

Aplicación de una herramienta de ingeniería asistida por computadora para el análisis de vigas sometidas a flexión

Espino Román Piero, Núñez Nalda José Víctor, Sapiens Pérez Alberth Josué
pespino@upsin.edu.mx, jnunez@upsin.edu.mx, jsapiens@upsin.edu.mx

Universidad Politécnica de Sinaloa
Carretera a Higuera Km. 3 CP 82150
Mazatlán, Sinaloa; México. Teléfono: (669) 180-0696

Resumen

En el presente trabajo se muestra una metodología para determinar los esfuerzos que actúan en una viga sometida a flexión mediante el uso del teorema de Castigliano incluyendo un análisis el método del elemento finito como herramienta de análisis y cálculo. La evaluación de la viga sometida a flexión se realizó mediante el análisis de esfuerzos y deformaciones utilizando el programa comercial Autodesk Simulation Multiphysics 2012, la validación se llevó a cabo mediante ensayos mecánicos. Los resultados obtenidos muestran efectividad en el uso del método del elemento finito como herramienta que puede ser incorporada en los procesos de diseño y fabricación.

Palabras clave: Elemento Finito, Vigas, Ingeniería Asistida por computadoras.

1. Introducción

La ingeniería es una actividad altamente compleja. Por lo que es necesario el desarrollo de herramientas basadas en computadoras, lo que provee oportunidades para los ingenieros en la solución de problemas. Es por ello la necesidad de la utilización Software de computación que facilitar la solución de problemas complejos de ingeniería tal es el caso de la Ingeniería Asistida por Computadora (CAE), este sistema engloba un conjunto de herramientas informáticas que permiten analizar y simular el comportamiento del producto diseñado. Las aplicaciones van desde el análisis por deformación y esfuerzos en automóviles, edificios y estructuras hasta el análisis de los campos de flujo de calor, de fluidos, magnéticos, de filtraciones en medios porosos, sometidas a acciones de estática o dinámica (impacto, vibraciones).

CAE, basa su análisis en el método por elementos finitos la cual es una de técnicas numéricas, muy apropiada para su implementación en computadoras (dada su facilidad para el manejo de algoritmos numéricos, rapidez en los cálculos). Con la ayuda de este método es posible analizar el esfuerzo de una manera exacta y rápida de un componente así como posteriormente realizar su optimización. En este método de análisis, una región compleja que define un continuo se discretiza en formas geométricas simples llamadas elementos finitos. Las propiedades del material y las relaciones gobernantes, son consideradas sobre esos elementos y expresadas en términos de valores desconocidos en los bordes del elemento [1]. El método del elemento finito convierte las condiciones de equilibrio en un conjunto de ecuaciones algebraicas en función de los desplazamientos nodales. Después de obtener la solución de las ecuaciones se pueden hallar las deformaciones y los esfuerzos en los elementos.

La secuencia de pasos de acuerdo a Moaveni [2] para la solución de un problema por medio del elemento finito, es *preprocesamiento*, en esta fase se especifica la geometría, se define el tipo de elemento y propiedades, discretizar los elementos, se aplican las condiciones de frontera y las cargas externas, en la segunda fase de *solución* se resuelven las ecuaciones algebraicas simultáneas lineales o no lineales, para obtener los resultados de esfuerzos, deformaciones y desplazamientos y por último la fase de *postprocesamiento* se lleva a cabo la interpretación de los resultados, este paso es crítico para lograr la aplicación de los resultados en la solución de los problemas reales, o para identificar los posibles errores cometidos durante la etapa de modelado. Existen en el mercado una gran variedad de software que manejan la Ingeniería Asistida por Computadora (CAE) en la diferentes áreas del diseño, destacando los siguientes Algor, Autodesk Simulation

Multiphysics, Nastran, Abaqus, Ansys, SolidWorks, Catia.

La presente investigación lleva a cabo el análisis de vigas sometidas a flexión de forma experimental este tipo de elemento es muy utilizado en muchas de las aplicaciones de ingeniería, tal es el caso en la construcción de edificios, puentes, automóviles, torres y la industria aeroespacial. Se analiza de forma experimental por medio del teorema de Castigliano para posteriormente realizar una comparación del análisis por software de Ingeniería Asistida por Computadora para la validación de los resultados obtenidos y así establecer una comparación entre los métodos aplicados. Se presentan al final los resultados obtenidos y las conclusiones.

2. CASO DE ESTUDIO

Una viga es un elemento constructivo que trabaja a flexión, cuyo esfuerzo genera tensiones de tracción y compresión. Beer [3] lo describe como un elemento estructural que está diseñado para soportar cargas que están aplicadas en varios puntos a lo largo del mismo. Usualmente son elementos prismáticos rectos y largos. El problema de la flexión de vigas probablemente ocurre con más frecuencia que cualquier otro problema de carga en el diseño mecánico. Los ejes fijos y los rotatorios, las manivelas, las palancas, las ménsulas y las ruedas, así como muchos otros elementos, a menudo se deben considerar como vigas para el diseño y análisis de estructuras y sistemas mecánicos [4].

La teoría clásica de vigas, empleada habitualmente en los problemas de ingeniería parte de las hipótesis de Euler-Bernoulli o Timoshenko-Reissner, que asumen como hipótesis cinemática fundamental el mantenimiento de las secciones planas luego de la deformación. [5]

Petrov [6] señala que los desplazamientos y deformaciones de un sólido tridimensional prismático se pueden obtener a partir del principio de Saint Venant, mediante elementos finitos. En general, los problemas de vigas sometidas a esfuerzos axiales, de corte, de flexión y torsión, el campo completo de desplazamientos y deformaciones de un sólido tridimensional prismático se puede obtener a partir de la teoría de la elasticidad, como la combinación del principio de Saint Venant [7].

Existen muchas técnicas que se emplean para resolver el problema de integración de la deflexión en vigas: [4]

- Superposición
- Método de área-momento
- Funciones de singularidad
- Integración numérica

Para realizar el análisis de la viga sometida a flexión, se dispuso de un mecanismo basado en una viga empotrada en uno de sus extremos como se indica en la Figura 1, una fuerza de reacción es producido por el movimiento vertical de la máquina fresa copiadora.

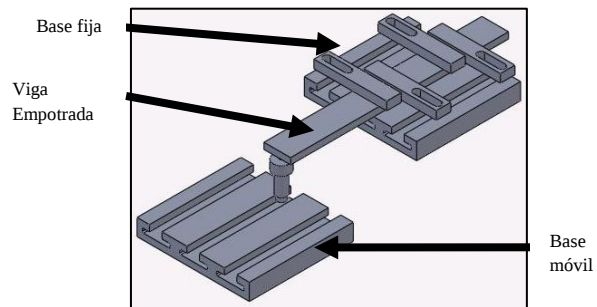


Figura 1. Esquema experimental de la viga empotrada, (Vista isométrica)

Con el fin de conocer la fuerza producida sobre la viga, se construye un sensor de fuerza que basa su funcionamiento en extensometría eléctrica para poder actuar como traductor de fuerza. El sensor de fuerza es acondicionado con un puente de Wheatstone completo de cuatro extensómetros marca Measurements Group. La deformación provocada por esta fuerza hace que la resistencia del puente cambie proporcionalmente a la deformación inducida por la carga, y si la carga se mantiene en el rango elástico del extensómetro, el cambio de la resistencia también será proporcional a la carga [8]. Por medio de un analizador dinámico de espectros marca Hewlett Packard modelo 3566A, se procesan las señales eléctricas en forma digital y, son registradas en una computadora Hewlett Packard 486/66, la señales de fuerza en el tiempo. En la Figura 2, se muestra el procedimiento realizado para llevar a cabo la prueba experimental.

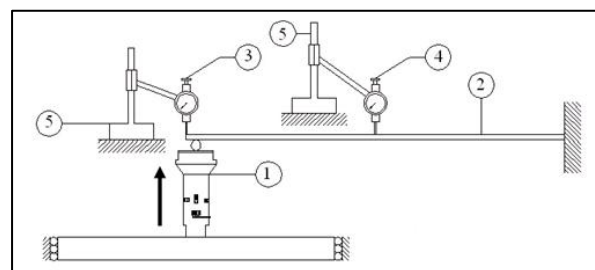


Figura 2. Procedimiento de la prueba experimental

A continuación se presenta el procedimiento de la prueba experimental

- Se fija el sensor de fuerza (1), a la mesa deslizante de la fresa copiadora, como se muestra en la Figura 2. La mesa deslizante solamente se desplaza en dirección vertical.
- Se fija la viga en empotramiento (2) a la mesa deslizante de la fresa copiadora, manteniendo fija esta mesa.
- Se fijan las bases magnéticas (5) sobre la mesa fija de la fresa copiadora. En los extremos libre de la extensión de la base magnética se fijan los indicadores de carátula. Un indicador de carátula es colocado en la parte final de la viga (3) y el otro indicador en la mitad de la viga (4).
- Se ajustan las carátulas del indicador a cero.
- Se empieza a mover la placa deslizante de la fresa copiadora y se van registrado los desplazamientos obtenidos en el indicador de carátula.

La viga consistió en un espécimen de solera de acero 1045 de 15.9mm de espesor, 76.2mm de ancho y una longitud de 200mm. Las propiedades del acero 1045 se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Propiedades del acero 1045	
Propiedades	
Módulo de elasticidad	207 GPa
Resistencia a la tensión	570 MPa
Resistencia de fluencia	310 MPa
Dureza Brinell	163

Fuente: Apéndice A, tabla A-20 [4].

El teorema de Castigliano expresa que cuando actúan fuerzas sobre sistemas elásticos sujetos a pequeños desplazamientos, el desplazamiento corresponde a una de ellas, colineal con la fuerza, es igual a la derivada parcial de la energía de deformación total con respecto a esa fuerza. El teorema de Castigliano se expresa en forma matemática como. [4]

$$\delta_i = \frac{\partial U}{\partial F_i} \quad (1)$$

Donde δ_i es el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza F_i , en la dirección de esta, U se refiere a la energía de deformación. Para el caso de una viga en voladizo la deflexión puede ser determinada por la ecuación:

$$y_{max} = \frac{Fl^3}{3EI} \quad (2)$$

Dónde:

I = Momento de inercia = $1.7859 \times 10^{-8} \text{ m}^4$

l = Longitud de la viga = 0.20 m

y_{max} = Deflexión máxima (m)

E = Modulo de elasticidad = 207 GPa

F = Fuerza (N)

Despejando la fuerza F , de la ecuación 2, del teorema de Castigliano queda de la siguiente forma:

$$F = \frac{3EIy_{max}}{l^3} \quad (3)$$

Es necesario determinar los esfuerzos que ocurren en la viga para ello se considera el análisis de los esfuerzos normales para vigas en flexión pura; esto significa que la fuerza cortante es nula y que no hay cargas de torsión o axiales presentes y que el material es isotrópico y homogéneo. La ecuación que representa el esfuerzo normal máximo en la viga causado por un momento flexionante se muestra a continuación:

$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I} \quad (4)$$

Donde c es la distancia al eje neutro de la sección y M como el momento flexionante. En la Figura 3, se muestra la distribución de esfuerzos dada la ecuación (4).

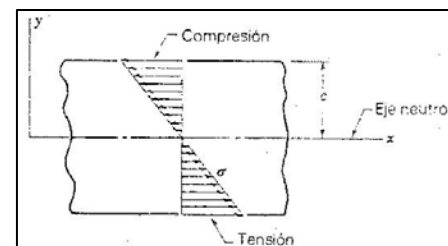


Figura 3. Esfuerzos en flexión de acuerdo con la ecuación (4)

3. MODELADO POR EL METODO DEL ELEMENTO FINITO

El objetivo de un análisis por elemento finito es determinar con exactitud la respuesta de un sistema modelado con elemento finito y sometido a una carga dada. El método del elemento finito consiste en convierte las condiciones de equilibrio en un conjunto de ecuaciones algebraicas en función de los desplazamientos nodales. Después de obtener la solución de las ecuaciones se pueden hallar las deformaciones y los esfuerzos en los elementos. El método del elemento finito es una de las técnicas

numéricas, muy apropiada para su implementación en computadoras (dada su facilidad para el manejo de algoritmos numéricos, rapidez en los cálculos). Con los avances tecnológicos que se han logrado en el área de la computación y sobre todo en los sistemas de diseño asistido por computadora, ahora es relativamente más fácil la modelación de prototipos, con geometrías y superficies complicadas e irregulares, aplicaciones de cargas en forma específica para el estudio de esfuerzos. Como se ha mencionado anteriormente, el método el elemento finito se basa en la discretización de cuerpos para un mejor análisis y estudio, como se muestra en la Figura 4, la viga en estudio que es un placa rectangular, que está dividida 2197 elementos y un total de 2744 nodos, en el extremo de la viga se aplica restricción total y en el nodo 1177 se lleva a cabo la aplicación de la fuerza cuyas coordenadas son (38.1, 0, 0)

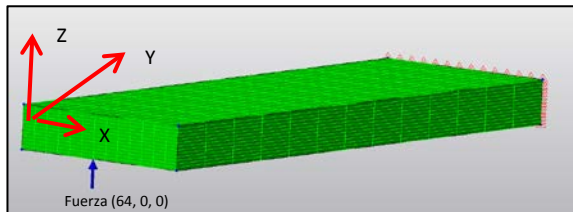


Figura 4. Modelo discreto de la viga

En el software que se utilizan en el manejo de aplicación del método del elemento finito se debe de adoptar por algún tipo de elemento. Es por ello que se describe a continuación los tipos de elementos utilizados en el método del elemento finito, entre los más comúnmente usados están los elementos tipo barra, viga, axisimétricos, membranas, placas, cascaron, sólidos o ladrillos y elementos de contacto o gap. Dichos tipos, son usados dependiendo del objeto que será modelado y el tipo de análisis que se desee realizar. Los elementos utilizados en el modelado de la viga es el elementos tipo ladrillo (brick). En la Figura 5, se muestra un elemento tipo ladrillo el cual tiene ocho nodos, estos elementos sólidos son elementos tridimensionales con tres grados de libertad de translación por cada nodo.

De acuerdo con el procediendo de la secuencia de pasos propuesta por Moaveni [2], se lleva a cabo el modelo discreto de la viga. Un modelo discreto representa al modelo físico real, con un arreglo de parámetros concentrados. Así, es como los elementos de este modelo se constituyen de elementos tipo ladrillo.

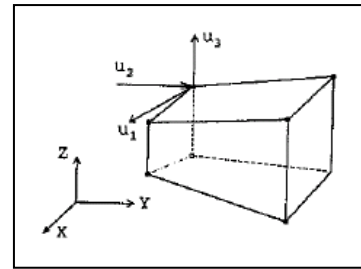


Figura 5. Elemento tipo ladrillo y sus grados de libertad en los nodos [6]

A continuación se describe el procedimiento para el modelado por elemento finito:

- 1- Se define el tipo de análisis que se va a realiza para la simulación del modelo, en este caso se selecciona, Static Stress With Linear Material Models
- 2- Se realiza el modelo geométrico, es decir la creación del modelo matemático de la viga.
- 3- Subdividir la geometría del modelo en elementos discretos, generando el mallado de la viga.
- 4- Asignar el sistema de unidades, se trabaja con el Sistema Internacional (SI).
- 5- Se define el tipo de elemento como elemento tipo ladrillo (brick).
- 6- Asignar las propiedades del material, este caso se selecciona AISI 1045 Steel y se define el tipo de elemento.
- 7- Se aplican condiciones de frontera de restricción total, en el extremo de la viga para simular el empotramiento.
- 8- Se aplica la fuerza en el Nodo # 1177, para simular el desplazamiento causado por la fuerza. {Coordenadas (38.1, 0, 0)}
- 9- Realizar el análisis de los resultados (esfuerzos, deformaciones, etc.) a partir de los análisis estáticos.
- 10- Llevar a cabo la corroboración de los resultados con los criterios de diseño.

4. ANALISIS DE RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados de la simulación numérica por elemento finito de la viga sometida a flexión. Para las diferentes condiciones de desplazamiento, los esfuerzos producidos en la viga se analizan mediante los esfuerzos equivalentes de Von Mises del modelo. La simulación numérica se llevó a cabo utilizando el paquete comercial de elemento finito Autodesk Simulation Multiphysics. En la Figura 6, se muestra la simulación del modelo de la viga por elemento finito.

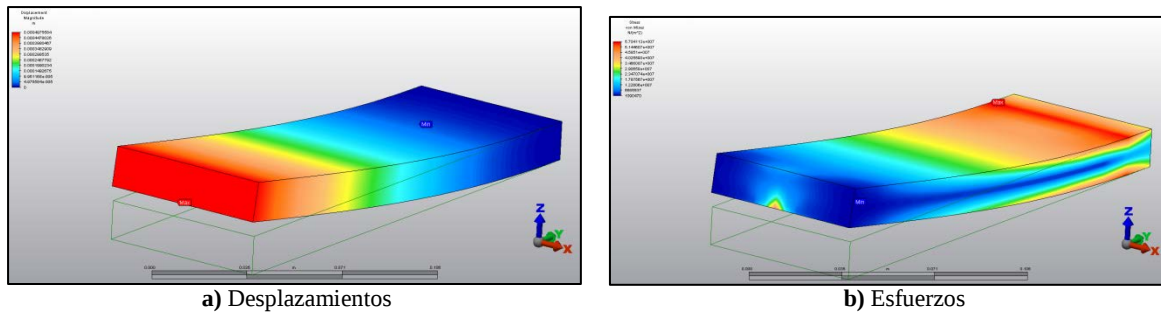


Figura 6. Simulación del modelado de la viga por elemento finito.

A continuación se presenta la comparación de los resultados obtenidos con el análisis experimental y la simulación numérica por elemento finito de la pruebas de la viga sometida a flexión. En la tabla 2, se muestra los resultados experimentales y por elemento finito.

Tabla 2. Resultados obtenidos experimental y por elemento finito

RESULTADOS EXPERIMENTALES				RESULTADOS POR ELEMENTO FINITO		DIFERENCIA (%)	
Indicador de carátula (m)	Fuerza teórica (N)	Momentos $M=F*D$ (N.m)	Esfuerzos (N/m ²)	Desplazamientos (m)	Esfuerzos (N/m ²)	Desplazamientos (m)	Esfuerzos (N/m ²)
5.08E-04	704	1.41E+02	5.91E+07	4.97E-04	5.70E+07	2.16	3.55
1.27E-03	1760	3.52E+02	1.48E+08	1.24E-03	1.42E+08	2.36	4.05
2.54E-03	3520	7.04E+02	2.96E+08	2.48E-03	2.85E+08	2.36	3.71
3.81E-03	5280	1.06E+03	4.43E+08	3.73E-03	4.27E+08	2.09	3.61
5.08E-03	7040	1.41E+03	5.91E+08	4.97E-03	5.70E+08	2.16	3.55
6.35E-03	8800	1.76E+03	7.39E+08	6.21E-03	7.13E+08	2.20	3.51
7.62E-03	10600	2.12E+03	8.90E+08	7.49E-03	8.58E+08	1.70	3.59
8.89E-03	12300	2.46E+03	1.03E+09	8.68E-03	9.96E+08	2.36	3.30
1.01E-02	14000	2.80E+03	1.18E+09	9.89E-03	1.13E+09	2.07	4.23
1.10E-02	15200	3.04E+03	1.28E+09	1.07E-02	1.23E+09	2.72	3.90

5. CONCLUSIONES

Basándose en los resultados obtenidos en la simulación numérica se concluye que: los resultados por medio de elemento finito permite obtener información del comportamiento de la viga, bajo condiciones de flexión. Una de las principales limitaciones del método del elemento finito radica en la precisión de los resultados ya que depende de la densidad de elementos utilizados. Cualquier región con alta concentración de esfuerzos debe ser cuidadosamente analizado mediante un mallado suficientemente fino para obtener resultados confiables. Se diseñó y construyó el banco de pruebas para el análisis de vigas sometidas a flexión para determinar las fuerzas mediante el Teorema de Castigliano donde se comprobó que cuando las fuerzas actúan sobre sistemas elásticos, el desplazamiento correspondiente a cualquier fuerza,

puede encontrarse obteniendo la derivada parcial de la energía de deformación respecto a esta fuerza.

La comparación de los datos obtenidos del análisis por elemento finito con los resultados experimentales, se muestra que los porcentajes de desviación porcentual son relativamente pequeños, lo que indica una buena consistencia entre los dos métodos utilizados.

El análisis por elemento finito ha demostrado ser muy versátil ya que permite modelar diseños y conocer los criterios de falla de la viga, el uso de este método simplifica el trabajo que resulta de analizar, mediante pruebas destructivas en un prototipo, las condiciones a las que estará expuesta la viga. Esto da como resultado el ahorro del tiempo y dinero dedicados a construir prototipos, para sustituirlos por modelos computacionales cuyos resultados son de gran exactitud para condiciones finales de trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Chandrupatla T., Belegundu. “*Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería*” Prentice hall, segunda edición, pp.1-2, 1999.
- [2] Moaveni S., “*Finite element analysis theory and application with ANSYS*” Minnesota State University, Mankato Chapter 1 pp. 6-7, 1999.
- [3] Beer J, “*Mecánica vectorial para ingenieros, Dinámica*” Quinta edición capítulo 13, pp.640-647, 1995.
- [4] Shigley C. Mischke, “*Diseño en Ingeniería Mecánica*” 4ª ed. Mc Graw HILL. Capítulo 2, pp. 79-82, 1990.
- [5] Verri A, “Un modelo numérico simple para el análisis no-lineal De vigas prismáticas de laminados compuestos”. Recuperado en: <http://www.srk.com/files/File/Verri,%20Alejandro%20-%20Un%20modelo%20simple%20para%20el%20an%C3%A1lisis%20no-lineal%20de%20vigas%20prism%C3%A1ticas%20de%20laminados%20compuestos.pdf>. Año 2007.
- [6] Petrov, E. and Geradin, “*M. Finite element theory for curved and twisted beams based on exact solutions for three-dimensional solids*”. Part I: Beam Concept and geometrically exact nonlinear formulation. Comput. Methods Appl. Mech. Eng. Vol. 165 43-92, 1998.
- [7] Lip H. “Spatial Rotation Kinematics and Flexural-Torsional buckling.” Dept. of Civil Engineering. University of Sydney, 2006.
- [8] Helfgott A., “*Ensayo de los materiales*” ed. Kapelusz pp. 183-184, 349, 1979.
- [9] Spyraeos, C, “*Finite Element Modeling in Engineering Practice, Includes Examples with Algor*”, Algor Publishing Division, Pittsburg, PA. U.S.A., pp. 1-20, 1995.