

Control PID de una celda termoeléctrica: Un ajuste por medio de algoritmos genéticos

García Mejía Juan Fernando, García Mejía José Antonio, Allan Antonio Flores Fuentes

Centro Universitario UAEM Atlacomulco Carretera Toluca-Atlacomulco km 60
Atlacomulco Estado de México, CP 50450

Resumen

Una celda termoeléctrica es un dispositivo semiconductor usado en la refrigeración, dado que es un intercambiador de temperatura eléctrico, la mejora a su desempeño suele hacerse por medio de un dispositivo denominado controlador proporcional, integral derivativo, cuyo cálculo se realiza por medio de un método denominado criterio de Nichols. En este artículo se propone una alternativa de cálculo, basada en un algoritmo genético con codificación real, el cual mejora el error cuadrático medio y el tiempo de establecimiento del dispositivo termoeléctrico. Cabe destacar que la mayor parte de los algoritmos genéticos empleados en la optimización de controladores de acuerdo a la literatura especializada se implementan por medio de codificaciones binarios, con costos computacionales altos. La propuesta presenta se simula en Scilab.

Palabras clave: Algoritmo genético, celda termoeléctrica, PID,

1. Introducción

En esta sección se describen los conceptos que son utilizados en el presente trabajo, primero se define optimización, posteriormente se describe el algoritmo genético simple, por último se presenta la información sobre el comportamiento matemático de una celda termoeléctrica.

1.1 Definición de optimización

La optimización es una de las áreas de la ingeniería, es un conjunto de ideas que encuentran el mejor resultado bajo ciertas consideraciones denominadas restricciones [1]. Un caso particular de esta es la optimización numérica la cual es un proceso donde el óptimo global (valor máximo o mínimo) de una función objetivo es buscado mediante la elección

de una combinación de variables, esto se puede expresar en (1). [2]

$$\min(\max) f(x), x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n \quad (1)$$

Las restricciones en un problema se suelen expresar como

$$g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad h_j(x) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, r$$

Donde $f(x)$, $g_j(x)$ y $h_j(x)$ son funciones escalares del vector x . Los componentes de $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ son denominados variables, $f(x)$ es la función objetivo, $g_j(x)$ y $h_j(x)$ son funciones que describen las condiciones de iniquidad e igualdad respectivamente. El vector óptimo x que resuelve la expresión (1) se denota por x^* con el correspondiente valor de optimización $f(x^*)$. Las posibles formas de resolver el problema general descrito en (1) son las siguientes [3]:

- i. analíticamente
- ii. emulándolo y midiendo físicamente las variables de interés
- iii. resolviéndolo mediante técnicas computacionales, como los algoritmos evolutivos

Los algoritmos evolutivos (EA, por sus siglas en inglés) son series de pasos definidos con aplicación en la optimización o de aprendizaje con la capacidad de evolucionar. Estos tienen tres características principales [4]:

- i. Basado en la población. Un EA mantiene un conjunto de soluciones, llamada población.
- ii. Fitness-orientada. Todas las soluciones de una población se llama individuo, tiene una representación llamada código y la

evaluación de desempeño se denomina aptitud (o fitness).

- iii. Variación de motor. Los individuos de una población que se someten a una serie de operaciones con la finalidad introducir variaciones en su código.

1.2 Dinámica de una celda termoeléctrica

Una celda termoeléctrica (TEC, por sus siglas en inglés) es un dispositivo semiconductor que tiene la capacidad de generar calor ó frío en función de la magnitud y polaridad, de una corriente eléctrica de alimentación. Las aplicaciones de los TEC se encuentran en micro refrigeración, refrigeradores móviles, presentan ventajas como su tamaño reducido, así como largo tiempo de vida útil, amigable con el ambiente [5] Una celda termoeléctrica de manera típica está caracterizada por la función de transferencia descrita en (2) [6]

$$\tilde{T}_L(s) = G_1(s)\tilde{I}(s) + G_Q(s)\tilde{Q}_L(s) + G_a(s)\tilde{T}_a(s) \quad (2)$$

Donde

$\tilde{T}_L(s)$ representa la temperatura de la cara de enfriamiento

$\tilde{I}(s)$ es la corriente de entrada

$\tilde{T}_a(s)$ es la temperatura ambiente

Además

$$G_I(s) = \frac{N(s)}{sD(s)} \quad G_a(s) = \frac{AA_F h k q}{D(s)}$$

$$G_Q(s) = \frac{E_H \sinh(qL) + Akq \cosh(qL)}{D(s)}$$

Donde

$$N(s) = \{Akq[\alpha_L \tilde{T}_L \cosh(qL) - \alpha_H \tilde{T}_H] + \alpha_L \tilde{T}_L E_H \sinh(qL)\}s + \frac{Akq\beta}{C\gamma} [E_H(1 - \cosh(pL)) - Akpsinh(pL)]$$

y

$$D(s) = AkqE_L \cosh(qL) + E_H E_L \sinh(qL) + AkqE_H \cosh(pL) + A^2 k^2 p q s \sinh(pL)$$

El modelo matemático se reduce a la expresión mostrada en (3) dado que se considera a la temperatura ambiente como constante. Al aplicar constantes especificadas en [6], se obtiene (4), cuya respuesta a una entrada de 1.55 amper se muestra en

la figura 1, se puede observar que el tiempo de establecimiento, es decir donde no se presentan cambios en el eje del tiempo t es alrededor de 325 segundos, en un valor de -9.9°C en el eje y , que representa la temperatura de enfriamiento de la TEC, con una corriente de entrada de 1.55 Amper

$$\tilde{T}_L(s) = G_I(s)\tilde{I}(s) \quad (3)$$

$$G(s) = -6.4061 \left(\frac{0.064s + 0.00854}{s^2 + 0.5964s + 0.00855} \right) \quad (4)$$

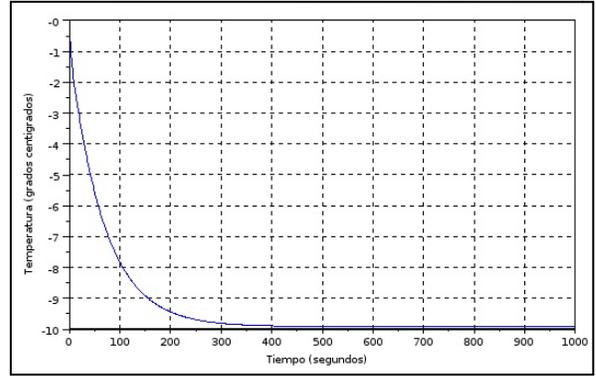


Fig. 1 Respuesta de la celda termoeléctrica a lazo abierto

1.3 Dinámica de una celda termoeléctrica

El desempeño de la TEC mostrado en la figura 1 puede mejorarse mediante el uso de técnicas que se encuentran enmarcadas dentro de la ingeniería de control, la cual se encarga del estudio de esquemas que manipulen las respuestas de fenómenos físicos mediante actuadores. Uno de los esquemas más usados en la ingeniería de control se denomina controlador Proporcional, Integral, Derivativo (PID) cuya expresión matemática se muestra en la ecuación 5. La expresión matemática del TEC controlado por medio de un PID se muestra en la ecuación 6, donde $R(s)$ es la referencia de temperatura que se desea obtener

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_p + k_i + k_d s^2}{s} \quad (5)$$

$$\frac{\tilde{T}_L(s)}{R(s)} = \frac{G_I(s)C(s)}{1 + G_I(s)C(s)} \quad (6)$$

La forma más común de calcular los valores k_p, k_i, k_d es por medio del ajuste de Ziegler-Nichols. Una alternativa de lo anterior es mediante un algoritmo genético, transformando un problema de

control en uno de optimización, tal como se muestra en la sección 1.1

2. Aspectos básicos de los algoritmos genéticos

Uno de los primeros algoritmos evolutivos, empleados en la optimización numérica fue el algoritmo genético simple (GA, por sus siglas en inglés), desarrollado por John Holland en la década de los 60 en la Universidad de Michigan [7]. Un algoritmo genético simula algunos aspectos propios de la teoría de la evolución de las especies de Darwin. Los mejores individuos de una determinada población tienen mayores posibilidades de supervivencia y reproducción; las cuales disminuyen o son nulas para los débiles.

Los pasos que caracterizan a un algoritmo genético simple son los siguientes [8] [9]:

- i. Definir una función de aptitud o función objetivo f_{obj}
- ii. Generar una serie de posibles soluciones de manera aleatoria (población)
- iii. Codificar la población
- iv. Evaluar f_{obj} con la población, iniciando así la i esima generación
- v. Seleccionar soluciones que se reproducirán
- vi. Aplicar una operación de cruzamiento
- vii. Mutar algunos elementos resultantes del cruzamiento
- viii. Reemplazar elementos de la población de la i esima generación con los mejores elementos de vi y vii
- ix. Detener, si se cumple criterio de paro, caso contrario saltar a iv

La población como se indica en el paso ii del listado anterior está formada por posibles soluciones del problema y reciben el nombre de cromosomas que se codifican de diversas maneras, donde las unidades mínimas existentes en este se denomina gen. Algunas formas de codificación de cromosomas se enlistan a continuación

- i. codificación binaria.
- ii. codificación alfanumérica
- iii. codificación real

Otro aspecto relevante de los algoritmos genéticos son los operadores involucrados, los cuales son:

- i. selección: el cual se encarga de escoger pares de cromosomas que se cruzaran
- ii. cruzamiento: recombina las características de dos cromosomas con la finalidad de obtener una nueva solución. Este operador depende del tipo de codificación seleccionado
- iii. mutación: la cual se encarga de variar de manera aleatoria algunos elementos obtenidos del cruzamiento (menos del 5% de la población), depende, al igual que el cruzamiento de la codificación

3. Metodología

En esta sección se muestra los pasos que se realizaron para optimizar el controlador PID, aplicado a la celda termoeléctrica. Donde el objetivo perseguido es la minimización del error medio el cual se explica como la diferencia que existe entre la respuesta del TEC, por medio de la sintonización de las ganancias k_p, k_i, k_d

3.1 Función objetivo

Como se menciono en secciones anteriores, un algoritmo genético tiene una función objetivo, la cual cabe destacar únicamente puede ser maximizada. Para construir la función objetivo se parte de la ecuación 6 obteniendo (7)

$$\tilde{T}_L(s) = \frac{G_I(s)C(s)}{1 + G_I(s)C(s)}R(s) \quad (7)$$

De (7) y (5) se puede observar que la salida $\tilde{T}_L(s)$ depende de los valores k_p, k_i, k_d Con base a la definición de error se tiene

$$e(s) = R(s) - \tilde{T}_L(s) \quad (8)$$

De (8) puede derivarse una función objetivo que se muestra en (9)

$$f_{obj}(k_p, k_i, k_d) = \max \left(\frac{1}{1 + \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e(k_p, k_i, k_d)^2}} \right) \quad (9)$$

3.2 Población y codificación

La colección de sujetos propuestos como posibles soluciones son generados de manera aleatoria (40 en total) con una distribución uniforme, codificando los cromosomas con números reales, de tal forma que el formato del cromosoma tiene la siguiente forma

$$cromosoma = [k_p, k_i, k_d]^T$$

3.3 Selección

Los cromosomas que se seleccionaron para el cruzamiento en sucesivas generaciones fueron escogidos mediante una ruleta, donde los sujetos con mayor valor de afinidad, (mayor valor de $f_{obj}(k_p, k_i, k_d)$) se privilegian sobre los de menor afinidad. El operador de ruleta es el más estocástico de los métodos de selección, en relación con el torneo y el elitismo, es por eso que fue empleado en este trabajo.

3.4 Cruzamiento

El cruzamiento, como fue explicado en la sección anterior es determinado por el tipo de codificación. En este caso se emplea el operador de cruce denominado $BLX\alpha$ cuyo procedimiento se muestra en esta sección. Si se tienen dos cromosomas $C_1 = [k_p^1, k_i^1, k_d^1]$ y $C_2 = [k_p^2, k_i^2, k_d^2]$ que fueron seleccionados mediante un procedimiento de torneo, los descendientes de estos $H_k = [k_p^k, k_i^k, k_d^k]$ donde $k = 1,2$ son generados de manera aleatoria con una distribución uniforme dentro del intervalo indicado en la expresión 10, para $\alpha = [0,1]$ [10]

$$random([C_{min} - I\alpha, C_{max} + I\alpha]) \quad (10)$$

Donde

$$\begin{aligned} C_{max} &= \max\langle C_i^1, C_i^2 \rangle \\ C_{min} &= \min\langle C_i^1, C_i^2 \rangle \\ I &= C_{max} - C_{min} \end{aligned}$$

Cabe destacar que el valor seleccionado para $\alpha = 0.2$

3.5 Mutación

La mutación se mutan 2 individuos por cada generación, para esto se utiliza el operador genético de mutación por paso cuyo proceso se muestra a continuación. A partir de un cromosoma C_i' se puede obtener un cromosoma transformado o mutado C_i'' a partir de la siguiente expresión donde el tamaño de

paso de la mutación $\beta = [0,1]$ y la dirección de la misma se representa por d [11]

$$C_i'' = C_i' + \beta * d \quad (11)$$

4. Análisis de resultados

En esta sección se discuten los resultados del desarrollo que se documenta en esta propuesta, simulando la respuesta de la celda termoeléctrica a una temperatura inicial de 0 grado, en la figura 2 se muestran las soluciones k_p, k_i, k_d generadas de manera aleatoria con una distribución normal, donde el rombo representa el óptimo encontrado, la figura 3 muestra en la línea azul continua la respuesta obtenida por medio del PID ajustado con algoritmos genéticos, en línea azul punteada se muestra el ajuste de Nichols, la línea verde representa la referencia, en la figura 4 se observa que el algoritmo converge hacia la solución mostrada en la figura 2 alrededor de la generación o iteración 20. En la tabla 1 se muestra la síntesis de resultados, donde se comparan los errores cuadráticos medios y las ganancias obtenidos del ajuste propuesto con respecto al criterio de sintonización de Nichols.

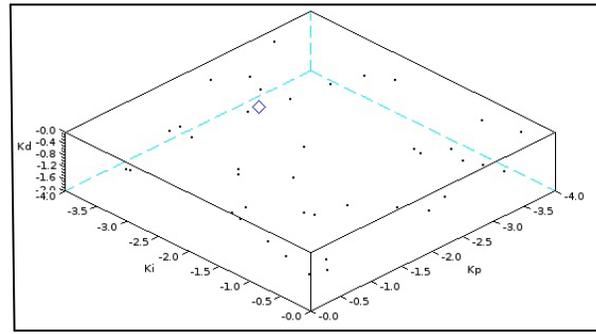


Fig. 2 Soluciones generadas y solución encontrada

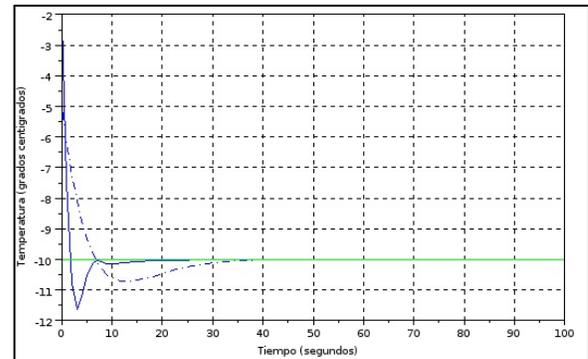


Fig. 3 Respuesta de Nichols vs Respuesta ajustada con algoritmo genético vs referencia

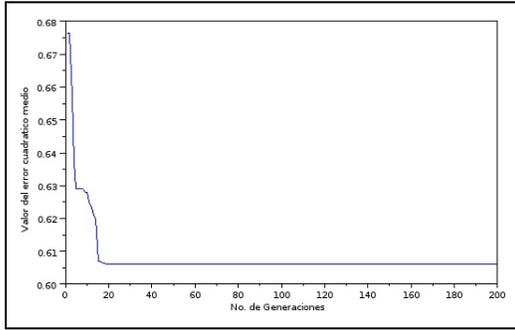


Fig. 4 Convergencia del algoritmo

Parámetro	Ajuste Genético	Ajuste de Nichols
Tiempo de Establecimiento	25	36
Ganancias k_p, k_i, k_d	2.5,3.2,1.6	2.4,0.6,2.4
Sobre impulso	11.6	10.7
Error cuadrático medio	0.605	0.675

Tabla 1 Síntesis de resultados

5. Conclusiones

Como los muestran los resultados mostrados en la tabla 1 se observa que el tiempo de establecimiento, así como el error cuadrático medio se reducen, en relación al ajuste de Nichols, este ultimo parámetro es el objetivo del algoritmo genético, se observa el sobre impulso presenta un incremento, el cual puede ser disminuido mediante el uso de restricciones o convirtiendo el algoritmo de uno simple a uno de múltiples objetivos, se observa que la convergencia del algoritmo es alta. Con esto en mente es posible afirmar que el ajuste de parámetros de un controlador PID es más efectivo mediante técnicas de optimización basada en algoritmos evolutivos en comparación con métodos analíticos como el ajuste de Nichols. Además la codificación real permite una manipulación de los datos de manera más exacta en relación a codificaciones binarias

Referencias

- [1] Chow Lee K. “*The success of information security projects: An investigation of the project management process, project cost, project risks and user acceptance 2008*”
- [2] Ponstein J.P “*Approaches To The Theory Of Optimization*” Cambridge University Press 2004
- [3] Snyman Jan A. “*Practical Mathematical Optimization: An Introduction To Basic Optimization Theory and Classical And New Gradient-Based Algorithms*”. Birkhäuser 2005.
- [4] Burger, C.. “*Propeller performance analysis and multidisciplinary optimization using a genetic algorithm.*” Auburn University. 2007
- [5] Tarter R., “*Solid-state power conversion handbook*”. United State of America: John Wiley and Sons 1993
- [6] Song Shaojing Temperature “*Control of Thermoelectric cooler Based on Adaptive NN-PID*” International Conference on Electrical and Control Engineering 2010
- [7] Yang X. S. “*Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms*” United Kingdom : Luniver Press 2011
- [8] Mitchell Melanie “*An Introduction to Genetic Algorithms*” MIT Press 1998
- [9] Mitsuo Gen, Runwei Cheng Genetic “*Algorithms and Engineering Optimization*” John Wiley & Sons, 2000
- [10] Sánchez Ana M^a “*Algoritmos Genéticos para Codificación Real con Operador de Cruce Híbrido con Múltiples Descendientes: 2BLX0.5-2FR0.5-2PNX3-2SBX0.01*” VI Congreso Español sobre Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados 2009
- [11] King Irwin “*Neural Information Processing*” Springer 2006