

Análisis y Simulación del modelo electrónico de una neurona

Castillo Hernández Carolina¹, Barajas Ramírez Juan Gonzalo², Díaz de León Zapata Ramón¹.

¹Instituto Tecnológico de San Luis Potosí
Av. Tecnológico S/N, Soledad de Graciano Sánchez, San Luis Potosí, S.L.P.
²Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica
Camino a la Presa San José 2055, San Luis Potosí, S.L.P.

Resumen

Se ha realizado el análisis, adaptación y simulación del modelo neuronal Hindmarsh-Rose para adecuarlo a la circuitería analógica moderna y asentar las condiciones para el desarrollo de algoritmos sobre sistemas físicos reales basados en redes neuronales.

Palabras clave: computación analógica, modelo neuronal, control, redes neuronales.

1. Introducción

Por muchos años, los científicos han intentado estudiar la estructura del cerebro humano y descubrir cómo funciona. Sin embargo, éste mantiene algunos secretos fascinantes que no han podido ser aún resueltos por completo. El sistema nervioso está hecho de células llamadas neuronas. El cerebro humano tiene aproximadamente 10^{11} neuronas, mucho menos que el número de células glía. Sin embargo, las neuronas son las únicas que tienen la habilidad de propagar señales rápidamente por las largas distancias.

El interés por su estudio radica en la posibilidad de reproducir sistemas artificiales (basados en la electrónica) que se comporten como lo haría un cerebro biológico ya que independientemente del nivel de inteligencia del organismo que se pretende emular, todos son capaces de mantener autonomía en la toma de decisiones y en la resolución de problemas que atañen a su entorno a través del aprendizaje.

Si bien existen algoritmos implementados en sistemas de cómputo completamente digitales que simulan el proceso completo de la neurona e incluso de redes neuronales completas, el sistema biológico sigue mostrando un comportamiento analógico que es

el que se pretende estudiar, analizar y comprender para que su futura aplicación en automatización y control sea una aproximación más cercana a los sistemas biológicos [1].

Motivados por dichas razones se realizó el diseño y construcción de un circuito electrónico que imite el comportamiento de un modelo neuronal, específicamente el modelo Hindmarsh-Rose.

2. Modos de comportamiento de una neurona

Las neuronas se especializan en la generación de señales eléctricas en respuesta a entradas químicas y otras, y en la transmisión estas señales a otras células. Algunas importantes características morfológicas de las neuronas son las dendritas que reciben las entradas desde otras neuronas y el axón que lleva la salida a otras células, Fig. 1. La elaborada estructura de derivaciones de su árbol dendrítico permite a una neurona recibir entradas de más de 100,000 neuronas a través de conexiones sinápticas. El axón por su parte tiene un promedio de 180 conexiones sinápticas con otras neuronas por mm de longitud [2].

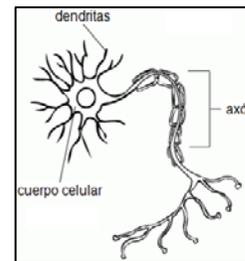


Figura 1. Estructura típica de una neurona.

La señal eléctrica de relevancia para el sistema nervioso es la diferencia en potencial eléctrico entre

el interior y el exterior de una neurona. Ya que la membrana neuronal es lo que separa el interior del exterior, esta diferencia de potencial eléctrico es llamada **potencial de membrana**. En términos matemáticos el potencial de membrana V_m es definido como

$$V_m = V_{ent} - V_{sal}$$

Donde V_{ent} es el potencial dentro la neurona y V_{sal} el potencial que hay fuera de ella. La diferencia de potencial surge de las diferencias en las concentraciones de varios iones dentro y fuera de la célula. Los principales iones encontrados a cada lado de la membrana celular son Na^+ , K^+ , Ca^{2+} y Cl^- . Las concentraciones de iones K^+ es mucho mayor dentro de la célula, mientras que las concentraciones de Na^+ , Ca^{2+} y Cl^- son mayores en el medio extracelular [3].

La membrana neuronal contiene canales de proteínas que permiten a los iones moverse a través de ellos de acuerdo a su gradiente electroquímico y crear las corrientes encargadas de mantener las diferencias de potencial.

Una neurona tiene diversos modos de comportamiento dependiendo de las corrientes iónicas involucradas. El potencial de reposo se refiere al potencial a través de la neurona cuando está inactiva, es decir, todas las corrientes están balanceadas. Una típica neurona tiene un potencial en reposo aproximadamente de -70mV, Fig. 2(a).

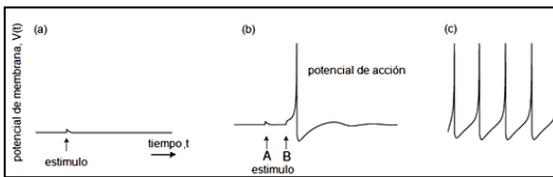


Fig. 2. (a) Modo de reposo. (b) Excitabilidad. (c) Actividad de potenciales de acción periódicos.

Una propiedad fundamental de las neuronas es la excitabilidad. Pequeños estímulos en su árbol dendrítico, tales como A, resultan en pequeñas excitaciones. Grandes perturbaciones, tal como B, son amplificadas por la dinámica intrínseca de la neurona y resultan en un potencial de acción (PA), Fig. 2(b), un abrupto y transitorio cambio del potencial de membrana. Estos potenciales de acción son el principal medio de comunicación entre las neuronas. En general, las neuronas se disparan como resultado de los potenciales de acción entrantes desde otras neuronas y se propagan a otras neuronas mediante el axón.

Si una corriente suficientemente fuerte entra a la neurona por un largo periodo de tiempo, esta pasa a un modo marcapasos, de modo que exhibe una actividad de potenciales de acción periódicos, Fig. 2(c).

Se llama **bursting** a un periodo de reposo seguido por dos o más potenciales de acción, es decir, la transición entre el modo de reposo y una actividad de potenciales de acción periódicos. Se produce debido a la interacción de corrientes rápidas responsables de la actividad de potenciales de acción periódicos y corrientes lentas que modulan la actividad [4].

Existen diversos modelos matemáticos que estudian los comportamientos de una neurona tales como el modelo Hodgkin-Huxley, el cual fue el primero en incluir los suficientes aspectos fisiológicos y morfológicos para describir una neurona real. El modelo FitzHugh–Nagumo el cual es una versión simplificada del modelo Hodgkin-Huxley. El modelo Hindmarsh–Rose desarrollado para estudiar la sincronización de dos neuronas de caracol. El modelo Morris-Lecar basado en la fibra muscular de un percebe, entre otros [5].

3. El modelo Hindmarsh-Rose

Las ecuaciones para el modelo neuronal Hindmarsh-Rose fueron obtenidas de experimentos realizados con caracoles de estanque y la utilización de una versión simplificada del modelo Hodgkin-Huxley [5]. Estas ecuaciones pueden conmutar de un estado de reposo a un estado de potenciales de acción periódicos, bursting, por la aplicación de un pulso de corriente positivo. A continuación se muestra el modelo Hindmarsh-Rose de cuatro dimensiones

$$\dot{x}_1 = \alpha x_2 + \beta x_1^2 - \gamma x_1^3 - \delta x_3 + I$$

$$\dot{x}_2 = \epsilon - \epsilon x_1^2 - x_2 - \zeta x_4$$

$$\dot{x}_3 = \eta(-x_3 + S(x_1 + h))$$

$$\dot{x}_4 = \theta(-\vartheta x_4 + \iota(x_2 + \kappa))$$

Donde \dot{x}_1 , \dot{x}_2 , \dot{x}_3 y \dot{x}_4 son las variables de estado de la neurona; siendo \dot{x}_1 el potencial de membrana, \dot{x}_2 la variable de recuperación (la cual representa una corriente rápida), \dot{x}_3 es la variable de adaptación (es decir, la corriente lenta) ($\eta \ll 1$) y \dot{x}_4 representa una dinámica aún más lenta con ($\theta < \eta \ll 1$). El resto de los parámetros de la neurona son $\alpha=1.1$; $\beta=3$; $\gamma=1$; $\delta=0.99$; $I=3.024$; $\epsilon=1.01$; $\epsilon=5.0128$;

$\zeta=0.078$; $\eta=0.021$; $S=3,966$; $h=1.605$; $\theta=0.0009$;
 $\vartheta=0.9573$; $\iota=3$ y $\kappa=1.619$ [6].

Tomando únicamente las primeras tres ecuaciones del modelo se pueden reproducir varios modos de actividad de potenciales de acción periódicos-bursting [7]. La ecuación cuatro es incluida para expandir las regiones donde esté presente un comportamiento caótico, el cual es caracterizado por su aperiodicidad, alta sensibilidad a las condiciones iniciales y espectro de ancho de banda [8].

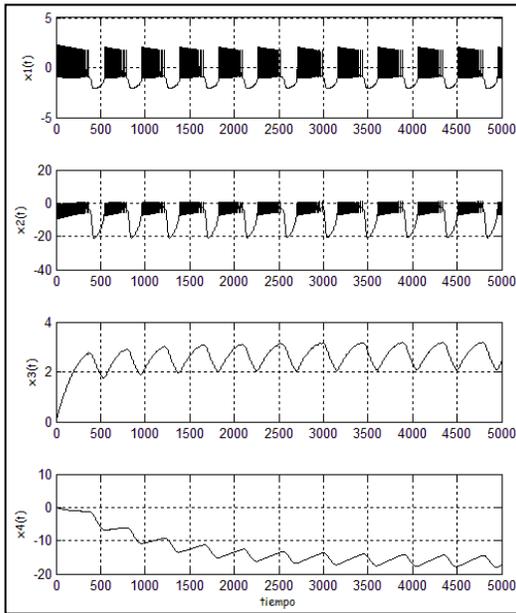


Figura 3. Evolución de las variables del modelo Hindmarsh-Rose, para $I = 3.024$.

4. Circuito electrónico equivalente del modelo Hindmarsh-Rose

Una computadora analógica puede ser usada para resolver varios tipos de problemas. Mas generalmente una computadora análoga usa un circuito electrónico como análogo a un sistema porque esta no tiene partes en movimiento, tiene una alta velocidad de operación, buena precisión y un alto grado de versatilidad. Un circuito electrónico consistente de resistores, capacitores, amplificadores operacionales y multiplicadores es capaz de simular cualquier sistema, ya sea lineal o no lineal. Los voltajes a través del circuito son análogos a las operaciones matemáticas deseadas. Los voltajes de entrada y de salida son correspondientes a las variables matemáticas del problema.

Motivados por las ventajas que ofrecen las computadoras analógicas para la resolución de sistemas físicos, se decidió utilizar una computadora analógica programada de manera específica para simular el modelo Hindmarsh-Rose.

Un proceder común para programar una computadora analógica es escalar las ecuaciones del sistema tanto en magnitud como en tiempo. La escala de magnitud es ajustada para evitar sobrecargas que puedan dañar los componentes o por el contrario evitar tener señales cercanas del nivel del ruido que puedan arrojar resultados erróneos. La escala de tiempo es necesaria ya que se estudia un fenómeno físico el cual evoluciona más rápido o más lento que el conveniente para su estudio.

4.1 Escala de magnitud

Para el ajuste de magnitud lo primero fue determinar los rangos dentro de los cuales operan las variables del sistema, que son

$$-2.45 \leq x_1 \leq 2.45$$

$$-21.25 \leq x_2 \leq 21.25$$

$$-3.2 \leq x_3 \leq 3.2$$

$$-18.2 \leq x_4 \leq 18.2$$

Luego, la escala de magnitud para que las variables operen dentro del rango de $\pm 10V$ es

$$y_1 = 4.082x_1$$

$$y_2 = 0.470x_2$$

$$y_3 = 3.125x_3$$

$$y_4 = 0.550x_4$$

El sistema reescrito después de las sustituciones y simplificaciones, es el siguiente

$$\dot{y}_1 = 9.554y_2 + 0.735y_1^2 - 0.060y_1^3 - 1.293y_1 + 4.082I$$

$$\dot{y}_2 = 0.475 - 0.141y_1^2 - y_2 - 0.023y_4$$

$$\dot{y}_3 = -0.002y_3 + 0.006y_1 + 0.041$$

$$\dot{y}_4 = -0.0008y_4 + 0.003y_2 + 0.002$$

Los términos cúbicos y cuadráticos fueron implementados usando el multiplicador AD633AN el cual introduce un factor de división de 10 para cada multiplicación por lo que las la primera y segunda ecuación del modelo se reescribieron de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= 9.554y_2 + 0.735(10)\frac{y_1^2}{10} - 0.060(100)\frac{y_1^3}{100} - 1.293y + 4.082I \\ \dot{y}_2 &= 0.475 - 0.141(10)\frac{y_1^2}{10} - y_2 - 0.023y_4\end{aligned}$$

Notar que los terminos cuadraticos y cubicos debern ser implementados en una estapa de amplificacion intermedia. Para evitar que los voltajes no sean excedidos y evitar el riesgo de saturacion del circuito electronico, otra escala de magnitud o de tiempo pueden ser empladas [8].

4.2 Escala de tiempo

La escala temporal es equivalente a la transformación de la variable tiempo t en una nueva variable

$$T = kt$$

Donde T es el tiempo de cálculo, t es el tiempo real del sistema y k es el factor de escala temporal. Para trabajar con una nueva escala de tiempo el sistema fue reescrito de la siguiente manera.

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= \frac{9.554}{k}y_2 + \frac{7.350}{k}\frac{y_1^2}{10} - \frac{6}{k}\frac{y_1^3}{100} - \frac{1.293}{k}y + \frac{4.082}{k}I \\ \dot{y}_2 &= \frac{0.475}{k} - \frac{1.41}{k}\frac{y_1^2}{10} - \frac{y_2}{k} - \frac{0.023}{k}y_4 \\ \dot{y}_3 &= -\frac{0.002}{k}y_3 + \frac{0.006}{k}y_1 + \frac{0.041}{k} \\ \dot{y}_4 &= -\frac{0.0008}{k}y_4 + \frac{0.003}{k}y_2 + \frac{0.002}{k}\end{aligned}$$

Para resolver los problemas de saturación y de amplificación en el circuito electrónico un adecuado factor de escala k fue seleccionado de manera que ambos problemas fueron solucionados. El factor de escala seleccionado fue $k = 9.554$ que corresponde con el coeficiente de mayor valor en el sistema, de esta manera nos aseguramos de que no existiera ningún factor de amplificación mayor a la unidad. El sistema con el ajuste temporal se muestra a continuación

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= y_2 + \frac{7.350}{9.554}\frac{y_1^2}{10} - \frac{6}{9.554}\frac{y_1^3}{100} - \frac{1.293}{9.554}y + \frac{4.082}{9.554}I \\ \dot{y}_2 &= \frac{0.475}{9.554} - \frac{1.41}{9.554}\frac{y_1^2}{10} - \frac{y_2}{9.554} - \frac{0.023}{9.554}y_4 \\ \dot{y}_3 &= -\frac{0.002}{9.554}y_3 + \frac{0.006}{9.554}y_1 + \frac{0.041}{9.554} \\ \dot{y}_4 &= -\frac{0.0008}{9.554}y_4 + \frac{0.003}{9.554}y_2 + \frac{0.002}{9.554}\end{aligned}$$

4.3 Diseño del circuito

Utilizando la configuración de un circuito integrador sumador como el mostrado en Fig. 4 se pudo obtener un circuito electrónico análogo al

modelo Hindmarsh-Rose el cual es mostrado en Fig. 5.

$$V_0 = -\frac{1}{C} \int \left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} \right) dt$$

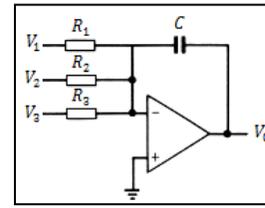


Fig. 4. Circuito integrador-sumador

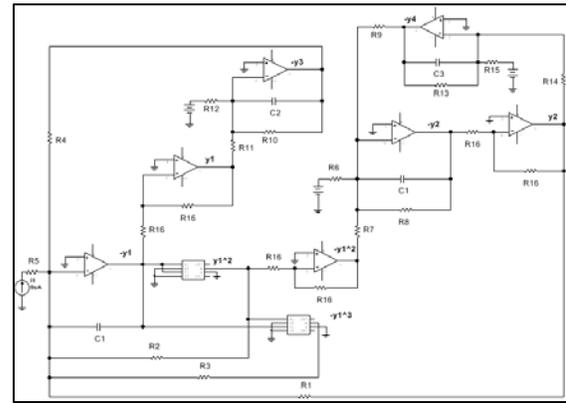


Figura 5. Circuito propuesto para representar el comportamiento del modelo Hindmarsh-Rose.

Como puede verse un nuevo factor de escala temporal es introducido por la constante de integración $1/C$, el cual debe ser tomado en cuenta. Este nuevo factor controla el tiempo de cálculo requerido para resolver el sistema de ecuaciones. Las ecuaciones del circuito son

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= \frac{1}{CR_b} [\sigma_1 y_2 + \sigma_2 y_1^2 - \sigma_3 y_1^3 - \sigma_4 y_3 + \alpha_5 I] \\ \dot{y}_2 &= \frac{1}{CR_b} [\sigma_6 - \sigma_7 y_1^2 - \sigma_8 y_2 - \sigma_9 y_4] \\ \dot{y}_3 &= \frac{1}{CR_b} [-\sigma_{10} y_3 + \sigma_{11} y_1 + \sigma_{12}] \\ \dot{y}_4 &= \frac{1}{CR_b} [-\sigma_{13} y_4 + \sigma_{14} y_2 + \sigma_{15}]\end{aligned}$$

Para calcular el valor de las resistencias del circuito se dio un valor de $C = 22$ nF y $R_b = 100 \Omega$, $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 130 \Omega$, $R_3 = 159 \Omega$, $R_4 = 738 \Omega$, $R_5 = 234 \Omega$, $R_6 = 2.01 \Omega$, $R_7 = 675 \Omega$, $R_8 = 955 \Omega$, $R_9 = 40.22$ k Ω , $R_{10} = 455$ k Ω , $R_{11} = 149.8$ k Ω , $R_{12} = 22.87$ k Ω , $R_{13} = 1.1$ M Ω , $R_{14} = 302.4$ k Ω , $R_{15} = 397.4$ k Ω

Sin embargo, podemos observar que los valores de las resistencias van desde los decaohmios hasta los megaohmios lo cual afectara el funcionamiento de nuestro circuito. Para evitar errores en el circuito se modifico el valor de la resistencia base R_b y el capacitor C para cada una de las variables del sistema sin modificar el tiempo de cálculo. Esto con el fin de llevar el conjunto de resistencias al rango de los kiloohmios. A continuación se muestra el valor de R_b y C para cada variable junto con nuevo valor de las resistencias

Para \dot{y}_1 y \dot{y}_2 , $C_1 = 2.2 \text{ nF}$ y $R_{b1} = 1 \text{ k}\Omega$;

$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1.3 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 1.59 \Omega$, $R_4 = 7.38 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 2.34 \text{ k}\Omega$, $R_6 = 20.13 \text{ k}\Omega$, $R_7 = 6.75 \text{ k}\Omega$, $R_8 = 9.55 \text{ k}\Omega$, $R_9 = 402.2 \text{ k}\Omega$.

Para \dot{y}_3 , $C_2 = 22 \text{ nF}$ y $R_{b2} = 100 \Omega$; $R_{10} = 455 \text{ k}\Omega$; $R_{11} = 149.8 \text{ k}\Omega$, $R_{12} = 22.87 \text{ k}\Omega$

Para \dot{y}_4 , $C_3 = 220 \text{ nF}$ y $R_{b3} = 10 \Omega$, $R_{13} = 110.9 \text{ k}\Omega$, $R_{14} = 30.24 \text{ k}\Omega$, $R_{15} = 39.74 \text{ k}\Omega$.

En la simulación y construcción del circuito electrónico se empleo el multiplicador analogo de bajo costo, AD633AN y el amplificador operacional TL081ACD.

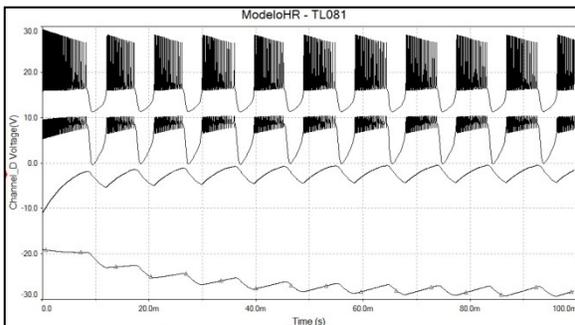


Fig. 6. Simulación del circuito propuesto, con $I = 1.281 \text{ mA}$.

5. Resultados

A continuación se muestra el comportamiento del circuito electrónico al tener por entrada distintos valores de corriente.

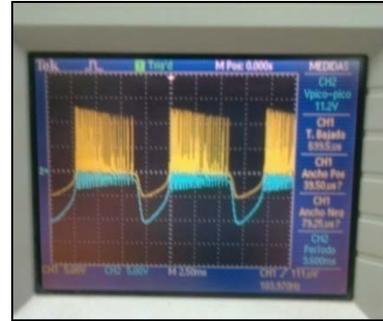


Figura 7. Potencial de membrana (amarillo) y variable de recuperación (cian), con $I = 1.1 \text{ mA}$.

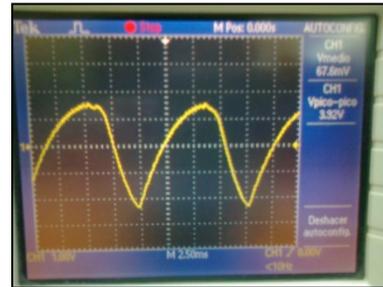


Figura 8. Variable de adaptación (representa la corriente lenta)

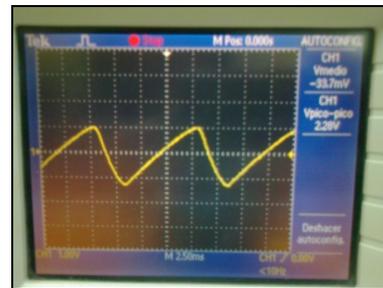


Figura 9. Variable de adaptación (representa una corriente aun más lenta)

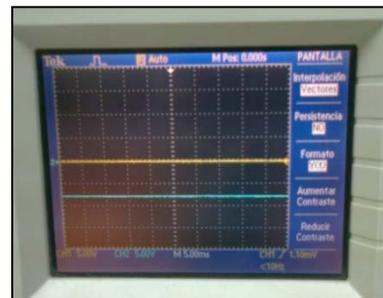


Figura 10. Potencial de membrana (amarillo) y variable de recuperación (cian), con $I = 0 \text{ mA}$.

