
- Koch, G., Pellegrini, E., Spirk, S., y Lohmann, B. (2010). Design and modeling of a quarter-vehicle test rig for active suspension control. *Inst. Autom. Control, TU München, München, Germany, Tech. Rep. TRAC-5 (2)*.
- Koo, J. H., Goncalves, F., y Ahmadian, M. (2004). In search of suitable control methods for semi-active tuned vibration absorbers. *Journal of Vibration and Control*, 10(2):163–174.
- Kori, J. G. y Jangid, R. (2009). Semi-active mr dampers for seismic control of structures. *Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering*, 42(3):157.
- Kwok, N., Ha, Q., Nguyen, M., Li, J., y Samali, B. (2007). Bouc Wen model parameter identification for a MR fluid damper using computationally efficient GA. *ISA Transactions*, 46(2):167 – 179.
- Li, H. y Goodall, R. M. (1999). Linear and non-linear skyhook damping control laws for active railway suspensions. *Control Engineering Practice*, 7(7):843 – 850.
- Liang, C. y Rogers, C. A. (1997). Design of shape memory alloy springs with applications in vibration control. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 8(4):314–322.
- Liao, W. H. y Lai, C. Y. (2002). Harmonic analysis of a magnetorheological damper for vibration control. *Smart Materials and Structures*, 11(2):288.
- López-Fernández, D. (2010). Montaje y estudio de un amortiguador magneto-reológico RD1005.3 en la suspensión de un vehículo automóvil. Tesis de pregrado, Universidad Carlos III de Madrid, Madrid, España.
- Lovera, M., Fiacchini, M., Sename, O., Dugard, L., Karcianas, N., Tudón-Martínez, J. C., Hernández-Alcántara, D., y Morales-Mendez, R. (2015). Semi-active suspension control with LPV mass adaptation. *IFAC-PapersOnline Conference Paper Archive*, 48(26):67 – 72.
- Majdoub, K. E., Giri, F., y Chaoui, F. (2013). Backstepping adaptive control of quarter-vehicle semi-active suspension with dahl MR damper model. En *Proceedings fo the 11th IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing*, pp. 558 – 563.
- Medina, J., Marichal, M., y Morales, S. (2008). Desarrollo de dos modelos inversos de un amortiguador magneto-reológico para el control de vibraciones en estructuras civiles. *Boletín Técnico IMME*, 46(2):1–22.
- Medina-Pavón, G. (2011). Estudio del comportamiento dinámico de un vehículo automóvil equipado con amortiguación magneto-reológica. Tesis de pregrado, Universidad Carlos III de Madrid, España.
- Mori, T., Nilkhamhang, I., y Sano, A. (2007). Adaptive semi-active control of suspension system with MR damper. *IFAC Proceedings Volumes*, 40(13):191 – 196. 9th IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing.
- Morselli, R. y Zanasi, R. (2008). Control of port hamiltonian systems by dissipative devices and its application to improve the semi-active suspension behaviour. *Mechatronics*, 18(7):364 – 369.
- MotorMania (s. f.). Citroën BX 4TC. Recuperado el 18 de Junio de 2016 de <<http://motormaniaman.info/citroenbx4tc.htm>>.
- Mulla, A., Jalwadi, S., y Unaune, D. (2014). Performance analysis of skyhook, groundhook and hybrid control strategies on semi-active suspension system. *International Journal of Current Engineering and Technology*, 1(3):265–269.
- Nguyen, M., Sename, O., y Dugard, L. (2015a). An LPV Fault Tolerant control for semi-active suspension - scheduled by fault estimation. *IFAC-PapersOnLine*, 48(21):42–47.

- Nguyen, S. D., Nguyen, Q. H., y Choi, S.-B. (2015b). A hybrid clustering based fuzzy structure for vibration control part 2: An application to semi-active vehicle seat-suspension system. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 57:288–301.
- Nieto-Quijorna, A. J. (2008). *Caracterización y control activo de una suspensión neumática*. Tesis doctoral, Universidad de Castilla-La Mancha, España.
- Omidi, E., Mahmoodi, S. N., y Jr., W. S. S. (2016). Multi positive feedback control method for active vibration suppression in flexible structures. *Mechatronics*, 33:23 – 33.
- Ortíz-Espinoza, A. A., Cabello-Ortega, A. M., Tudón-Martínez, J. C., Hernández-Alcantara, D., y Morales-Menendez, R. (2014). Analysis of on/off controllers of a semi-active suspension in a CAN. *IFAC Proceedings Volumes*, 47(3):10902–10907. 19th IFAC World Congress.
- Pahl, G. y Beitz, W. (2013). *Engineering design: a systematic approach*. Springer Science & Business Media.
- Parlak, Z., Engin, T., y Calli, I. (2012). Optimal design of MR damper via finite element analyses of fluid dynamic and magnetic field. *Mechatronics*, 22(6):890–903.
- Pepe, G. y Carcaterra, A. (2016). VFC variational feedback controller and its application to semi-active suspensions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 77:72–92.
- Pérez-Rello, A. (2011). Desarrollo de una suspensión semi-activa en un vehículo automóvil basado en lógica fuzzy. Tesis de pregrado, Universidad Carlos III de Madrid, Madrid, España.
- Pletschen, N. y Diepold, K. J. (2016). Nonlinear state estimation for suspension control applications: a takagi-sugeno kalman filtering approach. *Control Engineering Practice*.
- Poussot-Vassal, C., Sename, O., Dugard, L., Ramirez-Mendoza, R., y Flores, L. (2006). Optimal Skyhook control for semi-active suspensions. En *Proceedings of the 4th IFAC Symposium on Mechatronic Systems*, pp. 608 – 613.
- Quoc-Hung, N. y Seung-Bok, C. (2009). Optimal design of MR shock absorber and application to vehicle suspension. *Smart Materials and Structures*, 18(3):035012.
- Rao, S. S. (2012). *Vibraciones mecánicas*. Pearson Educación.
- Rios-Gutierrez, M. y Silva-Navarro, G. (2013). Control activo de vibraciones en estructuras tipo edificio usando actuadores piezoeléctricos y retroalimentación positiva de la aceleración. *DYNA*, 80(179):116–125.
- Rolle-Calvo, J. L. (2004). Tecnologías emergentes en actuadores. *Ingeniería química*, 415:113–118.
- Sammier, D., Sename, O., y Dugard, L. (2003).  $H_\infty$  control of active vehicle suspensions: some practical aspects. *Vehicle System Dynamics*, 39(4):279–308.
- Sapiński, B. (2002). Parametric identification of MR linear automotive size damper. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 40(3):703–722.
- Sapiński, B. y Filuś, J. (2003). Analysis of parametric models of MR linear damper. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 41(2):215–240.
- Savaresi, S., Silani, E., y Bittanti, S. (2004). Semi-active suspensions: an optimal control strategy for a quarter-car model. En *Proceedings of the 1st IFAC Symposium on Advances in Automotive Control (AAC)*, pp. 572–577.
- Savaresi, S. M., Poussot-Vassal, C., Spelta, C., Sename, O., y Dugard, L. (2010). *Semi-active suspension control design for vehicles*. Elsevier.
- Savaresi, S. M., Silani, E., y Bittanti, S. (2005). Acceleration-Driven-Damper (ADD): An optimal control algorithm for comfort-oriented semiactive suspensions. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, 127(2):218–229.
- Schiehlen, W. (2009). *Vehicle and Guideway Modelling: Suspensions systems*, volumen 497, capítulo 1, pp. 1–74. Springer.
- Schmidt, L., Andersen, T. O., y Pedersen, H. C. (2013). Robust non-chattering observer based sliding control concept for electro-hydraulic drives. *IFAC Proceedings Volumes*, 46(5):99–108. 6th IFAC Symposium on Mechatronic Systems.
- Spelta, C., Previdi, F., Savaresi, S. M., Fraternali, G., y Gaudiano, N. (2009). Control of magnetorheological dampers for vibration reduction in a washing machine. *Mechatronics*, 19(3):410–421.

- Spencer, B. F., Dyke, S. J., Sain, M. K., y Carlson, J. D. (1997). Phenomenological model for magnetorheological dampers. *Journal of Engineering Mechanics*, 123(3):230–238.
- Stanway, R., Sproston, J. L., y El-Wahed, A. K. (1996). Applications of electro-rheological fluids in vibration control: a survey. *Smart Materials and Structures*, 5(4):464.
- Stanway, R., Sproston, J. L., y Stevens, N. G. (1987). Non-linear identification of an electro-rheological vibration damper. *Journal Electrostatics*, 20:167–184.
- Stein, G. J. (2001). Some recent developments in acceleration sensors. *Measurement science review*, 1(1):183–186.
- Tudón-Martínez, J. C., Morales-Menendez, R., Ramirez-Mendoza, R., Sename, O., y Dugard, L. (2012). Fault tolerant control in a semi-active suspension\*. En *Proceedings of the 8th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, pp. 1173 – 1178.
- Tudón-Martínez, J. C., Varrier, S., Morales-Menendez, R., y Sename, O. (2016). Control Tolerante a Fallas en una suspensión automotriz semi-activa. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 13(1):56–66.
- Uz, M. E. y Hadi, M. N. (2014). Optimal design of semi active control for adjacent buildings connected by MR damper based on integrated fuzzy logic and multi-objective genetic algorithm. *Engineering Structures*, 69:135 – 148.
- Wang, Y.-H. y Shih, M.-C. (2007). Semi-active suspension control in a passenger car using a ga-fuzzy approach. En *Proceedings of the 5th IFAC Symposium on Advances in Automotive Control*, pp. 213–218.
- Weber, F. (2014). Semi-active vibration absorber based on real-time controlled MR damper. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 46(2):272 – 288.
- Xinjie, J. y Shengjin, L. (2009). Design of the fuzzy-pid controller for new vehicle active suspension with electro-hydrostatic actuator. En *Proceedings of 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, pp. 3724–3727.
- Xue, S. y Li, X. (2007). Control devices incorporated with shape memory alloy. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 6(2):159–169.
- Yacuzzi, E. y Martín, F. (2003). Qfd: Conceptos, aplicaciones y nuevos desarrollos. Technical report, Serie Documentos de Trabajo, Universidad del CEMA, Área: Negocios.
- Young-Jin, C. y Jong-Wha, B. (2016). Seismic fragility estimates of a moment-resisting frame building controlled by MR dampers using performance-based design. *Engineering Structures*, 116:192–202.
- Zhang, S., Schmidt, R., y Qin, X. (2015). Active vibration control of piezoelectric bonded smart structures using PID algorithm. *Chinese Journal of Aeronautics*, 28(1):305 – 313.
- Zhao-Dong, X., Ya-Peng, S., y Ying-Qing, G. (2003). Semi-active control of structures incorporated with magnetorheological dampers using neural networks. *Smart Materials and Structures*, 12(1):80.
- Zhuang, Y., Nie, S., y Guo, K. (2016). A study of semi-active suspension with tuned mass damper. En *Proceedings of The 24th Symposium of the International Association for Vehicle System Dynamics (IAVSD 2015), Graz, Austria, 17-21 August 2015*, pp. 137–146.







