Método de Optimización Basado en los Sistemas Dinámicos Estadísticos

Rodolfo Romero Herrera, Francisco Gallegos Funes, Laura Méndez Segundo

Escuela Superior de Computo
Departamento de Posgrado
UPLM- Zacatenco Av. Batiz y Mendizábal s/n
Col. Lindavista 07738 México, DF
Tel.. 57296000 ext. 52040
rromeroh@ipn.mx

Resumen

Desarrollar una metodología que permita optimizar el comportamiento de un robot de cuatro ruedas seguidor de luz, basado en estadística.

1. Introducción

Técnicas similares aplicadas a otros Robots

La anatomía de un robot móvil consta esencialmente de un sensores, un hardware y efectores. Los sensores son dispositivos que reciben señales del mundo exterior y pueden infrarrojos, de contacto, en nuestro caso son foto resistencias. Los componentes electrónicos son variados desde un simple amplificador hasta un micro procesador. La respuesta es dirigida hacia los actuadores traduciéndose en un cierto comportamiento. Los problemas de un robot se representan en un mundo simbólico [1]. Es decir, la recepción de señales representan pude indicar la presencia o no de un obstáculo y esto es tan solo un símbolo. Una vez recibida la señal tiene lugar la traducción donde se plantea como evitar un obstáculo o evitar una esquina por ejemplo.

Uno de los primeros “animat” fueron realizados a principios de los años cincuenta por Walter quien construyo robots móviles con dos fotosensores, dos amplificadores (neuronas) y dos motores. El robot se dirigía hacia la fuente luminosa, pero si la intensidad se incrementada entonces el robot se alejaba. En 1981 Heiserman propuso una clasificación de tres categorías; aquí se construyo un laberinto para un robot el cual sensaba a través de un brazo.

Braitenberg también construyo robots que tienen un comportamiento reflejo ante la luz. Pero en este caso los obstáculos son las fuentes de luz [2].

En cuanto a los métodos de optimización normalmente se aplica el de gradiente. Los métodos de gradiente también se denomina de paso ascendente o descendente, ya que le objetivo es encontrar el punto más alto o más bajo sobre un mapa de contorno.

2. Metodología

Una característica esencial de cualquier robot es un entorno es sus estabilidad. Un robot se puede considerar como un sistema que evoluciona en el tiempo, lo que se conoce en matemáticas como sistema dinámico. En general, un sistema dinámico es estable se converge en el tiempo hacia un estado determinado independientemente de sus estado inicial y de las perturbaciones originadas o encontradas a lo largo del tiempo. Existirá por lo tanto un tiempo transitorio necesario para alcanzar este estado estable. Sin embargo en algunas ocasiones pude alcanzar diversos estados estables dependiendo del estado inicial del sistema. Así mismo, existen condiciones necesarias que el sistema dinámico debe cumplir para garantizar una cierta estabilidad [3].

En el caso de un robot, esta estabilidad o regularidad en su dinámica se traduce en un comportamiento emergente determinado. Por ejemplo, si estuviera programado para huir de la luz, al visualizar una luz tardaría cierto tiempo hasta llegar a su estado estable, que sería permanecer en un lugar donde ya no fuera capaz de captar ningún rastro de luz. El hecho de que la regularidad observada en la dinámica del robot se traduzca en un comportamiento determinado nos conduce fácilmente a poder asociar una función de coste al robot, es decir, al sistema dinámico. Dicha función evalúa el grado en que el robot se acerca o no al comportamiento deseado. Entonces, a través de un proceso de optimización implementado por el robot, el objetivo sería llegar un mínimo cuando el comportamiento es óptimo. El proceso es el siguiente:

1. El objetivo del robot se codifica en una función de coste
2. La función de coste se minimiza a través de un algoritmo de optimización
3. Cuando el sistema dinámico se estabiliza, la función se ha minimizado y por consiguiente el robot alcanza su objetivo estadístico.

Aquí se detecta un elemento de incertidumbre el cual determina el resultado del experimento. Este elemento no es otra cosa que el azar y por lo tanto hablamos de sistemas estocásticos. Los sistemas estocásticos muestran características propias que los distinguen de los sistemas dinámicos. Una de ellas es el hecho de que los componentes se rigen por leyes de naturaleza estadística. Otra característica es que el estado del sistema depende del valor aleatorio de una o más variables.

La posibilidad de vincular los comportamientos del robot a objetivos estadísticos concretos posibilita al sistema el descubrimiento de regularidades en su entorno que le permitirán adaptarse mejor a él. Es evidente que la función de coste y el algoritmo de optimización deben estar basados en un proceso estocástico. En tercer lugar, la modelización y simulación de un sistema estocástico es abordada recurriendo a la ley de probabilidad o función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria

Los procesos estocásticos dependen de un valor aleatorio y del tiempo como se puede observar en la figura 1.

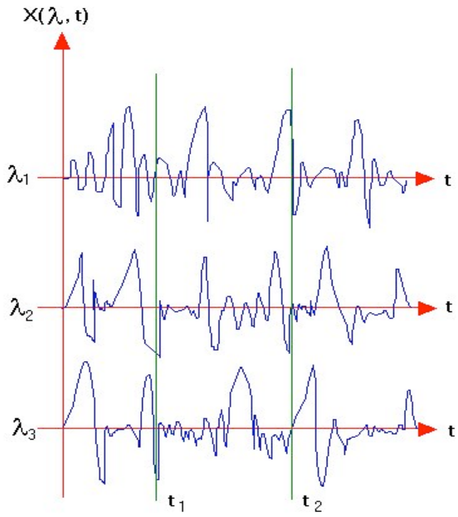

Figura 1. Proceso estocástico

Todas las señales mostradas son diferentes pero pertenecen a un mismo proceso, si sumamos estos valores en un instante de tiempo determinado por ejemplo t1, nos genera una variable aleatoria x(λ, t1) ➔ x(t1) [4]. Así podemos observar que pueden generarse por ejemplo para dos instantes t1 y t2, quedando las funciones de densidad de probabilidad de la figura 2.

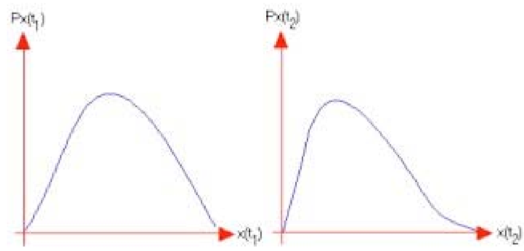

Fig. 2. Funciones de densidad de probabilidad en t1 y t2

Si estas variables aleatorias tienen iguales valores, en un mismo instante y su esperanza y varianza son iguales generan Procesos Estacionarios. Así podemos definir la Auto correlación, la cual compara dos variables aleatorias provenientes de un proceso estocástico y analiza sus diferencias, esto los podemos expresar como:

Rxx (t1, t2) ➔ Proceso estocástico x entre t1 y t2
Mediante el valor esperado queda como:

$$R_{xx}(t_1,t_2) = E\{x(t_1)x(t_2)\} = \sum\sum x(t_1)\,x(t_2)P\{x(t_1)\}P\{x(t_2)\} \qquad (3)$$

Ahora si suponemos un proceso estacionario tenemos:

$$R_{xx}(t_2 - t_1) = R_{xx}(\tau) = E\{x(t)x(t+\tau)\} = \sum x(t)x(t+\tau)Px(x(t)) \tag{4}$$

Donde: $\tau = t_2 - t_1$

Aunque el proceso estocástico durante largos periodos de tiempo puede no tener dependencia del tiempo, en intervalos cortos de tiempo las funciones son estacionarias y por lo tanto hay dependencia lineal. En teoría de la probabilidad se tiene la ecuación (5) [3]:

$$P(AB) = P(A)P(B|A) \tag{5}$$

Y si son independientes

$$P(AB) = P(A)P(B) \tag{6}$$

De manera análoga:

$$f(x, y) = f(x) f(y|x) \tag{7}$$

En el caso de funciones independientes se tiene:

$$f(x, y) = f(x) f(y) \tag{8}$$

En el caso que x e y son independientes, sustituyendo en la ecuación (8):

$$R_{xx}(t_1, t_2) = \sum E\{x(t_1)\}P\{x(t1)\} \sum E\{x(t2)\}P\{x(t2)\} = 0 \tag{9}$$

Debido a que la esperanza matemática

$$< \widehat{x(t)} > = \sum E\{x(t)\}P\{x(t)\} = 0$$

En el caso de dependencia lineal tenemos que y = kx + a
Por lo tanto:

$$0 \leq R_{xx} \leq k\sigma^2_{t_2}$$

Existen otros momentos iníciales y centrales en la base dimensional pero es muy complicado calcularlos; sin embargo cuando el proceso es Gaussiano, es suficiente caracterizarlo con Rxx(t2-t1). Por lo tanto si comprobamos que el proceso es gaussiano entonces basta con calcular el valor de Rxx para tener un parámetro resultante de la función de coste Rxx(t2-t1) [5].

3. Resultado

Para comprobar la metodología se armo un móvil capaz de detectar la presencia de luz y en base a esta determinar la velocidad de giro de sus motores, de tal manera que el objetivo del robot era evitar impactar la fuente luz que lo invitaba a acercarse. Debemos recordar que la ecuación de la recta, nos da una dependencia lineal y que para este caso Rxx debe ser iguala a $k\sigma^2_{t_2}$; cuando esto sucede el sistema dinámico ha alcanzado su comportamiento optimo. Es decir ya no tiene una dependencia estadística y por lo tanto no existe incertidumbre.

4. Análisis de Resultados

El robot tiene sensores de contacto que cuando impactan la luz registran la frecuencia que se enviaba en ese momento. La frecuencia se varía lo que permite acelerar o desacelerar el móvil. Se toman los valores del experimento donde tendremos dos variables una que es la velocidad del móvil y otra que es la posición de la luz, el tiempo de activación se deja fijo. Donde un factor importante es el ángulo con el que parte el móvil, como este dato no lo podemos saber con precisión, tampoco tenemos la certidumbre de la frecuencia a la que deben girar lo motores. Entonces el móvil se coloca en varias posiciones. Se toma la esperanza matemática del sistema observando cuantas veces choco y a que frecuencia para posiciones aleatorias. Nunca se obtuvo la Rxx = $k\sigma^2_{t_2}$ sin embargo si se aproximo los suficiente para determinar una frecuencia que aseguraba que la mayoría de las veces no impactara la fuente de Luz sin importar el ángulo.

Cuando se aumenta el número de experimentos se observa una tendencia a un proceso Gaussiano.

Cambiando la superficie por una más irregular se obtienen similares resultados.

A su vez se empleo el móvil con diferentes fuentes de luz, empleando el mismo criterio. En ambos casos el robot logro su objetivo. Por lo que debemos entender que el procedimiento estadístico empleado es una buena solución para desarrollar robots orientados a comportamiento.

Se pude observar el móvil en la figura 3.

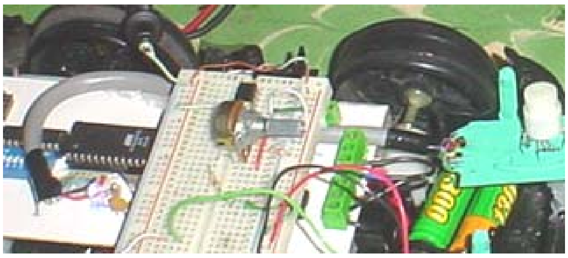

Fig3 Móvil

Medición del desempeño del Robot

Para medir el desempeño del robot se probó el mismo con la frecuencia que evitaba el impacto. De 30 pruebas hechas no fallo en ninguna. Se requirió de 150 para obtener el primer impacto. Por lo tanto el porcentaje de error es muy bajo.

Se vario la frecuencia en +/- el 50 por ciento del valor optimo. El error se incrementa en la misma proporción debido al fenómeno de tipo Gaussiano.

Se realizaron pruebas variando la frecuencia durante un solo experimento, para provocar una aceleración del móvil. Hasta llegar a la frecuencia óptima. Debido a que el tiempo se dejo fijo en las diferentes pruebas, el impacto se produjo con mayor regularidad.

5. Conclusiones

La aplicación de métodos estadísticos al desarrollo de robots permite generar comportamientos adaptables a diferentes ambientes. Sin embargo es necesario adaptarlos para trabajo a futuro de medios de aprendizaje; para que se puedan adaptar a distintos ambientes que pueden ser desconocidos. Después de todo, la incertidumbre en cualquier experimento es inherente.

Aunque el robot es sencillo es arquitectura. Podemos suponer que el método funciona para maquinas más complejas. Sin embargo es de interés aplicarlo a robots que tengan más de dos variables y observar cómo se comporta la correlación de las variables. Por ejemplo considerando la variación de tiempo.

Referencias

[1] Rafael Lahoz-Beltrá Ed. Diaz De Santos; Bioinformática. Simulación, vida artificial e inteligencia artificial; Diaz De Santos; España; 1er edición; 2004.

[2] Sergi Bermejo; Desarrollo de robots basados en el comportamiento; UPC; Epaña; 2ª edición; 2003

[3] Kai Lai Chung, Luis Bou García; Teoría elemental de la probabilidad y de los procesos estocásticos; Reverte, España, 1era Edición, 1983;

[4]Kalimuthu Krishnamoorthy; Handbook of statistical distributions with applications; CRC Press, USA, 2006.

[5] Carol E. Osborn; Basic Statistics for Health Information Management Technology; Jones & Bartlett Publishers, USA, 2007.