

MODELACIÓN DE UN MECANISMO DE CINCO BARRAS USANDO UNA ROTACIÓN VARIANTE DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

* Eusebio Jiménez López

ejimenezl@msn.com

** Luis Reyes Ávila

lreyesa@citlali.imt.mx

* Francisco Cuenca Jiménez

Fracuenc@itesm.mx

* División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, Sección Mecánica
Cd. Universitaria, México, D.F., C.P. 04510, Apdo. Postal 70-256 Fax 56223008

** Instituto Mexicano del Transporte.

Resumen

Este artículo presenta el modelado cinemático de posicionamiento de un mecanismo de cinco barras usando una rotación variante del álgebra de los números complejos. Se analizan dos configuraciones asociadas con el mecanismo: 1) la no deformada y 2) la deformada. En ambas configuraciones se analizan y se formulan los problemas cinemáticos directo e inverso. El sistema de ecuaciones e incógnitas para el problema directo fue de 6×6 , en tanto para el problema inverso dicho sistema fue de 8×8 . Los modelos obtenidos fueron programados en el paquete de programación Visual Basic V6.

Palabras clave: Mecanismos, cinemática, álgebra de números complejos.

Introducción

El modelado cinemático de mecanismos ha sido estudiado por un gran número de investigadores [1,2]. También, para representar los movimientos de los mecanismos diversas herramientas matemáticas han sido desarrolladas: las coordenadas generalizadas [3] la representación exponencial de números complejos [2], las matrices homogéneas [4] y los Cuaterniones [5] son algunas de dichas herramientas.

En un trabajo reciente se han parametrizado y sistematizado las rotaciones y reflexiones de multicuerpos rígidos en el plano [6]. En dicho trabajo se demostró que existen dos transformaciones lineales que caracterizan dos rotaciones y dos transformaciones lineales que se identifican con dos reflexiones, todas ellas definidas en el espacio vectorial de números complejos.

Una de estas transformaciones lineales es llamada rotación variante. Con la operación variante

y su transformación conjugada se caracteriza la rotación variante la cual es ortogonal y de determinante positivo (+1). Las rotaciones y reflexiones sistematizadas en [6] fueron aplicadas en [7] para modelar las ecuaciones de posición de un robot de dos grados de libertad.

En este artículo se modela el problema de análisis de posicionamiento de un mecanismo de cinco barras plano usando la rotación variante. La metodología usada en este trabajo es la siguiente: 1) Caracterizar el mecanismo. 2) Construir las ecuaciones de posición en la configuración de referencia usando la rotación variante. 3) Formular los problemas cinemáticos directo e inverso en la configuración no deformada. 4) Construir las ecuaciones de posición en una nueva configuración usando la rotación variante. 5) Formular los problemas cinemáticos directo e inverso en la nueva configuración. 6) Programar y simular las ecuaciones generadas en Visual Basic V6. Es importante mencionar que, una rotación rígida es llamada "deformación rígida" [8] y, por tanto, es posible denominar a la configuración de referencia del mecanismo configuración no deformada y a la nueva posición, la configuración deformada.

La metodología utilizada en este artículo ha sido usada en [9] para modelar el mecanismo de cinco barras usando Cuaterniones. Finalmente, el mecanismo modelado en este artículo fue analizado en [10,11] usando coordenadas generalizadas.

1 El marco teórico

Sobre el conjunto \mathbb{R}^2 se definen dos operaciones binarias: $\oplus : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ y $\otimes : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mediante los cuales, las parejas (\mathbb{R}^2, \oplus) y (\mathbb{R}^2, \otimes) forman dos grupos, uno aditivo y otro conmutativo multiplicativo, respectivamente [6]. Se

demuestra que la terna $(\mathfrak{R}^2, \oplus, \otimes)$ es un cuerpo conmutativo. Las operaciones $\oplus : \mathfrak{R}^2 \times \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^2$ y $\otimes : \mathfrak{R}^2 \times \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^2$ se definen de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} \text{i) } (a, b) \oplus (\alpha, \beta) &= (a + \alpha, b + \beta) & (1.1) \\ \text{ii) } (a, b) \otimes (\alpha, \beta) &= (-a\alpha + b\beta, a\beta + b\alpha), \\ &\forall (a, b), (\alpha, \beta) \in \mathfrak{R}^2 \end{aligned}$$

Cabe señalar que la operación $\otimes : \mathfrak{R}^2 \times \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^2$ es no asociativa y conmutativa. Por otro lado, en \mathfrak{R}^2 se define una operación escalar $\bullet : \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^2$, un producto interno, esto es, $\langle \bullet, \bullet \rangle : \mathfrak{R}^2 \times \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}$ y una norma $\|\bullet\| : \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}$ y, por tanto, la estructura $(\mathfrak{R}^2, \oplus, \otimes, \langle \bullet, \bullet \rangle, \|\bullet\|)$ es un espacio vectorial normado y con producto interno llamado el espacio vectorial de los números complejos. Por otro lado, sean $p = \{a, b\} \in \mathfrak{R}^2$, $q = \{\alpha, \beta\} \in \mathfrak{R}^2$. Entonces

$$\begin{aligned} \text{i) } \overline{p \otimes q} &= \overline{q} \otimes \overline{p}, \\ \text{ii) } p \otimes \overline{p} &= \overline{p} \otimes p = -\{a^2 + b^2, 0\}, \\ \text{iii) } \overline{p} \otimes q \oplus \overline{q} \otimes p &= -2\{a\alpha + b\beta, 0\} \end{aligned}$$

Aquí, $\overline{p} \in \mathfrak{R}^2$ definido por $\overline{p} = \{a, -b\} \in \mathfrak{R}^2$ es el conjugado de $p = \{a, b\} \in \mathfrak{R}^2$. Por otro lado, la transformación lineal $R_2 : \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^2$ definida por:

$$R_2(p, q) = \frac{1}{\|p\|} \bullet p \otimes q \quad ; q \in \mathfrak{R}^2 \text{ fijo} \quad (1.2)$$

es una rotación variante [6]. Además, $p, q \in \mathfrak{R}^2$ son dos complejos de norma unitaria definidos por:

$$\begin{aligned} 1) p &= \{p_0, p_1\}, \quad p_0^2 + p_1^2 = 1 & (1.3) \\ 2) q &= \{q_0, q_1\}, \quad q_0^2 + q_1^2 = 1 \end{aligned}$$

Finalmente, las relaciones entre los componentes de los complejos $p, q \in \mathfrak{R}^2$ y los componentes de las rotaciones son las siguientes:

$$\begin{aligned} 1) p &= \{p_0, p_1\}; \quad p_0 \in \mathfrak{R}; \quad p_0 = -\text{Cos } \theta_1 & (1.4) \\ &\quad p_1 \in \mathfrak{R}; \quad p_1 = -(\pm \text{Sen } \theta_1) \\ 2) q &= \{q_0, q_1\}; \quad q_0 \in \mathfrak{R}; \quad q_0 = -\text{Cos } \theta_2 \\ &\quad q_1 \in \mathfrak{R}; \quad q_1 = -(\pm \text{Sen } \theta_2) \end{aligned}$$

Aquí, $\theta_1, \theta_2 \in \mathfrak{R}$ son los desplazamientos angulares.

2 Arquitectura del mecanismo de cinco barras

La estructura articulada mostrada en la figura 2.1 está compuesta por cinco eslabones rígidos los cuales serán llamados E_1, E_2, E_3, E_4 y T. Dichos eslabones están conectados y articulados por juntas del tipo R denominadas J_1, J_2, J_3, J_4 , y J_4' , respectivamente. El multicuerpo se encuentra empotrado con la tierra del sistema (T) a través de las articulaciones J_1 y J_4' , según se muestra en 2.1.

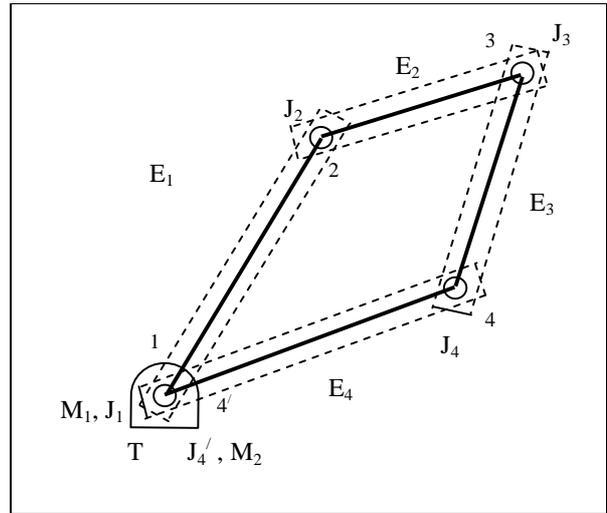


Fig. 2.1. Arquitectura del mecanismo de cinco barras.

La configuración mostrada en la figura anterior es conocida como cadena cinemática cerrada. Sobre las juntas J_1 y J_4' se localizan dos actuadores (M_1 y M_2) los cuales producirán el movimiento. Una restricción propia del M_{CB} es que sus eslabones se consideran rígidos. El punto de interés en este artículo es $3 \in J_3$ (ver figura 2.1).

3 Análisis en la configuración no deformada

Suponga que se desea localizar el punto $3 \in J_3$ desde el origen O mostrado en la figura 3.1. Para ello, se definen vectores de posición sobre los eslabones:

$$\begin{aligned} 1) \underline{L}_{2,1} &= 2 - 1; \quad \underline{L}_{3,2} = 3 - 2 & (3.1) \\ 2) \underline{L}_{3,4} &= 3 - 4; \quad \underline{L}_{4,1} = 4 - 1 \end{aligned}$$

La configuración no deformada se muestra en la figura 3.1

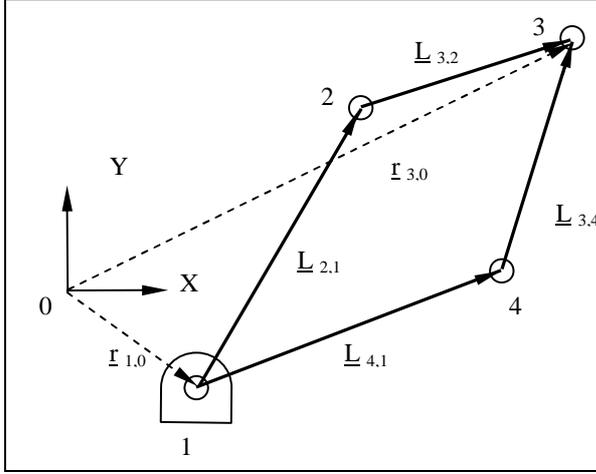


Fig. 3.1 Vectores en la configuración no deformada.

Por otro lado, las coordenadas de los puntos **3** y **1** medidas desde **O** pueden ser localizadas a través de los siguientes vectores:

$$\underline{r}_{3,0} = 3 - O \quad ; \quad \underline{r}_{1,0} = 1 - O \quad (3.2)$$

De acuerdo con la figura 3.1, las coordenadas del punto **3** con respecto de **O** pueden ser determinadas con las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned} 1) \quad \underline{r}_{3,0} &= \underline{r}_{1,0} \oplus \underline{L}_{2,1} \oplus \underline{L}_{3,2} \\ 2) \quad \underline{r}_{3,0} &= \underline{r}_{1,0} \oplus \underline{L}_{4,1} \oplus \underline{L}_{3,4} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Sobre cada vector de posición asociado con los eslabones E_1, E_2, E_3 y E_4 se definen sistemas de referencia móviles los cuales serán llamados $\underline{e}_1^I, \underline{e}_1^{II}, \underline{e}_1^{III}, \underline{e}_1^{IV} \in \mathfrak{R}^2$. Dichos sistemas se muestran en la figura 3.2.

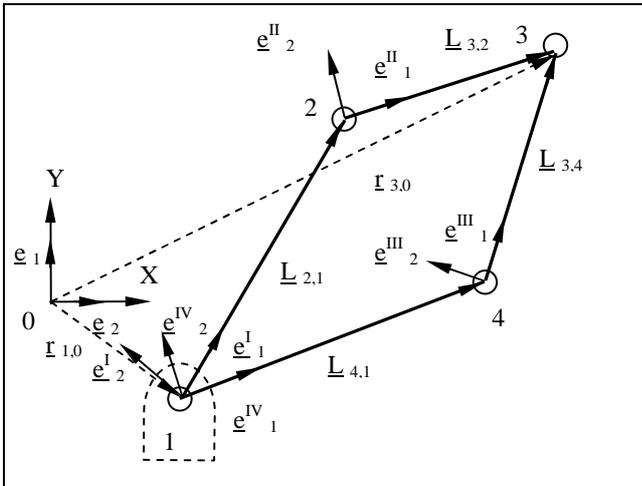


Fig. 3.2 Vectores en la configuración no deformada.

Por otro lado, los vectores $\underline{L}_{2,1}, \underline{L}_{3,2}, \underline{L}_{3,4}, \underline{L}_{4,1} \in \mathfrak{R}^2$ se pueden representar en términos de las bases móviles, esto es:

$$\begin{aligned} 1) \quad \underline{L}_{2,1} &= l_{2,1} \bullet \underline{e}_1^I \quad ; \quad \underline{L}_{3,2} = l_{3,2} \bullet \underline{e}_1^{II} \\ 2) \quad \underline{L}_{3,4} &= l_{3,4} \bullet \underline{e}_1^{III} \quad ; \quad \underline{L}_{4,1} = l_{4,1} \bullet \underline{e}_1^{IV} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Aquí, $l_{2,1}, l_{3,2}, l_{3,4}, l_{4,1} \in \mathfrak{R}^+$ son las dimensiones principales de los eslabones. De acuerdo con las expresiones (3.4), las ecuaciones (3.3) se escriben de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} 1) \quad \underline{r}_{3,0} &= \underline{r}_{1,0} \oplus l_{2,1} \bullet \underline{e}_1^I \oplus l_{3,2} \bullet \underline{e}_1^{II} \\ 2) \quad \underline{r}_{3,0} &= \underline{r}_{1,0} \oplus l_{4,1} \bullet \underline{e}_1^{IV} \oplus l_{3,4} \bullet \underline{e}_1^{III} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Por otro lado, las bases móviles son rotaciones de la base inercial asociada con el punto de referencia **O**, y pueden ser expresadas en términos de números complejos y por la transformación lineal $R_2: \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^2$, esto es:

$$\begin{aligned} 1) \quad \underline{e}_1^I &= R_2(p, \underline{e}_1) = \overline{p \otimes \underline{e}_1} \quad ; \quad \underline{e}_1^{II} = R_2(q, \underline{e}_1) = \overline{q \otimes \underline{e}_1} \\ 2) \quad \underline{e}_1^{III} &= R_2(r, \underline{e}_1) = \overline{r \otimes \underline{e}_1} \quad ; \quad \underline{e}_1^{IV} = R_2(s, \underline{e}_1) = \overline{s \otimes \underline{e}_1} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Aquí, $p, q, r, s \in \mathfrak{R}^2$ son complejos de norma unitaria asociados con las rotaciones de la base inercial sobre las bases locales. Por tanto, las expresiones (3.5) se escriben en términos de las ecuaciones (3.6) de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} 1) \quad \underline{r}_{3,0} &= \underline{r}_{1,0} \oplus l_{2,1} \bullet \{ \overline{p \otimes \underline{e}_1} \} \oplus l_{3,2} \bullet \{ \overline{q \otimes \underline{e}_1} \} \\ 2) \quad \underline{r}_{3,0} &= \underline{r}_{1,0} \oplus l_{4,1} \bullet \{ \overline{r \otimes \underline{e}_1} \} \oplus l_{3,4} \bullet \{ \overline{s \otimes \underline{e}_1} \} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Los complejos $p, q, r, s \in \mathfrak{R}^2$ son de norma unitaria [6]; esto es:

$$\begin{aligned} 1) \quad \|p\|^2 &= p_0^2 + p_1^2 = 1; \|q\|^2 = q_0^2 + q_1^2 = 1 \\ 2) \quad \|r\|^2 &= r_0^2 + r_1^2 = 1; \|s\|^2 = s_0^2 + s_1^2 = 1 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Las relaciones geométricas entre las componentes de los complejos y las rotaciones son las siguientes:

$$\begin{aligned} 1) \quad p &= \{p_0, p_1\}; \quad p_0 \in \mathfrak{R}, p_0 = -\text{Cos } \theta_1 \\ &\quad p_1 \in \mathfrak{R}, p_1 = -(\pm \text{Sen } \theta_1) \\ 2) \quad q &= \{q_0, q_1\}; \quad q_0 \in \mathfrak{R}, q_0 = -\text{Cos } \theta_2 \\ &\quad q_1 \in \mathfrak{R}, q_1 = -(\pm \text{Sen } \theta_2) \\ 3) \quad r &= \{r_0, r_1\}; \quad r_0 \in \mathfrak{R}, r_0 = -\text{Cos } \theta_3 \\ &\quad r_1 \in \mathfrak{R}, r_1 = -(\pm \text{Sen } \theta_3) \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$4) s = \{s_0, s_1\}; s_0 \in \mathfrak{R}, s_0 = -\text{Cos } \theta_4 \\ s_1 \in \mathfrak{R}, s_1 = -(\pm \text{Sen } \theta_4)$$

Los desplazamientos angulares $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4 \in \mathfrak{R}$ se muestran en la figura 3.3.

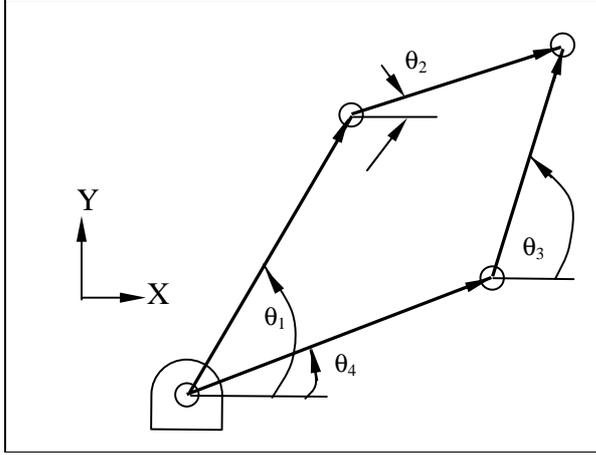


Fig. 3.3. Definición de desplazamientos angulares.

3.1 Problema directo

Dados, $p = \{p_0, p_1\}$, $s = \{s_0, s_1\}$, con $\|p\| = \|s\| = 1$, $l_{2,1}, l_{3,2}, l_{3,4}, l_{4,1} \in \mathfrak{R}^+$, $r_{1,0} \in \mathfrak{R}^2$, encuentre $r_{3,0} \in \mathfrak{R}^2$ y $r = \{q_0, q_1\}$, $s = \{r_0, r_1\}$ tal que las expresiones (3.7) sea satisfechas y

$$q_0^2 + q_1^2 = 1 \\ r_0^2 + r_1^2 = 1$$

3.2 Problema inverso

Dados, $r_{3,0} \in \mathfrak{R}^2$, $r_{1,0} \in \mathfrak{R}^2$, $l_{2,1}, l_{3,2}, l_{3,4}, l_{4,1} \in \mathfrak{R}^+$, encuentre $p = \{p_0, p_1\}$, $q = \{q_0, q_1\}$, $r = \{r_0, r_1\}$, $s = \{s_0, s_1\}$ tal que las ecuaciones (3.7) sean satisfechas y,

$$p_0^2 + p_1^2 = 1; q_0^2 + q_1^2 = 1 \\ r_0^2 + r_1^2 = 1; s_0^2 + s_1^2 = 1$$

4 Análisis en la configuración deformada

El interés ahora es el de construir las ecuaciones de posición para localizar el punto $3 \in J_3$, el cual ha sido deformado a través de rotaciones rígidas de los eslabones. La configuración deformada del mecanismo en estudio se muestra en la figura 4.1.

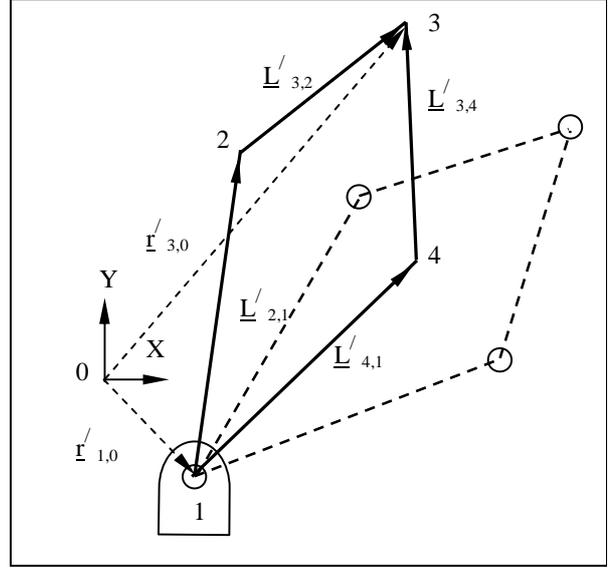


Fig 4.1. Configuración deformada.

De acuerdo con la figura anterior, las nuevas coordenadas del punto $3 \in J_3$ pueden ser determinadas a través de las expresiones siguientes:

$$1) \underline{r}_{3,0}' = \underline{r}_{1,0}' \oplus \underline{L}_{2,1}' \oplus \underline{L}_{3,2}' \quad (4.1) \\ 2) \underline{r}_{3,0}' = \underline{r}_{1,0}' \oplus \underline{L}_{4,1}' \oplus \underline{L}_{3,4}'$$

Aquí, $\underline{L}_{2,1}', \underline{L}_{3,2}', \underline{L}_{3,4}', \underline{L}_{4,1}' \in \mathfrak{R}^2$ son llamados vectores deformados, y pueden ser expresados en términos de las bases $\underline{a}_j^I, \underline{a}_j^{II}, \underline{a}_j^{III}, \underline{a}_j^{IV} \in \mathfrak{R}^2$ las cuales son mostradas en la figura 4.2; esto es:

$$1) \underline{L}_{2,1}' = l_{2,1} \cdot \underline{a}_1^I; \underline{L}_{3,2}' = l_{3,2} \cdot \underline{a}_1^{II} \quad (4.2) \\ 2) \underline{L}_{3,4}' = l_{3,4} \cdot \underline{a}_1^{III}; \underline{L}_{4,1}' = l_{4,1} \cdot \underline{a}_1^{IV}$$

De acuerdo con las ecuaciones (4.2), las expresiones (4.1) pueden ser escritas de la manera siguiente:

$$1) \underline{r}_{3,0}' = \underline{r}_{1,0}' \oplus l_{2,1} \cdot \underline{a}_1^I \oplus l_{3,2} \cdot \underline{a}_1^{II} \quad (4.3) \\ 2) \underline{r}_{3,0}' = \underline{r}_{1,0}' \oplus l_{4,1} \cdot \underline{a}_1^{IV} \oplus l_{3,4} \cdot \underline{a}_1^{III}$$

Según las figuras 3.2 y 4.2, las bases $\underline{a}_j^I, \underline{a}_j^{II}, \underline{a}_j^{III}, \underline{a}_j^{IV}$ son rotaciones rígidas de las bases locales $\underline{e}_j^I, \underline{e}_j^{II}, \underline{e}_j^{III}, \underline{e}_j^{IV} \in \mathfrak{R}^2$ y, estas a su vez, son rotaciones de la base canónica localizada en el origen de coordenadas. Dichas rotaciones pueden ser representadas en términos de complejos de norma unitaria; esto es:

$$1) \underline{a}_1^I = R_2(P, \underline{e}_1^I) = R_2(P, R_2(p, \underline{e}_1)) = \overline{P \otimes p} \otimes \underline{e}_1 \quad (4.4)$$

- 2) $\underline{a}_1^{II} = R_2(Q, \underline{e}_1^{II}) = R_2(Q, R_2(q, \underline{e}_1)) = \overline{Q \otimes q \otimes \underline{e}_1}$
- 3) $\underline{a}_1^{III} = R_2(R, \underline{e}_1^{III}) = R_2(R, R_2(r, \underline{e}_1)) = \overline{R \otimes r \otimes \underline{e}_1}$
- 4) $\underline{a}_1^{IV} = R_2(S, \underline{e}_1^{IV}) = R_2(S, R_2(s, \underline{e}_1)) = \overline{S \otimes s \otimes \underline{e}_1}$

Aquí, $P, Q, R, S \in \mathfrak{R}^2$ son números complejos. Las expresiones (4.3) se pueden escribir en términos de la base canónica, de la manera siguiente:

- 1) $\underline{r}_{3,0}' = \underline{r}_{1,0}' \oplus l_{2,1} \cdot \{ \overline{P \otimes p \otimes \underline{e}_1} \} \oplus l_{3,2} \cdot \{ \overline{Q \otimes q \otimes \underline{e}_1} \}$ (4.5)
- 2) $\underline{r}_{3,0}' = \underline{r}_{1,0}' \oplus l_{4,1} \cdot \{ \overline{S \otimes s \otimes \underline{e}_1} \} \oplus l_{3,4} \cdot \{ \overline{R \otimes r \otimes \underline{e}_1} \}$

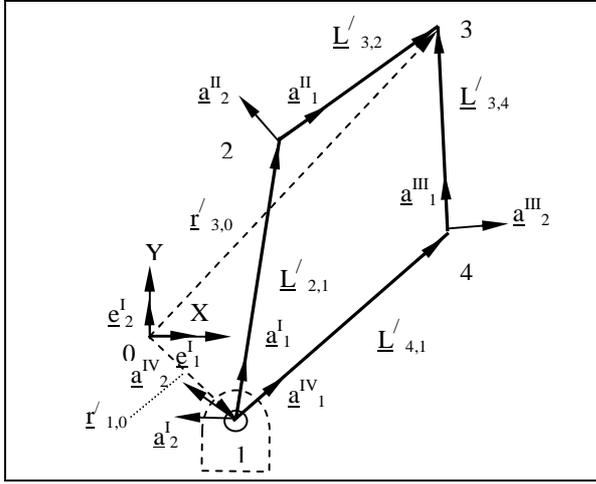


Fig. 4.2. Sistemas locales en la configuración deformada.

Las ecuaciones de norma unitaria de los complejos $P, Q, R, S \in \mathfrak{R}^2$ son:

- 1) $\|P\| = P_0^2 + P_1^2 = 1; \|Q\| = Q_0^2 + Q_1^2 = 1$ (4.6)
- 2) $\|R\| = R_0^2 + R_1^2 = 1; \|S\| = S_0^2 + S_1^2 = 1$

Finalmente, las relaciones geométricas entre los complejos $P, Q, R, S \in \mathfrak{R}^2$ de norma unitaria y las rotaciones son las siguientes:

- 1) $P = \{P_0, P_1\}; P_0 \in \mathfrak{R}, P_1 \in \mathfrak{R}; P_0 = -\cos \alpha_1, P_1 = -(\pm \text{Sen } \alpha_1)$
- 2) $Q = \{Q_0, Q_1\}; Q_0 \in \mathfrak{R}, Q_1 \in \mathfrak{R}; Q_0 = -\cos \alpha_2, Q_1 = -(\pm \text{Sen } \alpha_2)$
- 3) $R = \{R_0, R_1\}; R_0 \in \mathfrak{R}, R_1 \in \mathfrak{R}; R_0 = -\cos \alpha_3, R_1 = -(\pm \text{Sen } \alpha_3)$

- 4) $S = \{S_0, S_1\}; S_0 \in \mathfrak{R}, S_1 \in \mathfrak{R}; S_0 = -\cos \alpha_4, S_1 = -(\pm \text{Sen } \alpha_4)$

Los desplazamientos angulares $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \in \mathfrak{R}$ se muestran en la figura 4.3.

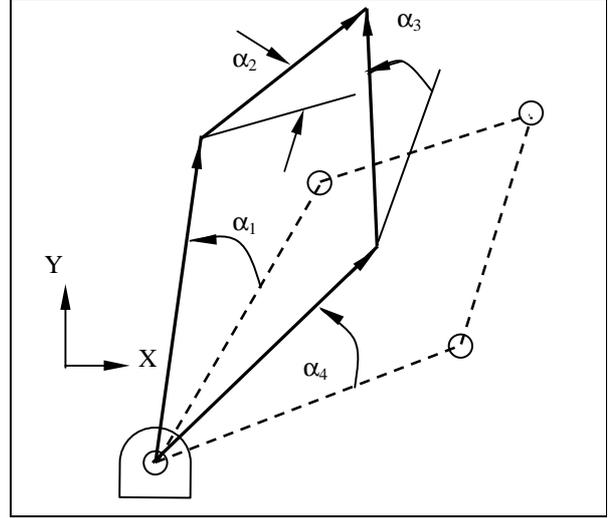


Fig. 4.3. Desplazamientos angulares en la configuración deformada.

4.1 Planteamiento del problema directo

Dados, $P = \{P_0, P_1\}, S = \{S_0, S_1\}$, con $\|P\| = \|S\| = 1, p = \{p_0, p_1\}, q = \{q_0, q_1\}, r = \{r_0, r_1\}, s = \{s_0, s_1\}$ con $\|p\| = \|q\| = \|r\| = \|s\| = 1, l_{2,1}, l_{3,2}, l_{3,4}, l_{4,1} \in \mathfrak{R}^+, \underline{r}_{1,0}' \in \mathfrak{R}^2$, encuentre $\underline{r}_{3,0}' \in \mathfrak{R}^2$ y $R = \{Q_0, Q_1\}, R = \{R_0, R_1\}$ tal que las expresiones (4.5) sea satisfechas y

$$\begin{aligned} R_0^2 + R_1^2 &= 1 \\ S_0^2 + S_1^2 &= 1 \end{aligned}$$

4.2 Planteamiento del problema inverso

Dados, $\underline{r}_{3,0}' \in \mathfrak{R}^2, \underline{r}_{1,0}' \in \mathfrak{R}^2, p = \{p_0, p_1\}, q = \{q_0, q_1\}, r = \{r_0, r_1\}, s = \{s_0, s_1\}$ con $\|p\| = \|q\| = \|r\| = \|s\| = 1, l_{2,1}, l_{3,2}, l_{3,4}, l_{4,1} \in \mathfrak{R}^+$, encuentre $P = \{P_0, P_1\}, Q = \{Q_0, Q_1\}, R = \{R_0, R_1\}, S = \{S_0, S_1\}$ tal que las ecuaciones (4.5) sean satisfechas y,

$$\begin{aligned} P_0^2 + P_1^2 &= 1; Q_0^2 + Q_1^2 = 1 \\ R_0^2 + R_1^2 &= 1; S_0^2 + S_1^2 = 1 \end{aligned}$$

5 Programación y simulación

Las ecuaciones cinemáticas de posicionamiento asociadas con el mecanismo motivo de estudio fueron programadas en el Software Visual Basic V6. La figura 5.1 muestra la salida gráfica del modelo cinemático de posicionamiento asociado con el mecanismo. Cabe señalar que la tierra L_2 mostrada en la figura 5.1 es la junta móvil J_4 y, además, la junta J_1 es tierra L_1 . El mecanismo simulado tiene otra configuración deformada la cual no afecta el análisis.

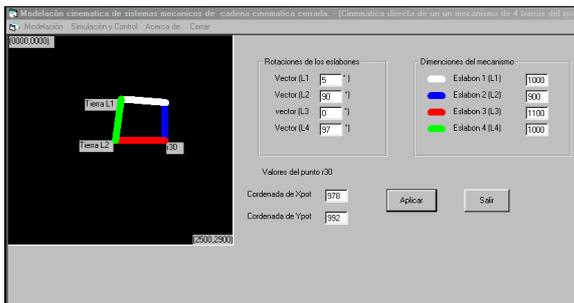


Fig. 5.1. Salida gráfica del mecanismo.

Conclusiones

En este artículo se ha modelado la cinemática de posicionamiento de un mecanismo de cinco barras usando una rotación variante definida en el espacio vectorial de números complejos [6]. Los resultados derivados de este trabajo se resumen en los puntos siguientes:

- El modelado del mecanismo usando la rotación variante es una nueva aportación al conjunto de las herramientas matemáticas usadas para el análisis y modelación de multicuerpos rígidos en el plano.
- El problema de la cinemática inversa tanto en la configuración no deformada como en la deformada generó un sistema de 8 ecuaciones con 8 incógnitas. El problema de la cinemática directa tanto en la configuración no deformada como en la deformada generó un sistema de 6 ecuaciones con 6 incógnitas.
- El sistema de ecuaciones e incógnitas resultó grande.

Referencias

[1] Stiles J. “*Advanced Mechanism*”. Micmillan Company, New York . (1966).

[2] Erdman A., Sandor G. “*Mechanisms Design: Analysis and Synthesis*”. Prentice Hall Inc, New Jersey. (1997).

[3] Fathi G., Chélet R.. “*A Reduced Model for Constrained Rigid Bodies with Application to Parallel Robots*”. Proceedings of the IFAC in Robot Control SYROCO’94. pp 57-62, Capri Italy. September 19-21. (1994).

[4] Ángeles J. “*Spatial Kinematic Chains : Analysis – Synthesis - Optimization*. Springer”. Verlag , New York . (1982).

[5] Reyes Ávila Luis. “*Quaternions: Une Representation Parametrique Systematique Des Rotations Finies. Partie I: Le Cadre Theorique*. Rapport de Recherche INRIA Rocquencourt. France. (1990).

[6] Reyes, L. “*Sobre la parametrización de las Rotaciones y Reflexiones de Multicuerpos Rígidos en el plano*”. *Estudios Ocasionales*. Universidad Anáhuac del Sur. ISBN 968-64-02-08-X .(1998).

[7] Jiménez, E et al. “*Sobre la parametrización de las rotaciones y reflexiones de multicuerpos rígidos en el plano: Modelación cinemática de un robot de dos grados de libertad*”. Informe interno de investigación. ISBN 968 - 36 - 9841 - 7. (2002).

[8] Gurtin M. *Introduction of Continuum Mechanics*. Academic Press. New York. (1981).

[9] Jiménez E. “*Simulación de un proceso de manufactura con obstáculos en la línea de producción*”. Tesis de Maestría en Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, México. (1998).

[10] Fathi G. “*Modeling and PD Control of Closed – Chains Mechanical Systems*”. Proceedings of the 34th Conference on Decisions and Control. pp 540-542, New Orleans, Louisiana, Dec 13-15. (1995).

[11] Gunawardana R., y Fathi G. “*PD Control of Closed- Chain Mechanical Systems: An Experimental Study*”. Proceedings of the Fifth IFAC Symposium on Robot Control SYROCO’97. Vol. 1, pp 79-84, Nantes, France, September 3-5. (1997).