

DISEÑO MECATRONICO DE UN ROBOT CARTESIANO ENFOCADO AL CORTE DE PIEZAS DE CALZADO

Ismael Morales Mata, Yu Tang

División de Estudios de Posgrado
Facultad de Ingeniería. UNAM
A.P. 70-273 04510 México D.F.

e-mail: i_morales_mata@hotmail.com , tang@servidor.unam.mx

Resumen

Se presenta el avance del diseño mecatrónico de un robot especializado en efectuar cortes de piezas de calzado sobre piel. Los cortes se efectúan por medio de una navaja montada en un sistema rotacional (ϕ), movido por un mecanismo prismático (x, y, z) configurando un robot cartesiano de cuatro grados de libertad.

Palabras claves: Mecatrónica, robot cartesiano industria del calzado.

1 Introducción

El corte de piezas de piel para la fabricación de calzado, es el proceso más importante para la industria del calzado. El cuero es el insumo más costoso de todo el proceso, representando aproximadamente el 40 % del costo del producto final terminado. El corte industrial de piezas de calzado se efectúa utilizando moldes laminares o dados de corte (suajes). En ambos métodos, el obrero define, acomoda y efectúa cada uno de los cortes en forma secuencial durante la jornada de trabajo. El óptimo acomodo depende únicamente de la observación instantánea y la experiencia individual del trabajador. Esto significa que el desperdicio de piel varía de obrero a obrero, aún trabajando el mismo modelo de calzado. Lo importante en este proceso, son los rangos de pérdidas que se pueden generar al efectuar manualmente los acomodos de cada pieza a cortar. Este es el punto crítico y más importante considerado por el industrial.

En la industria del calzado de León, Gto no se utilizan máquinas automatizadas para el corte de piel. Los motivos determinantes son: Es bastante la dependencia tecnológica que se adquiere de los fabricantes al comprar estos equipos. La relación costo/producción de estos equipos no es justificable para el industrial nacional, debido al costo de la mano de obra de que se dispone. Las máquinas cortadoras de piel existentes, están diseñadas para ser integradas dentro de un rol de producción de calzado diferente al nacional. Se caracteriza por estar rodeado de un

entorno tecnológico y de automatización muy por encima del existente en nuestro país.

El diseño del robot se sustentó en la información técnica del proceso y su problemática, aportado por el departamento de corte y forro de un fabricante de calzado de León, Gto., así como en las características funcionales de tres máquinas cortadoras de piel. En base a lo anterior se estableció el objetivo del diseño: Obtener el corte de piel con las normas y características de calidad requeridas por los fabricantes de calzado y la capacidad de expansión para la personalización funcional del robot a los requerimientos particulares de cualquier fabricante.

El presente trabajo tiene como objetivo generar tecnología de desarrollo, aplicación y apoyo para la industria del calzado en lo que concierne al proceso de corte de piel. Pudiendo competir ampliamente en eficiencia y costos con los equipos existentes. Ya que para la micro y pequeña industria, el costo de este tipo de maquinaria es el factor decisivo que anula su adquisición.

2 Diseño mecánico del robot.

Se determinó diseñar una estructura mecánica sencilla pero a la vez robusta usando el método mecatrónico [1], con el fin de soportar largas jornadas de trabajo y un moderado uso rudo.

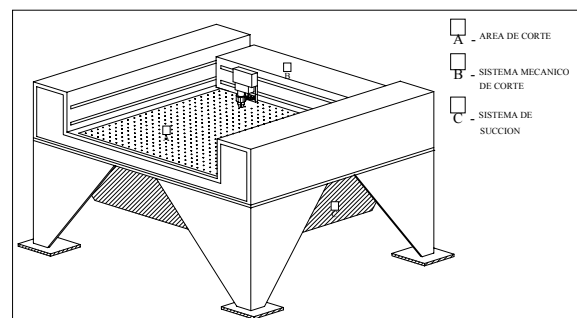


Fig. 1) – Robot cartesiano de cuatro grados de libertad

Consiste en una superficie plana adaptada con tres carros que se deslizan sobre guías y un sistema rotacional para soportar la navaja (Fig. 1). Estos carros y el sistema rotacional son los eslabones del sistema (x, y, z, ϕ) que configuran un robot cartesiano de cuatro grados de libertad. La tarea específica que va a realizar este robot es: A partir de los contornos de las piezas de calzado patrón, generar el seguimiento de estos contornos con la navaja y realizar el corte sobre la piel, a una velocidad máxima de 1 m/s.

El proceso de corte se efectúa colocando la piel en el área de corte del robot. Para evitar los movimientos de la piel al ser cortada, se adaptó un sistema a base de succión de aire en la parte inferior del área de corte.

En el robot se utilizaron servomotores de cd, con encoder de 1000 ppr. Para calcular la potencia de los motores requerida para mover los eslabones a una velocidad máxima de 1 m/s, se consideraron las fuerzas actuadoras en cada eslabón (Fig. 2) y se aplicó el principio de trabajo y energía (1).

$$(F_r - F_a - F_c)d = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

donde:

W = Peso del eslabón (196 kg m/s²)

F_a = Fuerza de rozamiento.

F_r = Fuerza requerida para deslizar el eslabón 1 m/s.

F_c = Fuerza de arrastre para cortar la piel (78.4 N)

N = W (Fuerza normal debido al peso).

v = Velocidad del eslabón (1m/s).

d = Distancia a recorrer (1m)

m = Masa del eslabón.

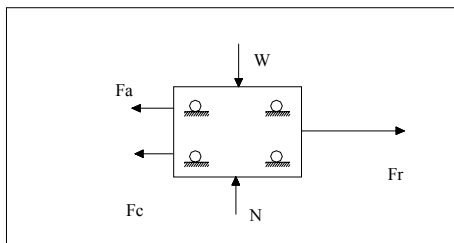


Fig.2) – Fuerzas consideradas en los eslabones

La tabla 1 muestra la potencia calculada y aplicada en cada eslabón.

Eslabón	Potencia Calculada	Potencia Instalada
X	0.18	0.25
Y	0.14	0.20
Z	0.09	0.16
ϕ	0.09	0.16

Tabla 1) – Potencia de los servomotores en hp.

3 Modelo dinámico del robot

Los sistemas de coordenadas para cada eslabón del robot cartesiano, se establecieron utilizando la convención de Denavit y Hartenberg [1], quedando como se muestra en la (Fig. 3).

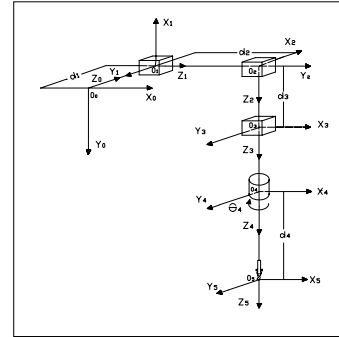


Fig. 3)- Sistema de coordenadas del robot cartesiano.

Para obtener la relación cuantitativa de los movimientos de los eslabones y las fuerzas desarrolladas entre ellos, se utilizó la formulación Euler-Lagrange (2) que establece las ecuaciones de movimiento de la siguiente forma:

$$\left(\frac{d}{dt}\right)\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q_i}\right) = \tau \quad (2)$$

donde:

q = Posiciones

τ = Vector de pares aplicados.

L= Lagrangiano.

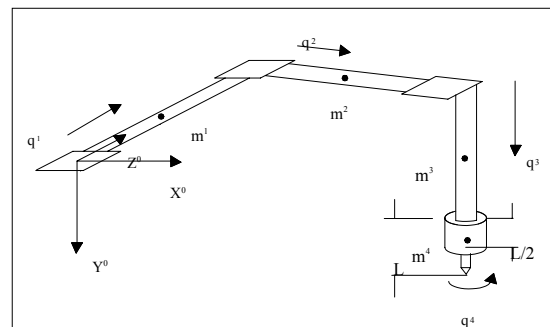


Fig.4).- Coordenadas de los centros de masa de los eslabones del robot cartesiano.

Estableciendo un sistema de coordenadas al centro de masa de cada eslabón (Fig. 4), es posible determinar la velocidad de cualquier punto del robot cuando está en movimiento.

Considerando lo anterior se obtiene la energía total del sistema K_T (3), que es la suma de las componentes de la energía rotacional (4) y la energía traslacional (5).

$$K_T = \frac{1}{2}(\dot{q}_1 \dot{q}_2 \dot{q}_3 \dot{q}_4)(M)(Q) \quad (3)$$

$$(M)(Q) = \begin{pmatrix} m_1 + m_2 + m_3 + m_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 + m_3 + m_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 + m_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{pmatrix}$$

$$K_R = \frac{1}{2}(W^T W) \quad (4)$$

$$K_{TR} = \frac{1}{2}(mV_c^T V_c) \quad (5)$$

donde:

K_{TR} = Energía cinética traslacional

K_R = Energía cinética rotacional

V_c = Velocidad del centro de masa del eslabón

K_T = Energía total

m = masa del eslabón

Complementando el modelo del robot, se aplica la ecuación dinámica del motor:

$$J_m \ddot{\theta}_{mk} + (B_m + \frac{K_b K_m}{R}) \dot{\theta}_{mk} = \frac{K_m}{R V_k} - r_k \tau_k \quad (6)$$

y se modela en la ecuación de movimiento del robot

$$\sum d_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum C_{ijk}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j + \phi_k = \tau_k \quad (7)$$

para desarrollar las ecuaciones finales del robot

$$\left[J_{m1} \left(\frac{n_{l1}}{n_{m1}} \right) \left(\frac{R_1}{K_{m1}} \right) + d_{11} \left(\frac{n_{m1}}{n_{l1}} \right) \left(\frac{R_1}{K_{m1}} \right) \right] \ddot{q}_1 + K_{b1} \left(\frac{n_{l1}}{n_{m1}} \right) \dot{q}_1 = \mu_1$$

$$\left[J_{m2} \left(\frac{n_{l2}}{n_{m2}} \right) \left(\frac{R_2}{K_{m2}} \right) + d_{22} \left(\frac{n_{m2}}{n_{l2}} \right) \left(\frac{R_2}{K_{m2}} \right) \right] \ddot{q}_2 + K_{b2} \left(\frac{n_{l2}}{n_{m2}} \right) \dot{q}_2 = \mu_2$$

$$\left[J_{m3} \left(\frac{n_{l3}}{n_{m3}} \right) \left(\frac{R_3}{K_{m3}} \right) + d_{33} \left(\frac{n_{m3}}{n_{l3}} \right) \left(\frac{R_3}{K_{m3}} \right) \right] \ddot{q}_3 + K_{b3} \left(\frac{n_{l3}}{n_{m3}} \right) \dot{q}_3 + \left(\frac{n_{m3}}{n_{l3}} \right) \left(\frac{R_3}{K_{m3}} \right) G_3 = \mu_3$$

$$\left[J_{m4} \left(\frac{n_{l4}}{n_{m4}} \right) \left(\frac{R_4}{K_{m4}} \right) + d_{44} \left(\frac{n_{m4}}{n_{l4}} \right) \left(\frac{R_4}{K_{m4}} \right) \right] \ddot{q}_4 + K_{b4} \left(\frac{n_{l4}}{n_{m4}} \right) \dot{q}_4 = \mu_4$$

donde:

$$d_{11} = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)$$

$$d_{22} = (m_2 + m_3 + m_4)$$

$$d_{33} = (m_3 + m_4)$$

$$d_{44} = I_4$$

$$J_{mK} = \text{Inercias del motor (Kg m}^2\text{)}$$

$$K_{mK} = \text{Constante del torque del motor (NM/A)}$$

$$R_k = \text{Resistencia de armadura}$$

$$\mu_K = \text{Voltaje del motor}$$

$$K_b k = \text{Constante de EMF inversa}$$

Agrupando y re-nombrando los elementos matriciales para simplificar se obtienen las ecuaciones del modelo del robot cartesiano:

$$m_{11} \ddot{q}_1 + c_{11} \dot{q}_1 = \mu_1 \quad (11)$$

$$m_{22} \ddot{q}_2 + c_{22} \dot{q}_2 = \mu_2 \quad (12)$$

$$m_{33} \ddot{q}_3 + c_{33} \dot{q}_3 - G_3 = \mu_3 \quad (13)$$

$$m_{44} \ddot{q}_4 + c_{44} \dot{q}_4 = \mu_4 \quad (14)$$

3 Simulación

Considerando las ecuaciones (11-14) del modelo del robot expresadas en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ G_3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \end{bmatrix}$$

se despeja la aceleración (\ddot{q})

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{22}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{33}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{44}^{-1} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ G_3 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

para obtener la ecuación final (15):

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11}^{-1}(\mu_1 - c_{11} \dot{q}_1) \\ m_{22}^{-1}(\mu_2 - c_{22} \dot{q}_2) \\ m_{33}^{-1}(\mu_3 - c_{33} \dot{q}_3 + G_3) \\ m_{44}^{-1}(\mu_4 - c_{44} \dot{q}_4) \end{bmatrix} \quad (15)$$

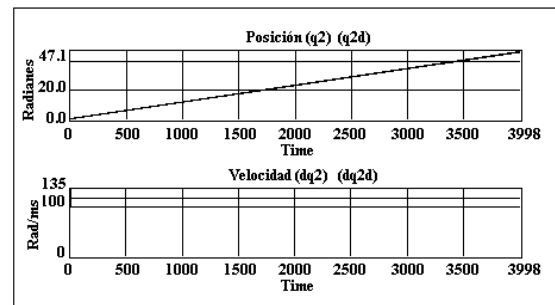
Utilizando la ecuación del modelo del robot (15), el Simulink de Mat-Lab y los parámetros de la tabla (2), se obtiene la simulación del seguimiento de posición y velocidad de los eslabones.

Eslabón	Masa	R	Km	r	Ja	Ja	Ka
1	20	1.6	0.118	0.1	0.0155	0.000155	15.5
2	9	1.5	0.085	0.1	0.0049	0.000049	8.4
3	1.5	1.5	0.085	0.1	0.0049	0.000049	8.4
4	1.5	1.8	0.078	0.1	0.0042	0.000042	9.2

Tabla 2).- Parámetros del robot cartesiano.

4 Resultados

Se utilizó un voltaje constante en el rango de 1-48 Vdc. como referencia. Las respuestas de posición y velocidad para el eslabón (x) se muestra en la Gráfica 1.



Gráfica 1) – Respuesta de posición y velocidad del eslabón (x).

Los resultados simulados de los eslabones (y , z , ϕ) son similares.

5 Conclusiones

Los resultados obtenidos de la simulación del modelo del robot en lazo abierto son aceptables. Esto permite continuar con el proyecto, complementándolo con un sistema de control para compensar las no-linealidades como es la fricción, zona muerta backlash etc. Así como el software para efectuar el proceso de acomodo y corte de piezas de calzado.

Referencias

- [1] D. C. Karnopp, D. L. Margolis, and R. C. Rosenberg, System Dynamics: Modeling and Simulation of Mechatronic System, 2000.
- [2] M. Spong and Vidyasagar, Robot Dynamics and Control. New York: Wiley, 1989.