

En el Control de Máquinas Herramientas Automáticas Tipo Fresadora*

Chávez-Conde E.¹ y Beltrán-Carbajal F.²

¹Depto. de Robótica, Universidad Politécnica de Guanajuato, Cortazar, Gto. México.

²Depto. de Mecatrónica, Universidad Politécnica de la Zona Metropolitana de Guadalajara. México.

Resumen

En este artículo se presenta un acercamiento al problema de control de movimiento de los ejes de máquinas herramientas tipo fresadoras. Se utilizan técnicas de control Proporcional Integral Generalizado (GPI) y Modos deslizantes, para el diseño del controlador. Se considera la fricción seca y las fuerzas de corte como perturbaciones desconocidas. El controlador GPI está basado en el uso de reconstructores integrales de estado, conociendo la entrada y la salida del sistema. Solo se requiere la medición de la posición lineal de los ejes, ya que la velocidad es reconstruida integralmente. Los resultados de simulación muestran la robustez del controlador propuesto.

Palabras clave: Modelo matemático de fresadora, control GPI, modos deslizantes.

1. Introducción

El diseño de máquinas herramientas ha tenido grandes beneficios considerándolo desde una perspectiva de diseño mecatrónico, el uso de técnicas y métodos de diseño de productos, como también la tecnología asistida por computadora para diseño, manufactura, ingeniería y sistemas de control [1],[2]. En [3],[4],[5] se presentan algunas técnicas de control para máquinas herramientas, con el objetivo de alcanzar las precisiones requeridas. En [6] se presentan estrategias de compensación de fricción considerando algunos modelos de fricción conocidos como el de LuGre. En este artículo se presenta el uso de la técnica de control GPI, el cual está basado en reconstructores integrales de los estados no medibles [7] y control modos deslizantes.

* Trabajo parcialmente desarrollado en la Cátedra de Investigación "Automatización Robusta de Productos Electrónicos y Mecatrónicos". Depto. de Electrónica y Mecatrónica. EIAS. ITESM Campus Guadalajara.

El artículo está organizado de la siguiente manera: en la Sección 2 se presentan las fuerzas de corte producidas al realizar un ranurado a una pieza de acero suave. Los modelos matemáticos que describen la dinámica de los ejes de una máquina herramienta tipo fresadora, se presentan en la Sección 3. En la Sección 4 y 5 se presentan el diseño del controlador propuesto y los resultados de simulación obtenidos. Las conclusiones y el trabajo futuro se presentan en la Sección 5.

2. Fuerzas de corte

En la Figura 2 se muestran los resultados de simulación obtenidos, utilizando el modelo cuasi-estático de fuerzas propuesta por W. A. Kline en [8] y [9]. Se consideró un cortador vertical de dos filos (a un ángulo de 45°), con un diámetro de 10mm para realizar un ranurado a un bloque de acero suave, con una profundidad de 5mm, un avance de 0.1mm por diente y una velocidad del husillo de 1800rpm [10].

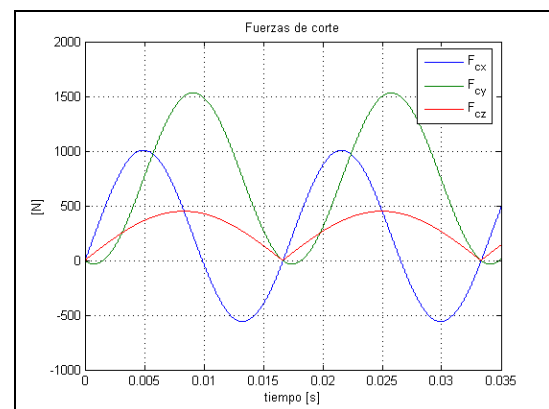


Fig. 2. Fuerzas de corte.

Las fuerzas de corte producidas en la operación de ranurado, son fuerzas que perturban al

sistema en el proceso de maquinado. Tales fuerzas de corte obtenidas en simulación, se incluirán en los modelos matemáticos considerados de la máquina herramienta.

3. Modelos matemáticos

En esta sección se presentan unos modelos matemáticos que describen la dinámica de tres ejes de una máquina herramienta tipo fresadora. Como también, el modelo matemático de un eje, considerando la flexibilidad del acoplamiento y el tornillo transmisión.

3.1 Ecuaciones dinámicas de los ejes considerando elementos rígidos

Se han considerado las dinámicas de tres ejes de una máquina herramienta tipo fresadora. Tales modelos matemáticos fueron obtenidos utilizando el formalismo Euler-Lagrange, considerando las fricciones viscosa y seca, como también, las fuerzas de corte. En la Figura 3 se muestra un diagrama esquemático de un eje, considerando elementos rígidos, donde τ es el par aplicado al tornillo de transmisión, x es el desplazamiento lineal del carro, θ es el desplazamiento angular del tornillo, m es la masa del carro, J es el momento de inercia de masa del tornillo, c_b y c_t son los coeficientes de fricción viscosa de los rodamientos del carro y del tornillo.

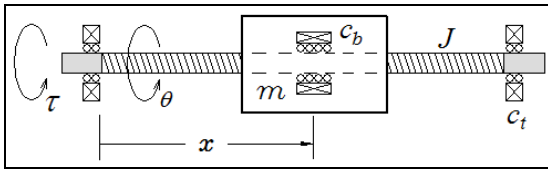


Fig. 3. Diagrama esquemático de un eje considerando elementos rígidos.

Las ecs. (1), (2) y (3) muestran los modelos matemáticos de cada uno de los ejes x , y y z de la máquina herramienta,

$$\eta_1 \ddot{x} + \eta_2 \dot{x} + \mu_1 \text{sign}(\dot{x}) = \frac{1}{a} \tau_1 - F_{cx}, \quad (1)$$

$$\eta_3 \ddot{y} + \eta_4 \dot{y} + \mu_2 \text{sign}(\dot{y}) = \frac{1}{a} \tau_2 - F_{cy}, \quad (2)$$

$$\eta_5 \ddot{z} + \eta_6 \dot{z} + m_3 g + \mu_3 \text{sign}(\dot{z}) = \frac{1}{a} \tau_3 - F_{cz}, \quad (3)$$

con,

$$\eta_1 = m_1 + \frac{J_1}{a^2}, \quad \eta_2 = c_{b1} + \frac{c_{t1}}{a^2}, \quad \eta_3 = m_2 + \frac{J_2}{a^2},$$

$$\eta_4 = c_{b2} + \frac{c_{t2}}{a^2}, \quad \eta_5 = m_3 + \frac{J_3}{a^2}, \quad \eta_6 = c_{b3} + \frac{c_{t3}}{a^2},$$

donde, J_1, J_2 y J_3 son los momentos de inercia de masa de cada uno de los tornillos de transmisión de los ejes, respectivamente; m_1, m_2 y m_3 son las masas de cada uno de los carros que son movidos por los tornillos de transmisión; c_{bi} y c_{ti} con $i = 1, 2$ y 3 son los coeficientes de fricción viscosa de los rodamientos de la tuerca y guías lineales, y los rodamientos que sostienen a los tornillos transmisión,

respectivamente, de cada eje; $a = \frac{p}{2\pi}$ es la

constante de proporcionalidad del desplazamiento angular-lineal $x = a\theta$, siendo p el paso del tornillo de transmisión; μ_1, μ_2 y μ_3 son las fuerzas de fricción de Coulomb en cada uno de los ejes de la máquina; F_{cx}, F_{cy} y F_{cz} son las componentes de fuerzas de corte producidas por el proceso de maquinado en las direcciones x, y y z ; y g es la aceleración de la gravedad.

El modelo matemático presentado, describe la dinámica de tres ejes de la máquina herramienta tipo fresadora, con estas consideraciones, el sistema completo es de tres grados de libertad, no lineal y con desacoplamiento entre ecuaciones, siendo las entradas al sistema los pares τ_1, τ_2 y τ_3 , y las salidas x, y y z los desplazamientos lineales de cada uno de los ejes.

3.2 Ecuaciones dinámicas de un eje considerando elementos no rígidos

Para estudiar con mayor detalle el problema de control en un eje de una máquina herramienta, se propone un modelo que considera flexibilidad en algunos de los elementos de máquina, fricción seca, fricción viscosa y las fuerzas de corte como perturbaciones. En la Figura 3 se muestra un diagrama esquemático de un eje. Para sistemas que operan con grandes velocidades y aceleraciones, la flexibilidad del sistema es un factor muy importante, existen modelos que consideran flexibilidad en casi todos los elementos de máquina [11].

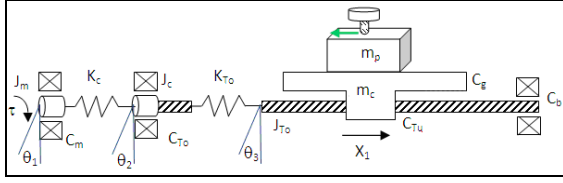


Fig. 4. Diagrama esquemático de un eje considerando elementos no rígidos.

Las ecs. (4), (5) y (6) muestran el modelo matemático de un solo eje de máquina con elementos flexibles, y que fueron obtenidas por el formalismo Euler-Lagrange. Siendo las coordenadas generalizadas θ_1, θ_2 y x .

$$J_m \ddot{\theta}_1 - k_c (\theta_2 - \theta_1) + f_1 = \tau, \quad (4)$$

$$J_c \ddot{\theta}_2 + k_c (\theta_2 - \theta_1) - k_{To} \left(\frac{2\pi}{p} x_1 - \theta_2 \right) + f_2 = 0, \quad (5)$$

$$\left(J_T \frac{4\pi^2}{p^2} + m_c \right) \ddot{x}_1 + k_{To} \left(\frac{2\pi}{p} x_1 - \theta_2 \right) + f_3 = -F_{cx}, \quad (6)$$

con,

$$f_1 = c_m \dot{\theta}_1 + \mu_1 \text{sign}(\dot{\theta}_1),$$

$$f_2 = c_{To} \dot{\theta}_2 + \mu_2 \text{sign}(\dot{\theta}_2),$$

$$f_3 = \left[(c_{To} + C_b) \frac{4\pi^2}{p^2} + c_g \right] \dot{x}_1 + \mu_3 \text{sign}(\dot{x}),$$

donde, J_m, J_c y J_{To} son los momentos de inercia de masa del rotor del motor, del acoplamiento y del tornillo de transmisión, respectivamente; K_c y K_{To} son las constantes de rigidez del acoplamiento y del tornillo, respectivamente; $C_m, C_{To}, C_{Tu}, C_g, C_b$ son los coeficientes de fricción viscosa de los rodamientos: del motor, del que se encuentra después del acoplamiento (al inicio del tornillo), de la tuerca, de las guías lineales y del que se encuentra al final del tornillo, respectivamente; m_c y m_p son las masas del carro y de la pieza a maquinarse, respectivamente; μ_1, μ_2 y μ_3 son las fuerzas de fricción de Coulomb en cada una de las coordenadas generalizadas.

Con estas consideraciones, el modelo matemático que describe la dinámica del eje con elementos flexibles, es de tres grados de libertad, no lineal y con dinámicas acopladas, lo que resulta en realidad, un modelo no tan usual.

4. Control Modos deslizantes-GPI

Las fuerzas de corte son perturbaciones que afectan al sistema en el proceso de maquinado, como también, entre otras características dinámicas como la fricción. Se requiere, por tanto, un controlador para seguimiento de trayectoria que tenga robustez ante este tipo de perturbaciones.

Considere el modelo matemático que describe la dinámica del eje x , dado por la ec. (1). Se consideran como perturbaciones desconocidas a la fuerza de corte F_{cx} y a la fuerza de fricción seca $\mu_1 \text{sign}(\dot{x})$ y como entrada de control al par $\tau_1 = u_1$. La ec. (1) puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\eta_1 \ddot{x} + \eta_2 \dot{x} = \frac{1}{a} u_1 + \xi(t), \quad (7)$$

con, $\xi(t) = -\mu_1 \text{sign}(\dot{x}) - F_{cx}$.

Ahora, se diseñan los controladores GPI y Modos deslizantes basado en el GPI. Estos controladores solamente requieren la medición de la salida del sistema.

El sistema es controlable y por lo tanto, plano [12], con la *salida plana* dada por la posición del carro $F = x$. Por simplicidad en el análisis de la planitud diferencial del eje de la máquina, se asume que $\xi(t) = 0$. Para realizar la parametrización de las variables de estado y la entrada de control, primeramente calculamos la derivada en el tiempo de la salida plana, resultando, $\dot{F} = \dot{x}$. Entonces, las variables de estado y la entrada de control son parametrizadas en términos de la salida plana y su derivada:

$$x = F,$$

$$\dot{x} = \dot{F},$$

$$u_1 = a\eta_1 \ddot{F} + a\eta_2 \dot{F}. \quad (8)$$

La entrada u en términos de la salida plana y su derivada se puede reescribir como,

$$u_1 = d_1 \ddot{F} + d_2 \dot{F}, \quad (9)$$

donde, $\ddot{F} = v$, define la entrada de control auxiliar, $d_1 = a\eta_1$ y $d_2 = a\eta_2$.

Una parametrización integral entrada-salida de las variables de estado es obtenida a partir de la ec. (9), y dada por,

$$\hat{F} = \frac{1}{d_1} \int u_1 - \frac{d_2}{d_1} F. \quad (10)$$

La relación actual entre las variables de estado y el estado reconstruido integralmente está dada por,

$$\dot{F} = \hat{F} + \dot{F}(0), \quad (11)$$

donde, $\dot{F}(0)$ es una constante real que depende de la condición inicial desconocida.

Entonces, el controlador GPI puede expresarse como:

$$u_1 = d_1 v + d_2 \hat{F}, \quad (12)$$

$$v = \ddot{F}^* - \alpha_1 (\hat{F} - \dot{F}^*) - \alpha_0 (F - F^*) - \alpha_0 \int (F - F^*).$$

El último término integral es una compensación del error, que elimina los efectos de inestabilización de los errores de la estimación estructural. La dinámica en lazo cerrado se obtiene sustituyendo la ec. (12) en la ec. (9), y reemplazando la derivada reconstruida por la derivada actual de la salida plana (ec. (11)). Se obtiene claramente una dinámica del error de la forma, $e^{(3)} + \alpha_2 \ddot{e} + \alpha_1 \dot{e} + \alpha_0 e = 0$, siendo la ecuación característica de la dinámica del error, $s^3 + \alpha_1 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_0 = 0$. El diseño de las ganancias α_2, α_1 y α_0 es obtenido proponiendo un polinomio característico deseado, cumpliendo con la estabilidad de Hurwitz. Este controlador requiere el uso de un sensor de posición para el carro del eje x , ya que su velocidad es reconstruida integralmente.

Para aumentar la robustez del controlador GPI, se hace uso de la técnica de modos deslizantes. Una superficie deslizante inspirada en la técnica de control GPI, puede ser propuesta como:

$$\hat{\sigma} = (\hat{F} - \dot{F}^*) + \alpha_1 (F - F^*) + \alpha_0 \int (F - F^*). \quad (13)$$

El último término integral es una compensación del error, que elimina los efectos de inestabilización de los errores de la estimación estructural. La expresión equivalente de la superficie deslizante modificada en términos de la derivada actual de la salida plana, se obtiene reemplazando la ec. (11) en la ec. (13). Entonces, la superficie deslizante es sintetizada como:

$$\hat{\sigma} = \dot{e} + \alpha_1 e + \alpha_0 \int e - \dot{F}(0), \quad (14)$$

donde, $e = F - F^*$. La condición deslizante ideal $\hat{\sigma} = 0$ resulta en una dinámica de segundo orden,

$$\ddot{e} + \alpha_1 \dot{e} + \alpha_0 e = 0, \quad (15)$$

la cual es totalmente independiente de las condiciones iniciales. El diseño de las ganancias α_1 y α_0 son seleccionadas al verificar que el polinomio asociado $s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0$ sea Hurwitz. Como una consecuencia, la dinámica de error en la superficie de conmutación $\hat{\sigma} = 0$ es globalmente asintóticamente estable. La superficie deslizante $\hat{\sigma} = 0$ es hecha globalmente atractiva con la aproximación continua al modo deslizante discontinuo de acuerdo a [13], es decir, forzando a satisfacer la dinámica,

$$\dot{\hat{\sigma}} = -\mu [\hat{\sigma} + \gamma \text{sign}(\hat{\sigma})], \quad (16)$$

donde, μ y γ denotan constantes reales positivas y "sign" es la función estándar *signum*. La superficie deslizante es globalmente atractiva $\hat{\sigma} \dot{\hat{\sigma}} < 0$ para $\hat{\sigma} \neq 0$, la cual es una condición muy bien conocida de la existencia del modo deslizante presentado en [14]. Entonces, el controlador Modos Deslizantes-GPI obtenido, es el siguiente:

$$u_1 = d_1 v + d_2 \hat{F}, \quad (17)$$

$$v = \ddot{F}^* - \alpha_1 (\hat{F} - \dot{F}^*) - \alpha_0 (F - F^*) - \mu [\hat{\sigma} + \gamma \text{sign}(\hat{\sigma})]$$

Este controlador requiere el uso de un sensor de posición para el carro del eje x , ya que su velocidad es reconstruida integralmente.

5. Resultados de simulación

Los resultados de simulación fueron obtenidos con el software MATLAB/Simulink, usando el método numérico Runge-Kutta, con un paso fijo de integración de $1ms$. Los valores de los parámetros utilizados en las simulaciones son los siguientes: $m_1 = 5kg$, $J_1 = 0.005kg \cdot m^2$, $c_{b1} = 2.5N \cdot s/m$, $c_{i1} = 2.5N \cdot s/m$, $\mu_1 = 0.3N$ y $a = 0.01m/2\pi$. La fuerza de corte F_{cx} utilizada, es la que se muestra en la Figura 2. Las ganancias del controlador (ec. (15)) fueron obtenidas al proponer un polinomio característico deseado cumpliendo con la estabilidad de Hurwitz: $(s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2)$ con $\zeta = 0.9$, $w_n = 80$, $\mu = 15$ y $\gamma = 10$, para $\alpha_1 = 2\zeta w_n$ y $\alpha_0 = w_n^2$. La trayectoria propuesta está basada en un polinomio de Beziér, de la forma:

$$F^*(t) = F_o(t) + (F_f(t) - F_o(t))(\psi(t, T_1, T_2)),$$

con $T_1 = 0$, $T_2 = 3s$, $F_o(t) = 0$, $F_f(t) = 0.01m$, siendo

$$\psi(t, T_1, T_2) = \Delta^8 [r_1 - r_2\Delta + r_3\Delta^2 - r_4\Delta^3 + r_5\Delta^4 - r_6\Delta^5 + r_7\Delta^6 - r_8\Delta^7 + r_9\Delta^8],$$

$$r_1 = 12870, \quad r_2 = 91520, \quad r_3 = 288288,$$

$$r_4 = 524160, \quad r_5 = 600600, \quad r_6 = 443520,$$

$$r_7 = 205920, \quad r_8 = 54912, \quad r_9 = 6435 \quad \text{y}$$

$$\Delta = (T_2 - T_1)/(t - T_1).$$

En la Figura 5 se muestra el seguimiento de trayectoria del sistema eje x utilizando el controlador GPI, ante la fricción seca y la fuerza de corte consideradas como perturbaciones. En la Figura 6 y 7 se muestran el par requerido (entrada de control) y el error de seguimiento.

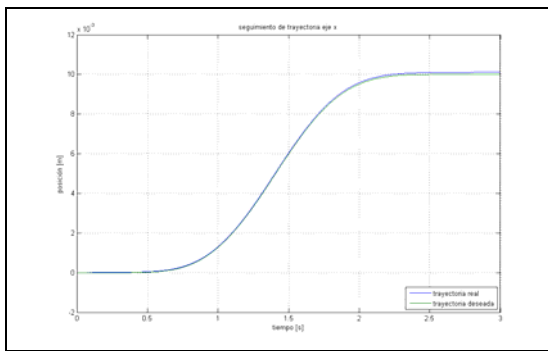


Fig. 5. Resultado de simulación del seguimiento de trayectoria del eje x con el control GPI.

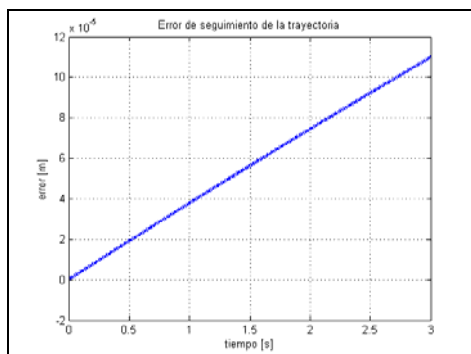


Fig. 6. Resultado de simulación del error de seguimiento de la trayectoria del eje x con el control GPI.

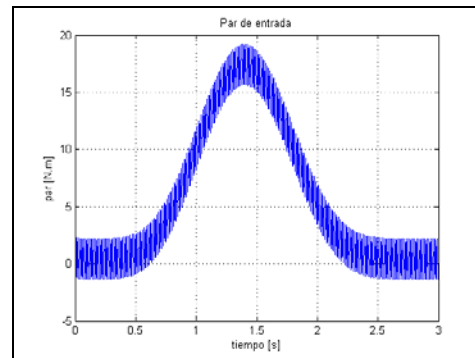


Fig. 7. Resultado de simulación del par generado para el seguimiento de trayectoria del eje x con el control GPI.

En la Figura 8 se muestra el seguimiento de trayectoria del sistema eje x utilizando el controlador GPI, ante la fricción seca y la fuerza de corte consideradas como perturbaciones. En la Figura 9 y 10 se muestran el par requerido (entrada de control) y el error de seguimiento.

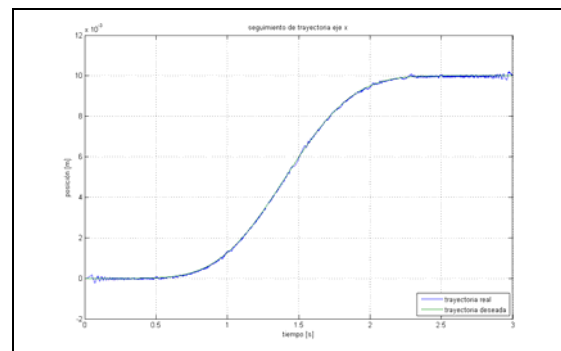


Fig. 8. Resultado de simulación del seguimiento de trayectoria del eje x con el control Modos deslizantes-GPI.

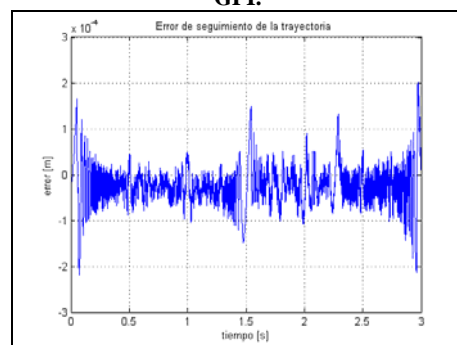


Fig. 9. Resultado de simulación del error de seguimiento de la trayectoria del eje x con el control Modos deslizantes-GPI.

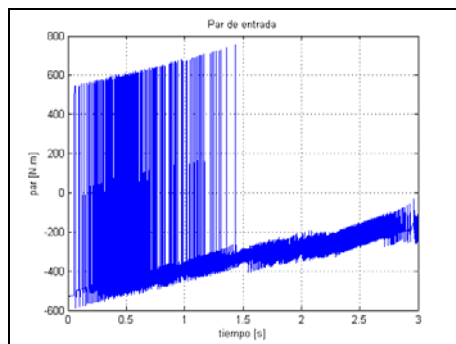


Fig. 10. Resultado de simulación del par generado para el seguimiento de trayectoria del eje x con el control GPI.

6. Conclusiones

La respuesta del controlador GPI se observa que tiene un buen desempeño. Sin embargo, se requiere aumentar su robustez para disminuir el error de seguimiento. La propuesta del controlador Modos deslizantes basado en el GPI, reduce y mantiene el error de seguimiento. Aún así, se debe de reducir la alta frecuencia que se produce por la discontinuidad y que afecta en el desempeño del seguimiento. Como parte también del trabajo futuro, es considerar en el modelo la propiedad de autofrenante que tienen los tornillos de transmisión de rosca ACME, para que se pueda mejorar de una manera la señal de control y el desempeño del seguimiento. Por otro lado, estimar la fricción seca y la fuerza de corte, considerándolas como un polinomio acotado e incluirla en el control GPI para darle mayor robustez.

Referencias

- [1] Reinhart G. and Weissenberger M., "Multibody Simulation of Machine Tools as Mechatronic Systems for Optimization of Motion Dynamics in the Design Process". IEEE/ASME Int. Conf. on Advanced Intelligent, Atlanta, USA. Sept. 1999.
- [2] Chin-Yin C. and Chi-Cheng C., "Integrated Design for a Mechatronic Feed Drive System of Machine". IEEE/ASME Int. Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Monterey, California, USA. 24-28 July, 2005.
- [3] Jinxing Z., Mingjun Z. and Qingxin M., "Modeling and design of servo system of CNC machine tools", IEEE Int. Conf. on Mechatronics and Automation, China. June 2006.
- [4] Zheng-Hong T., Syh-Shiuh Y. and Pau-Lo H., "The Integrated Linear and Nonlinear Motion Control Design for Precise CNC Machine Tools". IEEE Int. Conference on Control Applications, Taipei, Taiwan. Sep., 2004.
- [5] Bin Y., Mohammed A. and Masayoshi T., "High-Performance Robust Motion Control of Machine Tools: An Adaptive Robust Control Approach and Comparative Experiments". IEEE/ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS, Vol. 2, No. 2, June 1997.
- [6] D. A. H. Olsson, K.J. Åström, C. Canudas de Wit, M. Gäfvert and P. Lischinsky. *Friction Models and Friction Compensation*. Tutorial, 1997.
- [7] Fliess M., Márquez R., Delaleau E. and Sira-Ramírez H., "Correcteurs Proportionnels-Intégraux Généralisés", ESAIM Control, Optimisation and Calculus of Variations. Vol. 7, pp. 23-41, 2002.
- [8] DeVor R., Kline W.A. and Zdeblick W.J., "A Mechanistic Model for the Force System in End Milling with Application to Machining Airframe Structures", 8th North American Conf. on Metalworking Research, May 1980.
- [9] Kline W.A., DeVor R. and Lindberg J.R., "The Prediction of Cutting Forces in End Milling with Application to Cornering Cuts", Int. Journal of Machine Tool Design and Research, Vol.22, no.3, August 1982.
- [10] Aguilar-Valdez A., López-Bobadilla L.I. y M. E. Guardado-Ruíz.. Estancia de Investigación. ITESM Guadalajara. Cátedra de Investigación Automatización Robusta de Productos Electrónicos y Mecatrónicos. Diciembre 2008.
- [11] Poinet, M. Gautier, W. Khalil, "Modeling, control and simulation of high speed machine tool axes", IEEE/ASME Int. Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 1999.
- [12] Sira-Ramírez H. and Agrawal Sunil K., "Differentially Flat Systems", Marcel Dekker, N.Y., 2004.
- [13] Sira-Ramírez H., "A dynamical variable structure control strategy in asymptotic output tracking problems", IEEE Trans. on Automatic Control. Vol. 38, No. 4, pp. 615-620, April 1993.
- [14] Utkin V. I., "Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems". Moscow: MIR, 1978.