

# Uso de Algoritmos Genéticos para Determinar las Longitudes y los Torques Óptimos en una Pata Robótica

Calderón López, Hugo Enrique<sup>1</sup>, Juárez Campos, Ignacio<sup>2</sup>

Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Michoacana  
de San Nicolás de Hidalgo, UMSNH, Edificio W.  
Francisco J. Mújica s/n, Col. Felicitas del Río, Morelia  
Michoacán, México. Tel: (+52 443)3172656  
E-mail: (1) [hecl555@hotmail.com](mailto:hecl555@hotmail.com), (2) [ijcunam@att.net.mx](mailto:ijcunam@att.net.mx)

## Resumen

*Este trabajo muestra el uso de algoritmos genéticos empleados como herramienta de optimización para conocer las mejores dimensiones y los pares motores óptimos menores aplicados a los eslabones que componen las patas de un robot caminante hexápodo. Dada la complejidad del problema, ya que el robot que se pretende construir cuenta con 21 eslabones y 20 grados de libertad, se ha decidido utilizar los algoritmos genéticos, los cuales, han demostrado una gran eficiencia en la búsqueda de máximos y mínimos para problemas multimodales. Como primer paso para encontrar dichas dimensiones, se ha optado por el desarrollo de un algoritmo genético confeccionando un programa en lenguaje de programación Visual Basic que calcule las dimensiones y los pares motores de los 2 últimos eslabones que componen una pata del hexápodo en cuestión. Mediante la realización de dicho programa se ha podido confirmar la confiabilidad de los algoritmos genéticos como herramienta para la optimización del diseño mecánico, comparando los datos obtenidos con datos cercanos de forma analítica.*

## 1. Introducción

Un algoritmo es una serie de pasos organizados que describe el proceso que se debe seguir, para dar solución a un problema específico.

Un algoritmo genético es un método de búsqueda dirigida basada en probabilidad. Bajo una condición muy débil (que el algoritmo mantenga elitismo, es decir, guarde siempre al mejor elemento de la población sin hacerle ningún cambio) se puede demostrar que el algoritmo converge en probabilidad al óptimo. En otras palabras, al aumentar el número

de iteraciones, la probabilidad de tener el óptimo en la población tiende a 1.

Los algoritmos genéticos establecen una analogía entre el conjunto de soluciones de un problema, llamado fenotipo, y el conjunto de individuos de una población natural, codificando la información de cada solución en una cadena, generalmente binaria, llamada cromosoma. Los símbolos que forman la cadena son llamados los genes. Cuando la representación de los cromosomas se hace con cadenas de dígitos binarios se le conoce como genotipo. Los cromosomas evolucionan a través de iteraciones, llamadas generaciones. En cada generación, los cromosomas son evaluados usando alguna medida de aptitud. Las siguientes generaciones (nuevos cromosomas), llamada descendencia, se forman utilizando dos operadores, de cruzamiento y de mutación [1], [2].

Los algoritmos genéticos son de probada eficacia en caso de querer calcular funciones no derivables (o de derivación muy compleja) aunque su uso es posible con cualquier función.

El robot que se pretende construir va a contar con 21 eslabones y 20 grados de libertad, el objetivo es construir un robot que pueda desplazarse por casi cualquier terreno no estructurado, pero que al mismo tiempo sea lo mas ligero posible y con las dimensiones óptimas para que tenga un menor gasto de corriente.

Debido a la complejidad que existe al analizar un robot con estas características, se ha decidido dividir el robot en 3 partes que tienen las mismas características para analizarlo de una forma más sencilla. Como primera fase para la optimización del robot se decidió comenzar optimizando los 2 últimos eslabones de una pata sin carga que siga una

trayectoria rectilínea, usando para esto los algoritmos genéticos como herramienta de optimización (Fig. 1).

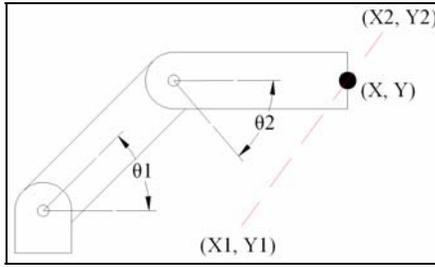


Fig. 1. Pata siguiendo una trayectoria rectilínea.

## 2. Optimización del diseño

### 2.1 Cinemática del robot

Para el análisis de movimiento se utilizará la cinemática inversa que describe el comportamiento del mecanismo durante la trayectoria planteada. Se utiliza un perfil de octavo grado para describir las características del desplazamiento de los eslabones durante la trayectoria. Para el análisis cinemático del mecanismo se utiliza las siguientes ecuaciones:

$$d_f = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} \quad (1)$$

$d_f$ .- Longitud total de la recta.

$X_1, Y_1$ .- coordenadas iniciales del desplazamiento.

$X_2, Y_2$ .- coordenadas finales del desplazamiento.

$$v_f = \text{Num} \frac{d_f}{t_f} \quad (2)$$

$v_f$ .- velocidad angular con la que se desplaza el mecanismo en un perfil de 8° grado.

$t_f$ .- tiempo final de proceso.

Num.- valor adimensional, el cual está comprendido entre 1.458334 y 2.1875, [3].

$$\text{Desp} = d_f \left( \frac{70 t^3}{t_f^3} - \frac{315 t^4}{t_f^4} + \frac{546 t^5}{t_f^5} - \frac{420 t^6}{t_f^6} + \frac{120 t^7}{t_f^7} \right) + v_f \left( -\frac{32 t^3}{t_f^2} + \frac{160 t^4}{t_f^3} - \frac{288 t^5}{t_f^4} + \frac{224 t^6}{t_f^5} - \frac{64 t^7}{t_f^6} \right) \quad (3)$$

$t$ .- intervalo de tiempo.

Desp.- parámetro de desplazamiento de un perfil de 8° grado.

$$X = X_1 + \frac{X_2 - X_1}{\theta_f} \text{Desp} \quad (4)$$

$X$ .- valor en el eje X del plano cartesiano para un punto en el desplazamiento.

$$Y = Y_1 + \frac{Y_2 - Y_1}{\theta_f} \text{Desp} \quad (5)$$

$Y$ .- valor en el eje Y del plano cartesiano para un punto en el desplazamiento.

$$\theta_1 = \text{Tan}^{-1} \frac{Y}{X} + \text{Cos}^{-1} \left( \frac{L_2^2 + X^2 + Y^2 - L_1^2}{2 L_2 \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) \quad (6)$$

$\theta_1$ .- ángulo que tiene el eslabón 1 en una posición determinada durante la trayectoria.

$L_1$ .- longitud del eslabón 1.

$L_2$ .- longitud del eslabón 2.

$$\theta_2 = 180^\circ - \text{Cos}^{-1} \left( \frac{L_1^2 + L_2^2 - X^2 - Y^2}{2 L_1 L_2} \right) \quad (7)$$

$\theta_2$ .- ángulo que tiene el eslabón 2 en una posición determinada durante la trayectoria.

### 2.2 Cinética

Para el análisis cinético se utiliza la formulación recursiva de Newton-Euler, ya que para conocer las dimensiones óptimas de los eslabones se necesita modificar las longitudes de éstos lo cual implica modificaciones en la matriz de inercia del eslabón. Para el análisis cinético del eslabón 2 se utilizan las siguientes ecuaciones:

$${}^2f_1 = m_2 {}^2a_{CG2} - {}^2W_2 \quad (8)$$

${}^2f_1$ .- fuerza que genera el eslabón 2 aplicada en la unión que se tiene con el eslabón 1.

$m_i$ .- masa del eslabón  $i$ ,  $i=1, 2$ .

${}^i a_{CGi}$ .- aceleración del eslabón  $i$ ,  $i=1, 2$ .

${}^i W_i$ .- peso del eslabón  $i$ ,  $i=1, 2$ .

$${}^2n_1 = I_2 {}^2\alpha_2 + {}^2\omega_2 \otimes I_2 {}^2\omega_2 + {}^2P_{CG2} \otimes {}^2f_1 \quad (9)$$

${}^{i+1}n_i$ - Momento necesario para mover el eslabón  $i$ ,  $i=1, 2$ .

$I_i$ - matriz de inercia del eslabón  $i$ ,  $i=1, 2$ .

${}^{i+1}\alpha_{i+1}$ - aceleración angular del eslabón  $i$ ,  $i=1, 2$ .

${}^i\omega_i$ .- velocidad angular del eslabón  $i$ ,  $i=1, 2$ .

${}^iP_{CGi}$ - distancia que existe desde la unión del eslabón  $i$  y el eslabón  $i+1$  hasta el centro de gravedad del eslabón  $i+1$ ,  $i=1, 2$ .

Primero, se calcula la matriz de inercia para cada uno de los individuos por lo que para simplificar se utilizará una morfología muy sencilla para el eslabón 2 de la pata (Fig. 2), ec. 10.

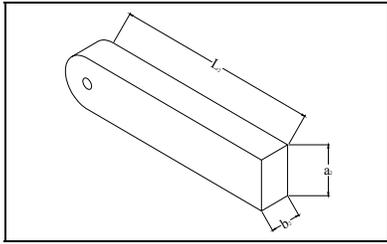


Fig. 2. Morfología del eslabón 2

$$I_{xx2} = \frac{\rho_2 a_2 b_2 (3\pi a_2^3 + 4\pi a_2 b_2^2 + 32a_2^2 L_2 + 32b_2^2 L_2)}{384} \quad (10)$$

$I_{xx2}$ - momento de inercia respecto del eje X del eslabón 2.

$\rho_2$ - densidad del eslabón 2.

$a_2$ - altura del eslabón 2.

$b_2$ - espesor del eslabón 2.

$$I_{yy2} = \frac{\rho_2 a_2 b_2 (3\pi a_2^3 + 4\pi a_2 b_2^2 + 32L_2^3 + 32b_2^2 L_2)}{384} + \left( \frac{\rho_2 a_2 b_2 L_2 (288a_2 L_2 + \pi a_2^2)}{1296\pi (64L_2^2 + 16\pi a_2 L_2 + \pi^2 a_2^2)} \right) (9\pi^2 L_2^2 + 24\pi a_2 L_2 + 16a_2^2) \quad (11)$$

$I_{yy2}$ - momento de inercia respecto del eje Y del eslabón 2.

$$I_{zz2} = \frac{\rho_2 a_2 b_2 (3\pi a_2^3 + 16L_2^3 + 16a_2^2 L_2)}{384} + \left( \frac{\rho_2 a_2 b_2 L_2 (288a_2 L_2 + \pi a_2^2)}{1296\pi (64L_2^2 + 16\pi a_2 L_2 + \pi^2 a_2^2)} \right) (9\pi^2 L_2^2 + 24\pi a_2 L_2 + 16a_2^2) \quad (12)$$

$I_{zz2}$ - momento de inercia respecto del eje Z del eslabón 2.

Para el eslabón 1 se tiene:

$${}^1f_0 = m_1 {}^1a_{CG1} - {}^1W_1 + {}^1f_1 \quad (13)$$

$${}^1n_1 = I_1 {}^1\alpha_1 + {}^1\omega_1 \otimes I_1 {}^1\omega_1 + {}^1P_{CG1} \otimes {}^1f_0 + ({}^1P_2 - {}^1P_{CG1}) \otimes {}^1f_1 + {}^1n_1 \quad (14)$$

Para calcular la matriz de inercia para el eslabón 1 de la pata (Fig. 3), se utiliza la ec. 15.

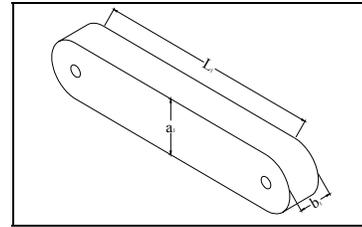


Fig. 3. Morfología del eslabón 1

$$I_{xx1} = \frac{\rho_1 a_1 b_1 (\pi a_1 (3a_1^2 + 4b_1^2) + 16L_1 (a_1^2 + b_1^2))}{192} \quad (15)$$

$I_{xx1}$ - momento de inercia respecto del eje X del eslabón 1.

$\rho_1$ - densidad del eslabón 1.

$a_1$ - altura del eslabón 1.

$b_1$ - espesor del eslabón 1.

$$I_{yy1} = \frac{\rho_1 a_1 b_1 (L_1^2 + b_1^2)}{12} + \frac{\rho_1 a_1^2 b_1 (3\pi (3a_1^2 + 4b_1^2) + 4(4a_1 + 3\pi L_1)^2)}{579\pi} \quad (16)$$

$I_{yy1}$ - momento de inercia respecto del eje Y del eslabón 1.

$$I_{zz1} = \frac{\rho_1 a_1 b_1 (L_1^2 + a_1^2)}{12} + \frac{\rho_1 a_1^2 b_1 (3\pi^2 a_1^2 + 2(4a_1 + 3\pi L_1)^2)}{288\pi} \quad (17)$$

$I_{zz1}$ .- momento de inercia respecto del eje Z del eslabón 1.

### 2.3 Algoritmo genético

El algoritmo genético está compuesto por varios procedimientos o subprogramas que tienen una función específica dentro del programa, éstos son:

#### 2.3.1 Cromosoma

Este subprograma se encarga de encontrar el número de cromosomas que tendrá cada individuo en su cadena genética; este número depende de un rango entre el cual vamos a hacer la búsqueda del resultado óptimo y de la precisión con la que se quiere desplegar los resultados.

#### 2.3.2 Población

Este subprograma se encarga de asignarle tanto el número como el valor de cromosomas de la cadena genética de cada individuo de la primera generación, la cantidad de individuos por generación debe ser un número par, los valores que puede contener cada cromosoma de la cadena son 0 ó 1 y son asignados al azar, dándole a cada individuo un valor en base binaria.

#### 2.3.3 Genotipo base 10

Este subprograma hace que el valor que cada individuo tiene en base binaria se convierta en un valor en base 10.

#### 2.3.4 Fenotipo

Este subprograma se encarga de transformar el valor del genotipo base 10 de cada individuo en una posible solución del problema; este dato por lo general se encuentra comprendido dentro de un rango de valores, por lo que para conocer cuál es el valor de cada individuo se debe hacer una interpolación.

#### 2.3.5 Calificación

En este subprograma se tiene la función a evaluar, con la cual se va a encontrar una posible solución al problema, además de calificar a todos los individuos de cada generación y dar el mejor individuo de la generación. Para la evaluación de

cada individuo se tienen que hacer las siguientes consideraciones:

a) Si el valor propuesto es menor al valor obtenido mediante la función entonces:

$$\text{Evaluación} = \frac{\text{Valor Propuesto}}{\text{Valor obtenido}} \quad (18.A)$$

b) Si el valor propuesto es mayor al valor obtenido mediante la función entonces:

$$\text{Evaluación} = \frac{\text{Valor obtenido}}{\text{Valor Propuesto}} \quad (18.B)$$

Tomando en consideración lo anterior se tiene que el mejor individuo que se puede encontrar es aquel cuya su evaluación esté más cercana a 1.

#### 2.3.6 Porcentaje

Este subprograma suma las calificaciones de todos los individuos de cada generación y en base a esto le asigna un porcentaje a cada individuo hasta llegar al 100 % por lo que cada individuo tiene un rango del porcentaje, es de suponerse que los individuos con mejor calificación también son los que tienen un mayor porcentaje.

#### 2.3.7 Padres

Este subprograma escoge dos individuos al azar para utilizarlos como padres de una nueva generación, la elección de estos individuos se hace escogiendo un número al azar y el individuo cuyo rango de porcentaje contenga ese número será uno de los elegidos, es de suponer que los individuos con mayor porcentaje tienen mayores posibilidades de ser escogidos.

#### 2.3.8 Hijos

Este subprograma reproduce a los individuos anteriormente escogidos o padres para generar dos nuevos individuos llamados hijos; la forma en que se generan estos nuevos individuos se logra cortando la cadena genética de los padres en algún punto al azar, el primer hijo contendrá dentro de la primera parte de su cadena genética los cromosomas de la primera parte de la cadena genética del primer padre y la segunda parte de su cadena será la segunda parte de la cadena genética del segundo padre, el segundo hijo contendrá, dentro de la primera parte de su cadena genética, los cromosomas de la primera parte de la cadena genética del segundo padre y la segunda parte

de su cadena será la segunda parte de la cadena genética del primer padre.

Los subprogramas padres e hijos se repiten varias veces hasta contar con una población con el mismo número de individuos que se tenía.

#### 2.3.9 Nueva generación

Este subprograma convierte los nuevos individuos generados durante el subprograma hijos en la nueva generación con la cual se va a trabajar para encontrar un resultado más cercano al que se desea llegar.

#### 2.3.10 Mutación

Este subprograma se encarga de generar una mutación en algunos individuos de la nueva generación, lo cual se logra escogiendo al azar una cantidad de individuos y cambiando el valor de uno o más de sus cromosomas; la cantidad de individuos y la cantidad de cromosomas que se modifican depende de un factor de mutación inicialmente proporcionado y de la cantidad de individuos que se tiene por generación.

#### 2.3.11 Mejor individuo por generación

Este subprograma se encarga de mostrar los resultados obtenidos de la manera que se desee, ya sea de forma numérica o de forma gráfica, o de ambas formas, todo depende de los resultados que se quiera desplegar.

### 2.4 Integración de sistemas

Los diferentes sistemas se integran desde el inicio del programa, en la primera parte se deben introducir algunas variables necesarias para encontrar la solución del problema, estos datos son: la suma de los 2 eslabones, el ancho de cada eslabón, el espesor de cada eslabón, las densidades de los eslabones, el tiempo final que tardará el mecanismo en terminar la trayectoria planteada, el intervalo de tiempo en que se llevará a cabo cada cálculo, las coordenadas iniciales ( $X_1, Y_1$ ), las coordenadas finales ( $X_2, Y_2$ ), la cantidad de individuos por generación, el número de generaciones, el factor de mutación a utilizar por generación y la precisión con la que se desea que el programa despliegue los resultados.

Una vez introducidos estos datos se procede a calcular el número de cromosomas que tendrá cada individuo en su cadena genética, después de que se tenga calculado el número de cromosomas, se procede a introducir el valor de los cromosomas que

tendrá cada individuos en su cadena, una vez que se tiene el valor de los cromosomas de cada individuo se procede a determinar el valor de cada individuo en base 10. Una vez realizado esto, se procede a determinar una posible solución para el problema o fenotipo por cada individuo, este valor se proporciona en el subprograma calificación, el cual utiliza las ecuaciones de cinética y cinemática para dar a conocer las longitudes y los pares motores del mecanismo, además de calificar a los individuos para ver cual es el que se encuentra más cercano a la solución del problema. Después de calificar los individuos de cada generación se asigna un porcentaje del total de la generación, una vez realizado esto, se escogen al azar dos individuos de la generación, los cuales serán utilizados como padres para generar dos nuevos individuos mezclando sus cadenas genéticas, este último procedimiento se repetirá las veces que sea necesarios hasta tener una cantidad de nuevos individuos igual a la cantidad de individuos de la generación, estos nuevos individuos son los que forman la nueva, después se cambian algunos cromosomas de algunos individuos de la nueva generación, esto se hace con el propósito de simular la mutación que implementa la naturaleza en los individuos, estas mutaciones afectan al individuo pudiendo producir individuos con una mejor calificación o individuos con una calificación más baja, una vez aplicada la mutación se procede a realizar los mismos procedimientos que se llevaron a cabo con la primera generación sin incluir el cálculo de cromosoma, ya que los nuevos individuos ya contienen esa información dentro de su cadena genética, este procedimiento se repetirá hasta que ya no existan cambios muy grandes entre los mejores individuos de cada generación.

Una vez que se terminaron de hacer los cálculos se procede a encontrar al mejor individuo el cual contiene los resultados más óptimos para la solución del problema y se pueden desplegar mediante el subprograma mejor individuo por generación el cual muestra el par motor óptimo para cada uno de los eslabones, la longitud de cada eslabón, el número Num que se utiliza para encontrar el perfil de trayectoria más adecuado y, además, muestra las gráficas del par motor, desplazamiento, velocidad y aceleración de cada eslabón durante la trayectoria planteada.

## 3. Análisis de resultados

Enseguida se muestra de forma gráfica y numérica los resultados que se obtuvieron con este algoritmo. Para este ejemplo se ha decidido que el algoritmo encuentre las posibles dimensiones cuando el par

motor del eslabón 1 sea 3 veces mayor al del eslabón 2, introduciendo como únicos datos:

- 1) la longitud resultante de la suma de los 2 eslabones que es de 0.25 m,
- 2) las alturas de los 2 eslabones que son de 0.0254 m,
- 3) los espesores que son de 0.001875 m,
- 4) las densidades del material constitutivo que son de 2700 kg/m<sup>3</sup>,
- 5) el tiempo final que es de 10 s,
- 6) el intervalo de tiempo que es de 0.1 s,
- 7) las coordenadas iniciales que son (0.1 m, 0.1 m) y las coordenadas finales que son (0.15 m, 0.175 m),
- 8) una población de 26 individuos,
- 9) una precisión de 5 decimales,
- 10) un factor de mutación de 2 % y
- 11) 50 generaciones.

Dando como resultado:

- a) el par motor del primer eslabón de  $2.3552369 \times 10^{-5}$  N-m y el del segundo de  $7.85007 \times 10^{-6}$  N-m que es aproximadamente la tercera parte del primer torque,
- b) la longitud del primer eslabón es de 0.09973 m
- c) y la longitud del segundo es de 0.15027 m.
- d) Además de graficar sus velocidades, desplazamientos, aceleraciones y pares motores ( Fig. 4).

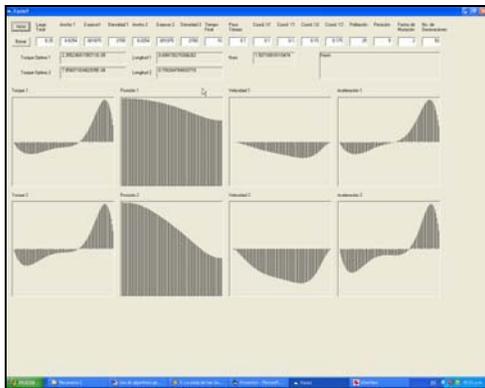


Fig. 4. Resultados obtenidos mediante el algoritmo genético.

#### 4. Conclusiones

Después de realizar el algoritmo genético se ha podido comprobar la confiabilidad que estos proporcionan como herramienta para la optimización en el diseño mecánico, logrando optimizar las

dimensiones y los torques de dos eslabones de una pata robótica.

En un futuro se pretende lograr la optimización de todas las dimensiones y los torques del robot, así como poder darle una morfología más compleja a las partes que componen al robot caminante hexápodo.

#### Referencias

- [1] Goldberg, D. “*Genetic Algorithms in Search, Optimization, and machine Learning*”, Addison-Wesley Publishing company, Inc., United States of America, 1<sup>a</sup> edición, 1989.
- [2] Michalewicz, Z. “*Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*”, Springer, United States of America, 3<sup>a</sup> edición, 1999.
- [3] Juárez, C, I., “*Sobre las regiones Geométricas Articulares y su Aplicación en el Mejoramiento del Desempeño de un Manipulador Mediante Estrategias Evolutivas*”. Tesis doctoral, UNAM, 2002.