

Modelación y Simulación de un Robot Paralelo Plano Usando Cuaterniones y Labview

Jiménez López Eusebio¹, Vázquez Cuevas Ignacio², Reyes Ávila Luis³, Chávez Mendiola Eduardo⁴, Rivera Nieblas Jorge⁵, López Figueroa Francisco⁶, Delfín Vázquez Juan⁷
y Urbalejo Contreras Arturo⁸

¹CINNTRA UTS-IIMM-ULSA Noroeste, ejimenezl@msn.com

²Universidad Tecnológica de Nogales, ing.ignacio.javier@gmail.com

³IMT-IIMM

^{4,5}Universidad Valle de México, Campus Hermosillo

^{6,8}Centro de Investigación y Aplicación en Automatización y Mecatrónica de la Universidad Tecnológica del Sur de Sonora

⁷CETA del Instituto Tecnológico Superior de Cajeme

Resumen

La simulación computacional es una herramienta básica y necesaria para el diseño y construcción de prototipos o máquinas mecánicas. Para generar un simulador representativo de la realidad es necesario contar con herramientas matemáticas y lenguajes de programación que hagan posible imitar el comportamiento de un sistema. En este artículo se presenta la modelación y la simulación de un robot paralelo planar tipo RRR de 3 GDL. Para construir el modelo de posición del robot se usaron Cuaterniones y para simular los movimientos se utilizó el software LABVIEW. El problema cinemático inverso del robot tiene asociado un sistema de 12 ecuaciones no lineales y 12 incógnitas del tipo polinomial. Para solucionar dicho sistema se usó el método del Newton-Rapshon.

Palabras clave: Simulador, Cuaterniones, Robot paralelo, LABVIEW.

1 Introducción

La Mecatrónica es una Ingeniería que integra tres campos principales del conocimiento: la Mecánica, la Computación y la Electrónica [1]. Interesada en el desarrollo de productos competitivos y de alto valor agregado, la Mecatrónica utiliza todos los recursos disponibles para lograr objetivos tecnológicos. La simulación

computacional es una herramienta que se utiliza para imitar el comportamiento de un sistema [2] y es un recurso tecnológico que usa la Mecatrónica para el diseño de productos. Para lograr generar productos de alto valor agregado, es necesario utilizar toda una metodología de diseño, y para el caso de productos y sistemas mecánicos, la metodología debe integrar la simulación computacional.

Por otro lado, para que un simulador sea representativo de la realidad, es necesario interrelacionar las Ciencias Físicas con las Matemáticas. La Física proporciona las leyes y las teorías por medio de las cuales se interpreta un fenómeno y las Matemáticas permiten diseñar un modelo que representa parte del fenómeno. Posteriormente, una vez construido el modelo, se usa la computación para generar un simulador que permita, por un lado, probar la eficiencia del modelo y obtener datos ingenieriles y, por otro lado, probar diferentes casos o eventos del fenómeno en un ambiente computacional. Para el caso de la Mecatrónica, la simulación computacional puede usarse en cada subsistema que compone un producto. Por ejemplo, para imitar los movimientos de un robot, o bien para simular la funcionalidad de un subsistema electrónico.

La Mecatrónica, de acuerdo con [3], utiliza a la Robótica para lograr objetivos didácticos, esto es, para la enseñanza y el aprendizaje de la integración de los campos primarios y secundarios relacionados con la Ingeniería Mecatrónica. Un robot es, por lo tanto, un auténtico sistema

mecatrónico, pues requiere de un diseño mecánico, un sistema electrónico y un sistema computacional. Por otro lado, durante el proceso del diseño de un robot, se requiere usar la simulación computacional, en particular para imitar los movimientos de sus eslabones. La simulación requiere de un modelo matemático y de una plataforma de programación. Para el caso del modelo matemático, se requiere aplicar diversas herramientas matemáticas, como es el caso de matrices homogéneas, números complejos, o bien álgebra hipercompleja, que incluye los Cuaterniones [4] y para el caso de las plataformas computacionales, existe una diversidad de ellas. Por ejemplo, paquetes de cálculo simbólico como Mathematica o MATLAB [5], o bien paquetes de programación gráfica como LABVIEW. Algunos paquetes computacionales ya integran bibliotecas importantes, como métodos de solución de ecuaciones no lineales.

Por otro lado, la Robótica tiene un área especial de análisis, esto es, la Robótica Paralela. Los robots paralelos, por sus ventajas con los robots antropomorfos, tiene diversos usos especiales, por ejemplo se aplican en simuladores de vuelo, operaciones médicas o en procesos industriales. Una definición formal de robot paralelo es la siguiente [6]:

“Un robot paralelo es un mecanismo de cadena cerrada constituido por un órgano terminal de “n” grados de libertad y una base fija unidos entre sí por cadenas cinemáticas independientes. Cada cadena consta a lo mucho de dos segmentos articulados. La conexión entre los dos segmentos debe ser por una junta de un grado de libertad. El movimiento del mecanismo es efectuado por “n” actuadores simples, uno por cada cadena”.

Por otro lado, un manipulador serial posee gran flexibilidad para realizar diversas tareas, así como un área de trabajo mayor que los robots paralelos. Sin embargo, en operaciones de maquinado tales como esmerilado y taladrado en las cuales se requiere de una alta rigidez, los robots seriales no pueden ser aplicados debido a que su estructura está en cantiléver, en cambio, un robot paralelo si puede proporcionar la rigidez necesaria para realizar dichas operaciones [7]. Cabe señalar que, los modelos cinemáticos de los robots manipuladores seriales difieren de los modelos asociados con los robots paralelos. En los primeros, el planteamiento y solución de la

cinemática inversa es relativamente menos complicado que para los segundos. Para el caso del problema directo, es lo contrario [8].

En este artículo, se presenta el modelado de un robot paralelo planar tipo RRR usando Cuaterniones [2,9]. Para probar la eficiencia del modelo se construye un simulador computacional en la plataforma de programación gráfica LABVIEW. Se eligieron los Cuaterniones por ser una herramienta útil y funcional para el modelado de robots y mecanismos, y se consideró LABVIEW por el hecho de que es un software que permite interactuar con hardware.

2 Álgebra de Cuaterniones

De acuerdo con [4,10,11], sobre el conjunto en \mathfrak{R}^4 se definen dos operaciones binarias $\oplus : \mathfrak{R}^4 \times \mathfrak{R}^4 \rightarrow \mathfrak{R}^4$ y $\otimes : \mathfrak{R}^4 \times \mathfrak{R}^4 \rightarrow \mathfrak{R}^4$. Esto es,

- 1) $(a,b,c,d) \oplus (\alpha,\beta,\gamma,\delta) = (a+\alpha, b+\beta, c+\gamma, d+\delta) ; \forall (a,b,c,d), (\alpha,\beta,\gamma,\delta) \in \mathfrak{R}^4$
- 2) $(a,b,c,d) \otimes (\alpha,\beta,\gamma,\delta) = (a\alpha-b\beta-c\gamma-d\delta, a\beta+b\alpha+c\delta-d\gamma, a\gamma-b\delta+c\alpha+d\beta, a\delta+b\gamma-c\beta+d\alpha), \forall (a,b,c,d), (\alpha,\beta,\gamma,\delta) \in \mathfrak{R}^4$

La operación $\oplus : \mathfrak{R}^4 \times \mathfrak{R}^4 \rightarrow \mathfrak{R}^4$ es la suma usual en \mathfrak{R}^4 y es bien conocido que el conjunto (\mathfrak{R}^4, \oplus) es un grupo aditivo conmutativo y que la terna $(\mathfrak{R}^4, \oplus, \otimes)$ es un cuerpo no conmutativo. Por otro lado, la operación $\bullet : \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}^4 \rightarrow \mathfrak{R}^4$ definida por: $\alpha \bullet (a,b,c,d) = (\alpha a, \alpha b, \alpha c, \alpha d), \forall (a,b,c,d) \in \mathfrak{R}^4, \alpha \in \mathfrak{R}$ es una multiplicación escalar en \mathfrak{R}^4 . Por lo tanto, la terna $(\mathfrak{R}^4, \oplus, \bullet)$ es un espacio vectorial real. La transformación $\langle \bullet, \bullet \rangle : \mathfrak{R}^4 \times \mathfrak{R}^4 \rightarrow \mathfrak{R}$, dada por:

$$\langle p, q \rangle = \sum_{i=0}^3 p_i q_i \in \mathfrak{R}$$

Es un producto vectorial interno en \mathfrak{R}^4 y la norma asociada es:

$$\|p\| = \langle p, p \rangle^{\frac{1}{2}} = (p_0^2 + p_1^2 + p_2^2 + p_3^2)^{\frac{1}{2}}$$

Por lo tanto, la estructura $Q=(\mathfrak{R}^4, \oplus, \otimes, \bullet, \|\bullet\|)$, es un espacio vectorial normado el cual se llamará Espacio Vectorial de Cuaterniones y sus elementos Cuaterniones [4]. Por otro lado, un Cuaternion conjugado $\bar{p} \in Q$ de $p = (a,b,c,d)$ está definido por: $\bar{p} = (a,-b,-c,-d)$. Por otro lado, sea $\rho(p, \bullet) : Q \rightarrow Q, p \in Q$, entonces:

$$\rho(p, q) = p \otimes q \otimes p^{-1} = \frac{1}{\|p\|^2} \cdot (p \otimes q \otimes \bar{p}), \forall p, q \in Q \quad (1)$$

Dicha transformación lineal es una rotación la cual preserva el producto interno, la norma y el ángulo. Finalmente, las relaciones geométricas entre los Cuaterniones y los componentes de las rotaciones son las siguientes:

$$p_0 = \|p\| \cos \frac{\theta}{2}, \underline{p}_v = \pm \|p\| \sin \frac{\theta}{2} \underline{w} \quad (2)$$

Aquí, $\theta \in \mathfrak{R}$ es el ángulo de la rotación y $\underline{w} \in \mathfrak{R}^3$ es el eje de la rotación.

3 Modelación del Robot

En esta sección se presenta el modelado del robot usando Cuaterniones [1,12]. Cabe señalar los siguientes aspectos:

- 1) Solo se modelará el caso del problema cinemáticos inverso de posicionamiento.
- 2) Se presenta, por razones de espacio, un resumen del modelo del robot.
- 3) La metodología de modelación y programación usada es la siguiente:
 - 1) Se describe la arquitectura del robot.
 - 2) Se modelan las configuraciones de análisis.
 - 3) Se construyen las ecuaciones de posición.
 - 4) Se resuelven los modelos.
 - 5) Se programan las ecuaciones.
 - 6) Se visualizan los resultados.

El robot motivo de estudio en este artículo, consta de 8 eslabones rígidos (incluyendo la tierra del sistema) y tres cadenas cinemáticas cerradas independientes. Cada cadena tiene un actuador y los eslabones se conectan por juntas rotacionales. EL robot es de 3GDL y sobre la plataforma PL mostrada en la figura 1, se localiza el punto **pot** llamado órgano terminal el cual describirá una trayectoria en el plano XY. Sobre las juntas del robot (posiciones 1,4 y 7) se localizan tres actuadores, uno por cada cadena, los cuales le darán movimiento al robot.

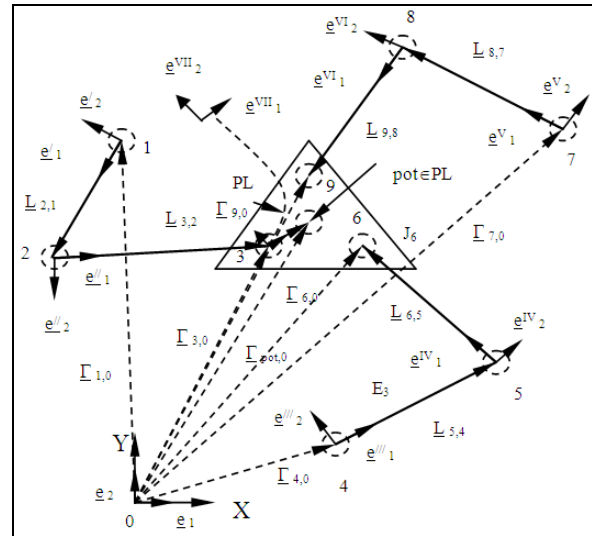


Fig. 1 Configuración de referencia y vectores de posición del robot.

De acuerdo con la figura 1, sobre los eslabones que componen al robot en estudio se asocian vectores de posición y sobre cada junta se relacionan bases locales móviles, en donde uno de sus vectores se alinea con el vector asociado con cada eslabón. Para determinar las coordenadas del punto de análisis **pot** se proponen las siguientes ecuaciones de lazo:

- 1) $\underline{\Gamma}_{3,0} = \underline{\Gamma}_{1,0} \oplus \underline{L}_{2,1} \oplus \underline{L}_{3,2} \quad (2)$
- 2) $\underline{\Gamma}_{6,0} = \underline{\Gamma}_{4,0} \oplus \underline{L}_{5,4} \oplus \underline{L}_{6,5}$
- 3) $\underline{\Gamma}_{9,0} = \underline{\Gamma}_{7,0} \oplus \underline{L}_{8,7} \oplus \underline{L}_{9,8}$

O, en forma equivalente:

- 1) $\underline{\Gamma}_{3,0} = \underline{\Gamma}_{1,0} \oplus l_{2,1} \cdot \underline{e}_1^I \oplus l_{3,2} \cdot \underline{e}_1^{II} \quad (3)$
- 2) $\underline{\Gamma}_{6,0} = \underline{\Gamma}_{4,0} \oplus l_{5,4} \cdot \underline{e}_1^{III} \oplus l_{6,5} \cdot \underline{e}_1^{IV}$
- 3) $\underline{\Gamma}_{9,0} = \underline{\Gamma}_{7,0} \oplus l_{8,7} \cdot \underline{e}_1^V \oplus l_{9,8} \cdot \underline{e}_1^{VI}$

Pues,

- 1) $\underline{L}_{2,1} = l_{2,1} \cdot \underline{e}_1^I, \quad \underline{L}_{3,2} = l_{3,2} \cdot \underline{e}_1^{II} \quad (4)$
- 2) $\underline{L}_{5,4} = l_{5,4} \cdot \underline{e}_1^{III}, \quad \underline{L}_{6,5} = l_{6,5} \cdot \underline{e}_1^{IV}$

$$3) \underline{L}_{8,7} = l_{8,7} \cdot \underline{e}_1^V, \quad \underline{L}_{9,8} = l_{9,8} \cdot \underline{e}_1^{VI}$$

En este artículo se usarán las relaciones geométricas siguientes definidas sobre la plataforma del robot:

Dados $\underline{\Gamma}_{pot,0} \in \mathfrak{R}^2$ y $\alpha_{pot} \in \mathfrak{R}$ se encuentran, $\underline{\Gamma}_{3,0}$, $\underline{\Gamma}_{6,0}$, $\underline{\Gamma}_{9,0} \in \mathfrak{R}^2$ con las siguientes relaciones:

- 1) $\underline{\Gamma}_{3,0} = (r_{3,0,x}, r_{3,0,y}) = (x_{pot,0} - l_{pot,3} \cos \theta_{pot}, y_{pot,0} - l_{pot,3} \sin \theta_{pot})$
- 2) $\underline{\Gamma}_{6,0} = (\Gamma_{3,0,x} + l_{3,6} \cos(\theta_{pot} - \beta_{pot}), \Gamma_{3,0,y} + l_{3,6} \sin(\theta_{pot} - \beta_{pot}))$
- 3) $\underline{\Gamma}_{9,0} = (\Gamma_{3,0,x} + l_{3,9} \cos(\theta_{pot} + \beta_{pot}), \Gamma_{3,0,y} + l_{3,9} \sin(\theta_{pot} + \beta_{pot}))$

Aquí, $\theta_{pot} \in \mathfrak{R}$ y $\beta_{pot} \in \mathfrak{R}$ son dos desplazamientos angulares, el primero define la orientación de la plataforma PL con respecto al eje X y el segundo es un ángulo constante medido entre dos aristas del triángulo asociado con la plataforma, en tanto, $l_{pot,3}$, $l_{3,6}$, $l_{3,9} \in \mathfrak{R}^+$ son longitudes medidas sobre la plataforma. Dichas relaciones se satisfacen a la inversa. Las rotaciones de la base canónica sobre cada una de los sistemas locales se pueden expresar por medio de la ecuación (1). Por tanto, las coordenadas de los puntos de las aristas de la plataforma se encuentran por medio de las expresiones siguientes [10]:

- 1) $\underline{\Gamma}_{3,0} = \underline{\Gamma}_{1,0} \oplus l_{2,1} \cdot \{ p \otimes \underline{e}_1 \otimes \bar{p} \} \oplus l_{3,2} \cdot \{ q \otimes \underline{e}_1 \otimes \bar{q} \}$
- 2) $\underline{\Gamma}_{6,0} = \underline{\Gamma}_{4,0} \oplus l_{5,4} \cdot \{ r \otimes \underline{e}_1 \otimes \bar{r} \} \oplus l_{6,5} \cdot \{ s \otimes \underline{e}_1 \otimes \bar{s} \}$
- 3) $\underline{\Gamma}_{9,0} = \underline{\Gamma}_{7,0} \oplus l_{8,7} \cdot \{ t \otimes \underline{e}_1 \otimes \bar{t} \} \oplus l_{9,8} \cdot \{ u \otimes \underline{e}_1 \otimes \bar{u} \}$

Aquí, $p, q, r, s, t, u \in \mathfrak{R}^2$ son Cuaterniones de norma unitaria, esto es:

- 1) $p_0^2 + p_3^2 = 1$; $q_0^2 + q_3^2 = 1$; $r_0^2 + r_3^2 = 1$
- 2) $s_0^2 + s_3^2 = 1$; $t_0^2 + t_3^2 = 1$; $u_0^2 + u_3^2 = 1$

Por otro lado, las relaciones entre los

ángulos y ejes de rotación con los parámetros de los Cuaterniones se describen a continuación:

$$p_0 = \pm \cos \frac{\theta_1}{2}, \quad \underline{p}_V = \pm \sin \frac{\theta_1}{2} \underline{e}_3$$

$$q_0 = \pm \cos \frac{\theta_2}{2}, \quad \underline{q}_V = \pm \sin \frac{\theta_2}{2} \underline{e}_3$$

$$r_0 = \pm \cos \frac{\theta_3}{2}, \quad \underline{r}_V = \pm \sin \frac{\theta_3}{2} \underline{e}_3$$

$$s_0 = \pm \cos \frac{\theta_4}{2}, \quad \underline{s}_V = \pm \sin \frac{\theta_4}{2} \underline{e}_3$$

$$t_0 = \pm \cos \frac{\theta_5}{2}, \quad \underline{t}_V = \pm \sin \frac{\theta_5}{2} \underline{e}_3$$

$$u_0 = \pm \cos \frac{\theta_6}{2}, \quad \underline{u}_V = \pm \sin \frac{\theta_6}{2} \underline{e}_3$$

Aquí, $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6$ son ángulos de rotación de cada eslabón que compone la estructura articulada motivo de estudio y \underline{p}_V es la parte vectorial del Cuaternion p que representa el eje de la rotación.

3.1 Formulación del problema cinemático inverso en la configuración de referencia.

Considérese la siguiente formulación:

“ Dados $\underline{\Gamma}_{3,0}, \underline{\Gamma}_{6,0}, \underline{\Gamma}_{9,0} \in \mathfrak{R}^2$, $\underline{\Gamma}_{1,0}, \underline{\Gamma}_{4,0}, \underline{\Gamma}_{7,0} \in \mathfrak{R}^2$, $l_{2,1}, l_{3,2}, l_{5,4}, l_{6,5}, l_{8,7}, l_{9,8}, l_{3,6}, l_{3,9} \in \mathfrak{R}^+$, $\theta_{pot} \in \mathfrak{R}$ encuentre: $p = \{p_0, 0, 0, p_3\}$, $q = \{q_0, 0, 0, q_3\}$, $r = \{r_0, 0, 0, r_3\}$, $s = \{s_0, 0, 0, s_3\}$, $t = \{t_0, 0, 0, t_3\}$, $u = \{u_0, 0, 0, u_3\}$ tal que las expresiones (5) sean satisfechas y

$$1) p_0^2 + p_3^2 = 1; \quad q_0^2 + q_3^2 = 1; \quad r_0^2 + r_3^2 = 1$$

$$2) s_0^2 + s_3^2 = 1; \quad t_0^2 + t_3^2 = 1; \quad u_0^2 + u_3^2 = 1$$

4 Programación y Simulación

El modelo del robot fue programado en la plataforma LABVIEW. Cabe señalar las siguientes consideraciones:

- 1) Puesto que el modelo relacionado con el problema cinemático inverso del robot genera un sistema de ecuaciones no lineales, se usó una biblioteca especial de LABVIEW relacionada con el método numérico de Newton-Rapshon.
- 2) Fueron programadas en LABVIEW las operaciones de Cuaterniones según la sistematización propuesta por [4].

La figura 2 muestra una salida gráfica de una parte del programa en LABVIEW y la figura 3 muestra el robot motivo de estudio en este artículo.

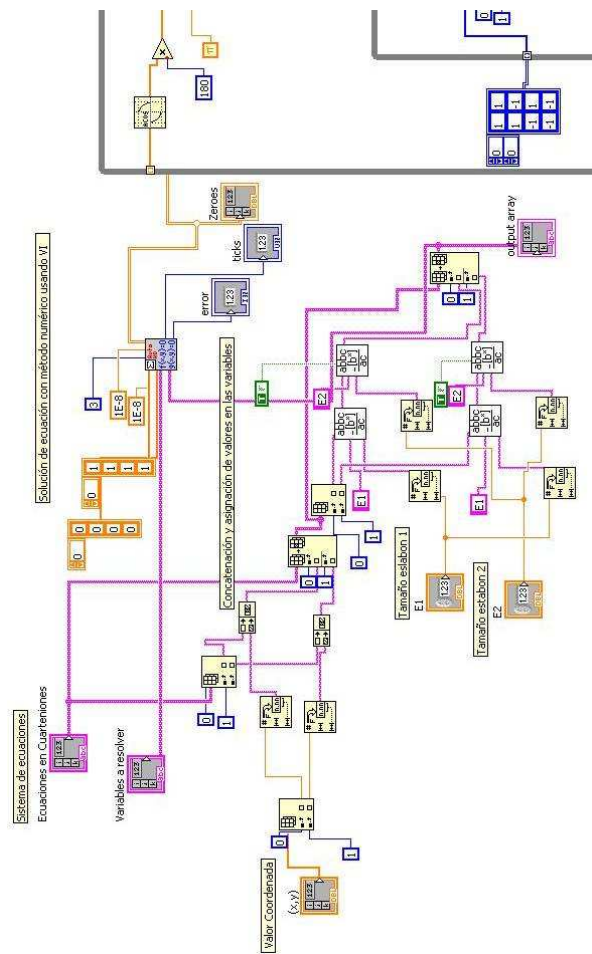


Fig. 2 Parte de código de programación gráfica en LABVIEW

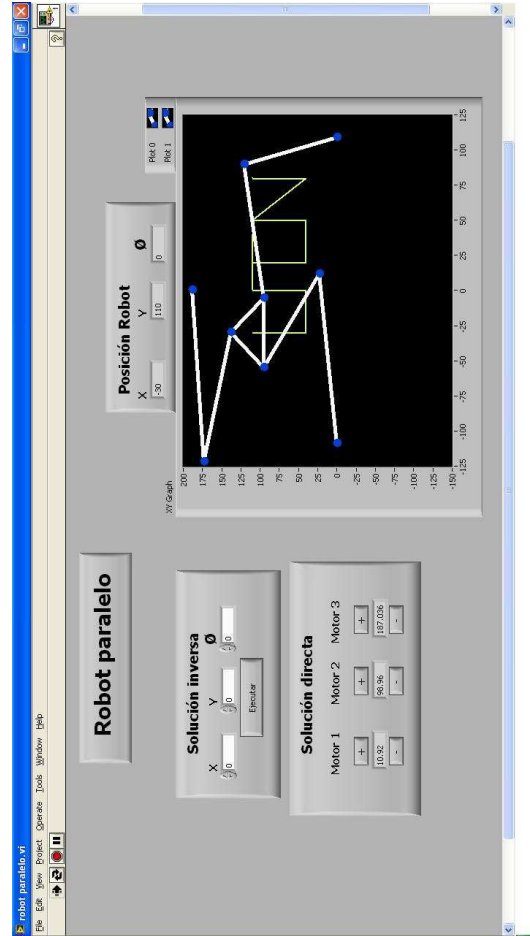


Fig. 3 Robot programado en LABVIEW

5. Conclusiones

En este artículo se ha modelado y simulado un robot paralelo planar usado Cuaterniones y LABVIEW. Las conclusiones derivadas de este trabajo se resumen en los puntos siguientes:

- El problema de la cinemática inversa generó un sistema de 12 ecuaciones no lineales con 12 incógnitas de tipo polinomial.
- Los Cuaterniones son útiles para modelar las rotaciones de los eslabones y permite construir los modelos del robot en forma clara y sistemática.
- La programación en LABVIEW permite tener una clara visualización de los movimientos del robot y el software puede enlazar en forma directa el control de actuadores para una futura aplicación a un prototipo.

- El simulador puede ser usado para probar, primero, la eficiencia del modelo y posteriormente, evaluar posiciones de análisis en el área de trabajo del robot.
- La utilización de la biblioteca para la solución de ecuaciones no lineales en LABVIEW permitió resolver el modelo del robot en forma práctica.

Referencias

- [1] Bishop, Robert H. The Mechatronic Handbook. Crc Press Washington D.C. 2002
- [2] JIMÉNEZ E.: Simulación de un proceso de manufactura con obstáculo en la línea de producción. *México. (1998)*. (Tesis de Maestría en Ingeniería Mecánica). UNAM, Facultad de Ingeniería, División de Estudios de Postgrado, Sección Mecánica.
- [3] Ignacio Vázquez Cuevas, Eusebio Jiménez López, Gonzalo Domínguez Dyck, Luis Reyes Ávila, Juan Delfín Vázquez y Samuel Lara García. Modelación y diseño de un simulador de un robot paralelo manejado por un controlador manual didáctico. 8º Congreso Nacional de Mecatrónica, Noviembre 26 y 27, 2009. Veracruz, Veracruz.
- [4] Reyes L. Quaternions: Une Representation Parametrique Systematique Des Rotations Finies. Partie 1: Le Cadre Theorique. (1990). Rapport de Recherche INRIA Rocquencourt. France.
- [5] Chávez E, Rivera J. “*Software e interfaces de control de servomotores del tipo brushless, con aplicación en robot paralelo*”. Tesis de Maestría en Ciencias de la Ingeniería Mecatrónica. Instituto Tecnológico Superior de Cajeme. (2008).
- [6] Merlet Jean – Pierre. Les Robots Parallèles. Traité del Nouvelles Technologies – Serie Robotique. Hermés. Paris, 1990.
- [7] Min Ki Lee, Kun Woo Park. “*Kinematic and Manipulator for Enlarging Workspace and Avoiding Singularities*”. IEEE Transaction on Robotics and Automation Vol. 15, No. 6 (1999).
- [8] Luc Baron, J. Angeles. “*The Direct Kinematics of Parallel Manipulators Under Joint-Sensor Redundancy*”. IEEE Transaction on Robotics and Automation Vol. 16, No. 1, (2000).
- [9] Cuenca J. Francisco,. “*Modelado del análisis Cinemático de una Plataforma Paralela Plana: Una aplicación del álgebra de Quaterniones*. Tesis de Grado de Maestro en Ingeniería Mecánica. UNAM – DEPFI, México D.F., 1996.
- [10] Jiménez E., Reyes A., Islas M., Ávila F., Ochoa F., Barceló B. A 2-DOF ROBOT MODELATION USING QUATERNIONS AND LABVIEW SIMULATIONS. VI International Conference on Engineering and Computer Education. Pp. 1252-1256. March 2009. Buenos Aires, Argentina.
- [11] Jiménez E., Reyes A., Modelación cinemática de posicionamiento de un robot de 3gld usando Quaterniones. *Informe interno de investigación. (2004)*. ISBN: 968-5844-01-1, Universidad La Salle Noroeste.
- [12] Jiménez E., Vázquez I., Reyes A., Delfín J., Torres J., Acosta J., Urbalejo A. Modelación de un robot paralelo planar tipo RRR de 3 GDL usando álgebra hipercompleja y programación en LABVIEW. *Informe interno de investigación. (2011)*. ISBN: en Trámite, Universidad Tecnológica del Sur de Sonora. RED ALFA.