

Propuesta de una Metodología para el Análisis de Engranés Rectos Aplicando Ingeniería Asistida por Computadora.

Carro Suárez Jorge, Flores Nava Irma y Flores Salazar Fabiola

Universidad Politécnica de Tlaxcala
Carrera de Ingeniería Mecatrónica

Av. Universidad Politécnica No.1 San Pedro Xalcatzingo Tepeyanco Tlaxcala
jorge.carro@uptlax.edu.mx, irma.flores@uptlax.edu.mx, fabiola.flores@uptlax.edu.mx

Resumen

El presente artículo muestra la metodología de análisis de engranes rectos aplicando la ingeniería asistida por computadora a través de un software de diseño especializado, iniciando la investigación con el estudio de un engrane recto sometido a carga flexionante aplicando los métodos tradicionales de la Ingeniería Mecánica por medio de las normas AGMA (American Gear Manufacturers Association) para posteriormente utilizar SolidWorks Simulation from Dassault Systemes, se presentan diferentes modelos bajo condiciones de diseño distintas y se establece un análisis comparativo entre ambos métodos, presentando las conclusiones pertinentes al final.

Palabras clave: Engrane, esfuerzo flexionante, normas AGMA, simulación,

- Análisis de esfuerzo y dinámica de componentes y ensambles utilizando el análisis de elementos finitos (FEA).
- Análisis termal y de fluidos utilizando dinámica de fluidos computacional (CFD).
- Análisis de cinemática y dinámica de mecanismos (Dinámica multicuerpos).
- Simulación mecánica de eventos (MES).
- Análisis de control de sistemas.
- Simulación de procesos de manufactura.
- Optimización del producto.

Existen en el mercado diferente software de diseño, destacando SolidWorks, Catia o Solid Edge que presentan una plataforma adecuada para realizar los análisis antes mencionados.

La presente investigación inicia con el análisis de un engrane recto sometido a carga flexionante por medio de las normas AGMA para posteriormente aplicar un software de diseño especializado para validar los resultados obtenidos y realizar diferentes estudios bajo condiciones distintas, y así poder establecer una comparación entre los métodos aplicados. Se presentan al final los resultados obtenidos y las conclusiones.

1. Introducción

La ingeniería asistida por computadora (CAE) es el uso de software computacional para simular el desempeño de un sistema mecánico y así poder hacer mejoras a los diseño de los productos o bien apoyar la resolución de problemas de ingeniería para una amplia gama de industrias. Esto incluye la simulación, validación y optimización de productos, procesos y herramientas de manufactura.

Un proceso común de CAE incluye como inicio un pre-procesado, solución y post-procesado; en la primera fase, el diseñador modela la geometría, la cinemática y las propiedades físicas del diseño, así como el ambiente en forma de cargas y restricciones aplicadas y en la última parte se presentan los resultados para su revisión. Las aplicaciones de CAE conforman una gran variedad de disciplinas y fenómenos de ingeniería, las cuales incluyen:

2. Método de esfuerzo flexionante aplicando normas AGMA.

Existen dos modos de falla principales que afectan a los dientes de los engranes rectos: la fractura por fatiga debido a esfuerzos de flexión en la raíz del diente y a la fatiga superficial sobre las superficies de los dientes (picadura), por lo que para su estudio y diseño los fabricantes han tomado como base las normas AGMA destacando la norma AGMA 2001-D04 “*Fundamental Rating Factors and Calculations Methods for Involute Spurs an Helical Gear Teeth*” (Factores fundamentales de capacidad y métodos de cálculo para dientes de engranes rectos y helicoidales de involuta), que

presenta un método teórico para diseñar satisfactoriamente un sistema de engranaje recto o helicoidal de ejes paralelos. Las fórmulas que presenta son aplicables para el análisis por resistencia a la picadura o esfuerzo flexionante, condicionado por un conjunto de factores de corrección empíricos que afectan directamente el desarrollo de cálculo. El uso y conocimiento de estos factores ha sido evaluado a través de los años por la experiencia acumulada en el diseño, manufactura y fabricación de unidades de engranajes. Con el tiempo estos factores se han ido perfeccionando considerando también factores geométricos que se presentan para su aplicación en la norma AGMA 908-B89 "Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth" (Factores geométricos para determinar la resistencia a la picadura y a la flexión de dientes de engranes rectos, helicoidales y en espina de pescado) complementando así todo un procedimiento; la única limitante, y como la misma norma lo menciona es el hecho de que su uso se recomienda solamente para personal con amplia experiencia en el área de diseño mecánico y con la capacidad y criterio suficiente para determinar los factores, entendiéndose que no es recomendable para principiantes ni público en general.

El presente trabajo se inició tomando como base un sistema de transmisión por engranes rectos con los siguientes datos:

- Entrada: Motor trifásico 1750 rpm, P= 20 Hp, NEMA A.
- Salida: Sistema transportador 670 rpm
- Velocidad de rotación $n_1=1750$ rpm.
- Número de dientes del piñón $N_p= 21$.
- Número de dientes del engrane $N_g= 55$.
- Paso diametral $P_d=10$.
- Número de calidad AGMA $Q=8$.
- Ángulo de presión $\Phi=20^\circ$.
- Perforación= $3/8"$

Para los datos complementarios se toma como base la norma AGMA 1012-F90 "Gear Nomenclature, Definitions of Terms with Symbols" (Nomenclatura de engranes, definiciones de términos con símbolos).

- Ancho de la cara del diente:

$$F = \frac{12}{P_d} = \frac{12}{10} = 1.2 \text{ in} \quad (1)$$

- Diámetro de paso del piñón:

$$D_p = \frac{N_p}{P_d} = \frac{21}{10} = 2.1 \text{ in} \quad (2)$$

- Velocidad en la línea de paso:

$$V_t = \frac{\pi \cdot D_p \cdot n_p}{12} = 962.11 \text{ ft/min} \quad (3)$$

- Carga tangencial:

$$W_t = \frac{33000 \cdot P}{V_t} = 686 \text{ lb} \quad (4)$$

- Carga radial:

$$W_r = W_t \cdot \tan \phi = 250 \text{ lb} \quad (5)$$

- Carga total:

$$W = \frac{W_t}{\cos \phi} = \frac{686 \text{ lb}}{\cos 20^\circ} = 730 \text{ lb} \quad (6)$$

De acuerdo a la norma AGMA 2001-D-04 en el apartado 5.2 *Bending strength* la fórmula fundamental para calcular los esfuerzos de flexión en los dientes de un engrane recto es:

$$\sigma_b = W_t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_s \cdot \frac{P_d \cdot K_m \cdot K_B}{F \cdot J} \quad (7)$$

En donde:

σ_b = Esfuerzo flexionante lb/in²

K_o = Factor de sobrecarga.

K_v = Factor dinámico.

K_s = Factor de tamaño.

K_m = Factor de distribución de sobrecarga.

K_B = Factor de espesor de aro.

J = Factor geométrico a la flexión del diente.

La fórmula 7 está basada en la Ecuación de Lewis partiendo del principio de que un diente de engrane recto se puede estudiar como una viga en voladizo, pero se han agregado factores adicionales K que son modificadores empíricos para tomar en consideración diversas condiciones de operación, aún así, el trabajo de Lewis y de muchos otros sigue siendo la base.

Las consideraciones de acuerdo a AGMA son:

Factor de sobrecarga (AGMA 2001-D-04, 9. Overload Factor K_o): Para definir el factor de debe realizar un análisis cuidadoso de las condiciones reales por lo que la norma no contiene valores precisos para K_o ; muchas industrias han establecido valores adecuados con base a su

experiencia tomando como base la fuente de potencia y la máquina impulsada en conjunto, para nuestro caso se recomienda $K_o=1.0$ considerando una máquina impulsora de impacto moderado con una máquina impulsada de trabajo uniforme.

Factor dinámico (AGMA 2001-D-04, 8.3.2 Calculating K_v): El factor toma en consideración básicamente cargas por vibración generadas internamente por impactos de diente contra diente y el número de calidad AGMA; realizando los cálculos que nos indica la norma definimos que $K_v=1.19$.

Factor de tamaño (AGMA 2001-D-04 20.1, 20.2 Size Factor K_s): Considera las no uniformidades en la forma del diente tales como su espesor, altura y área de esfuerzo; la norma indica que se puede suponer que $K_s=1.0$ para la mayoría de los engranes.

Factor de distribución de carga (AGMA 2001-D-04, 15. Load Distribution Factor K_m): Su determinación se basa en muchas variables de diseño de los engranes por lo que su determinación ha sido a base de procesos experimentales, AGMA considera la proporción del piñón y el alineamiento tomando como principio el ancho de la cara del diente y el diámetro del piñón; para nuestro caso $K_m=1.17$.

Factor de espesor de aro (AGMA 2001-D-04, Annex B Rim Thickness Factor K_B): Este factor recientemente fue agregado por AGMA a fin de considerar que si la orilla del engrane es muy delgada, ésta se puede deformar y causar que el punto de esfuerzo máximo se mueva; se toma como referencia el espesor del aro debajo del diente y su profundidad total, para nuestro estudio, $K_B=1.0$.

Factor geométrico del espesor del diente (AGMA 908-B89 5. Bending Strength Geometry Factor J): Este factor se calcula a partir de un algoritmo complicado definido en la norma y varía según el número de dientes del piñón y del engrane y sólo se da para un rango de combinaciones; basándonos en las tablas de la norma con $N_p=21$ y $N_g=55$, $\phi=20^\circ$ considerando la carga en la parte más alta del diente tenemos que $J=0.34$.

Sustituyendo todos estos valores en la fórmula 7:

$$\sigma_b = (686 \text{ lb})(1.0)(1.19)(1.0) \cdot \frac{10}{1.2 \text{ in}} \cdot \frac{1.17 \cdot 1.0}{0.34} \quad (8)$$

El esfuerzo de flexión de acuerdo a la norma AGMA es:

$$\sigma_b = 23.47 \text{ ksi} \quad (9)$$

Para la selección del material se consideró un acero 4340R que es un acero al Cr-Ni-Mo recocido de alta templabilidad adecuado para flechas y engranes de alta ductilidad y resistencia al choque; sus características son:

- Resistencia a la fluencia $S_y = 68 \text{ ksi}$
- Ductilidad (porcentaje de elongación en 2 in) = 22
- Dureza Brinell = 217 HB

Por lo que el factor de seguridad de acuerdo Mott [4] es:

$$F.S. = \frac{S_y}{\sigma_b} = \frac{68 \text{ ksi}}{23.47 \text{ ksi}} = 2.90 \quad (10)$$

Que es un valor adecuado si tomamos en cuenta que en el rango de 2.5-4.0 es apropiado para el diseño de estructuras estáticas o elementos de máquinas bajo cargas dinámicas con incertidumbre acerca de las cargas, propiedades de los materiales, análisis de esfuerzos o el ambiente [4].

3. Ingeniería Asistida por Computadora (CAE).

Los software de diseño tienen la capacidad para el análisis de esfuerzo, dinámica de componentes y ensambles utilizando el método del elemento finito.

El método del elemento finito (MEF) es una herramienta poderosa para el análisis no sólo de esfuerzos, también es utilizada en estudios de deformación, flujos de calor, de fluidos y magnético por mencionar algunos, que aprovechando el avance en la tecnología de las computadoras y de los sistemas CAD se pueden modelar problemas complejos con mucha facilidad. Son muchos los software de Ingeniería Asistida por Computadora (CAE) que actualmente lo usan, destacando *SolidWorks Simulation from Dassault Systemes SolidWorks Corp.* como uno de los más completos y sofisticados paquetes de análisis de elementos finitos disponibles en el mercado.

El MEF es una técnica numérica para analizar diseños de ingeniería, aceptado como el método de análisis estándar debido a su generalidad y compatibilidad para ser implementado en

computadoras; el método divide el proceso en numerosas piezas pequeñas de formas simples llamadas “elementos” que reemplazan eficazmente un problema complejo por muchos problemas simples que deben ser resueltos en forma simultánea, los elementos comparten puntos comunes denominados nodos y al proceso de división del modelo en pequeñas piezas se denomina mallado.

El comportamiento de cada elemento es bien conocido bajo todas las situaciones de soporte y carga posibles por lo que la cada nodo se describe a detalle por un cierto número de parámetros, según el tipo de análisis o del elemento utilizado.

El software formula las ecuaciones que rigen el comportamiento de cada elemento teniendo en cuenta su conectividad con los demás elementos.

Estas ecuaciones hacen referencia a la respuesta de cargas, restricciones y propiedades del material conocidas, a continuación, el programa organiza las ecuaciones en un conjunto mayor de ecuaciones algebraicas simultáneas y resuelve las desconocidas.

En el análisis de tensión, por ejemplo, el solver encuentra los desplazamientos en cada nodo y, posteriormente, el programa calcula las deformaciones unitarias y finalmente las tensiones.

Siguiendo el procedimiento, el primer paso es modelar la pieza y agregar restricciones y las cargas tangencial y radial, la figura 1 nos muestra el modelado en 3D del engrane bajo estudio.

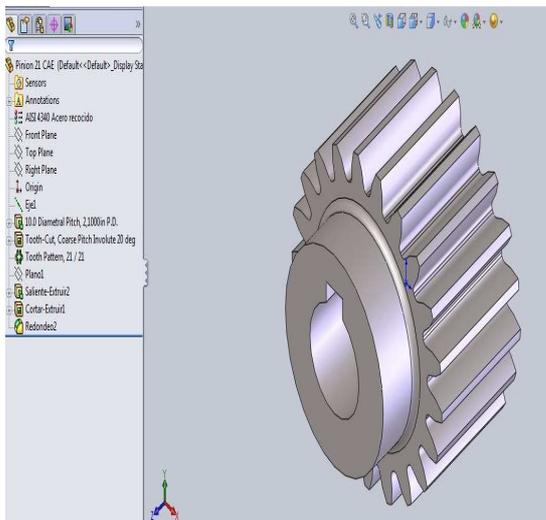


Figura 1 Modelado del engrane en 3D

El siguiente paso es agregar las restricciones y las cargas correspondientes como se indica en la figura 2.

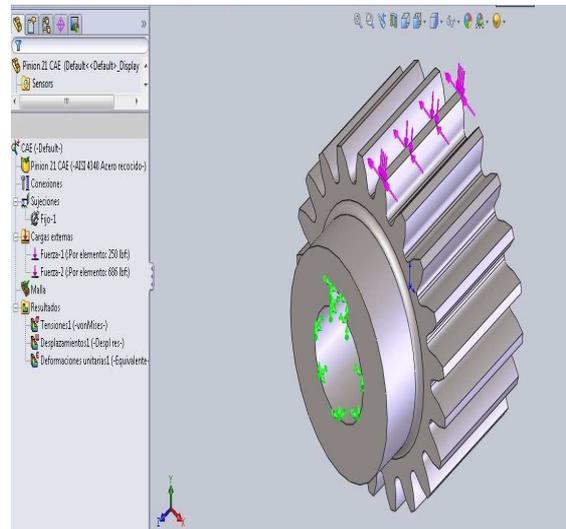


Figura 2 Aplicación de restricciones y cargas.

La figura 3 muestra el mallado.

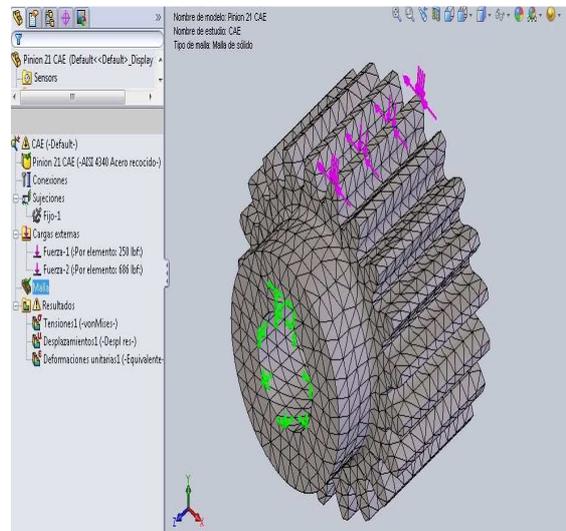


Figura 3 Mallado de la pieza.

Y por último se ejecuta el estudio seleccionando un acero AISI 4340 recocido (véase figura 4).

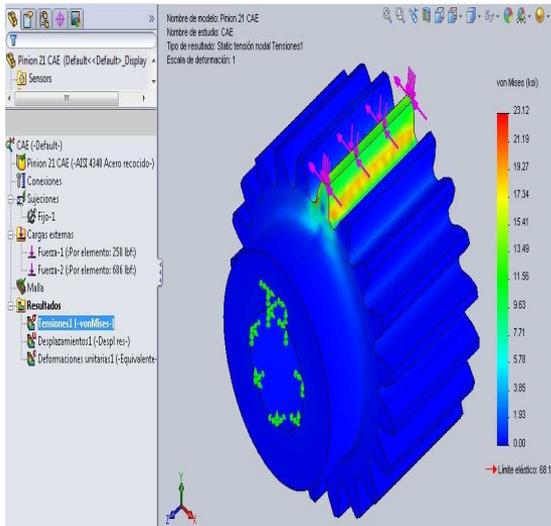


Figura 4 Resultado del análisis

De acuerdo al análisis por computadora el esfuerzo máximo de flexión es:

$$\sigma_b = 23.12 \text{ ksi} \quad (11)$$

Y se encuentra en la base del diente del engrane como se muestra en la figura 5.

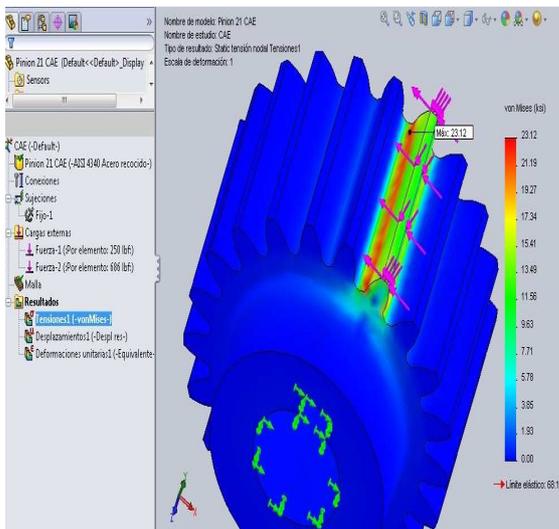


Figura 5 Ubicación del esfuerzo máximo.

La figura 6 nos indica la perspectiva del diseño, aquí observamos cómo es que el esfuerzo flexionante se va incrementando paulatinamente con respecto a la aplicación de las cargas.

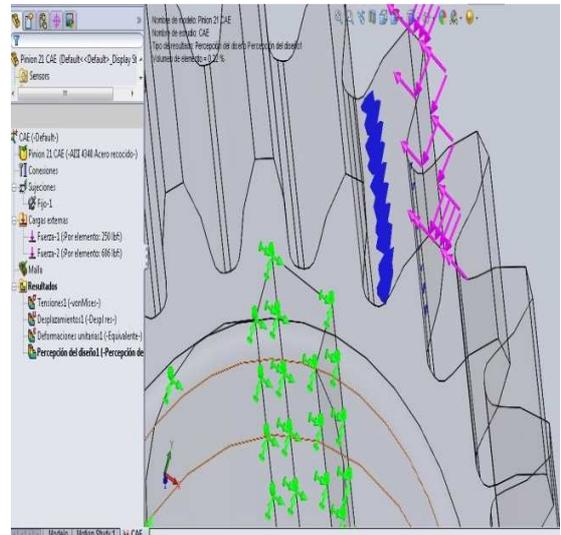


Figura 6 Perspectiva de diseño.

La figura 7 nos indica el factor de seguridad calculado bajo las condiciones establecidas.

$$F.S. = 2.95 \quad (12)$$

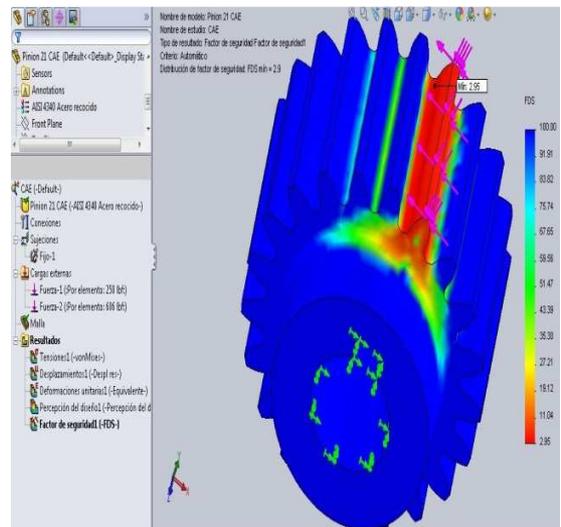


Figura 7 Factor de Seguridad calculado.

4. Análisis de resultados.

Observando detalladamente, vemos que el resultado obtenido bajo las normas AGMA es muy cercano al que se obtuvo aplicando el software de MEF; se realizan otros estudios con diferentes datos, obteniendo los resultados mostrados en la tabla 1.

Tabla 1. Resultados obtenidos del análisis de esfuerzos de diversos engranes rectos aplicando normas AGMA e Ingeniería Asistida por Computadora.

DATOS	ESTUDIO 1	ESTUDIO 2	ESTUDIO 3	ESTUDIO 4	ESTUDIO 5
Potencia Hp	60	40	10	18	5
Vel. Rpm	600	1200	3000	2400	1800
Np	26	35	55	21	21
Pd	5	6	12	10	16
Q	6	6	10	8	6
Diámetro Perforación (in)	3	3	3	1	0.75
Ng	35	55	135	26	55
Ko	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Km	1.21	1.19	1.17	1.16	1.14
Ks	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Ka	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Kv	1.07	1.10	1.61	1.22	1.06
J	0.36	0.40	0.45	0.33	0.34
σ_b AGMA ksi	18.87	7.07	4.61	16.13	20.26
σ_b FEM ksi	18.80	6.58	2.72	14.30	21.68

5. Conclusiones.

De acuerdo a los resultados obtenidos observamos que sí es posible realizar un análisis comparativo directo entre ambos métodos para este caso de estudio ya que nos dan resultados similares.

Las normas AGMA deben ser utilizadas preferentemente por un diseñador con experiencia debido a los criterios que se deben tomar en cuenta para la determinación de los factores de corrección.

El método del elemento finito es confiable siempre y cuando el diseñador tenga conocimientos básicos en su manejo y en el uso de un software de diseño de alto nivel.

Se debe usar siempre el MEF cuando las normas AGMA no tengan un método apropiado.

Es importante recordar que el software nos muestra cómo sería el comportamiento del engrane sometido a dichas cargas y nos presenta resultados físicos que simulan la realidad, pero cada diseñador debe introducir sus propios criterios y utilizar las herramientas que considere correctas ya que el software realiza cálculos y hace lo que se le pide, pero **no toma decisiones**.

Referencias

- [1] American Gear Manufacturers Association. *Norma 1012-F90. Gear Nomenclature, Definitions of Terms with Symbols* AGMA 1990.
- [2] American Gear Manufacturers Association *Norma 2001-D-04 Fundamental Rating Factors and Calculations Methods for Involute Spurs an Helical Gear Teeth* AGMA 2004.
- [3] American Gear Manufacturers Association *Norma 908-B89 Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth* AGMA 1990.
- [4] Mott R., *Diseño de Elementos de Máquinas* Pearson México 4ª Edición 2006.
- [5] Norton R., *Diseño de Máquinas* Pearson México 1ª Edición 1999.
- [6] Shigley J., Mischke C. *Diseño en Ingeniería Mecánica* Mc Graw Hill 6ª Edición México 2002.
- [7] Ugural A., *Mechanical Design An Integrated Approach* Mc Graw Hill 1a. Edición USA 2003.
- [8] Gómez S., *SolidWorks Simulation* Alfaomega-Ra-Ma España 1ª. Edición 2010.
- [9] Jensen C., Helsel J., Short D., *Dibujo y diseño en Ingeniería* Mc Graw Hill México 6ª Edición 2004.