

Estudio dinámico de estructuras mecánicas mediante los poliespectros

Rodríguez Navarro Julio, Aviles Viñas Jaime F.,
Oliver Salazar Marco A., Szwedowicz Wasik Dariusz.

Departamento de Ingeniería Mecatrónica
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, *cenidet*.
Cuernavaca, Morelos, México.

Resumen

El principal objetivo de este trabajo es el diagnóstico de estructuras mecánicas a través del procesamiento digital de sus señales de vibración. Se propone el uso de técnicas poliespectrales, herramientas no usadas en el campo, para su procesamiento. Para el diagnóstico se estudió una estructura mecánica simple como lo es la viga cantiliver. Se realizaron diferentes experimentaciones variando la longitud de la viga y tipo de excitación para obtener las diferentes respuestas del sistema. Las señales de vibración adquiridas fueron procesadas con herramientas poliespectrales creadas para el estudio. Las funciones que se programaron fueron la función de densidad espectral (PSD) y el biespectro (BIS). Estas funciones corren en la plataforma comercial Matlab. El software desarrollado es propio y tiene la ventaja de permitir modificaciones que se ajusten a las necesidades del estudio y/o de la aplicación. El uso del BIS ayudó a encontrar nueva información que no se encontraba con el PSD, abriendo así una nueva brecha de investigación en el campo.

Palabras clave: diagnóstico, análisis de vibraciones, poliespectro, estadísticas de alto orden.

1. Introducción

El monitoreo de las señales de vibración es necesario en el ramo industrial ya que son la causa de la mayoría de fallas en las estructuras y máquinas [1]; estas fallas se transforman en pérdidas directas para la empresa, ya sea por reparación, tiempos muertos, reposición de equipo y maquinaria, y accidentes. El diagnóstico correcto puede prevenir las fallas y estimar tiempos de mantenimiento de elementos y uniones mecánicas; por lo que alarga la vida útil de

las estructuras o máquinas dando mayor productividad a la empresa.

El problema se ha tratado de solucionar mediante diversos sistemas de monitoreo. Uno de los principales es el análisis de las señales de vibración de las maquinarias, equipos o estructuras. En los sistemas actuales de monitoreo la técnica más usada para el análisis de las señales de vibración es la función de densidad espectral (PSD). Sin embargo, la creación de nuevos sistemas de monitoreo basados en técnicas de procesamiento más eficaces se sigue desarrollando con el fin de obtener mejores resultados. La utilización de técnicas poliespectrales está emergiendo y ha mostrado tener buenos resultados en el análisis de vibraciones [2].

2. Antecedentes teóricos

2.1 Vibraciones

Las vibraciones son oscilaciones pequeñas, movimientos repetidos respecto al tiempo llamado periódico. La vibración depende de la frecuencia natural de vibración y los sistemas pueden vibrar a más de una frecuencia, la menor es la más grande y es la frecuencia natural o fundamental. La frecuencia de oscilación depende de las propiedades estructurales, de las propiedades del sistema m (masa), c (constante de amortiguamiento) y k (rigidez); más preciso, depende de dos parámetros: ζ (factor de amortiguamiento) y ω_n (frecuencia angular natural) [3].

Todas las estructuras o equipos (máquinas rotatorias) están expuestas a vibraciones por factores externos, por su propio trabajo o inestabilidad. Estas vibraciones forzadas pueden excitar a más de una frecuencia natural y cuando la respuesta de excitación

igual a la respuesta natural del sistema resulta en vibraciones de amplitud muy alta, a esto se le conoce como resonancia [4]. Con estas vibraciones de amplitud muy alta las estructuras pueden fracturarse o colapsarse y las máquinas rotatorias destruirse.

Un elemento sencillo de estudio es una viga en cantiliver, fig. 1, con la ecuación de Euler-Bernoulli puede obtenerse la ecuación de desplazamiento de la viga (1) sustituyendo las condiciones de frontera adecuadas [5],

$$\phi_n(x) = D_n(\sinh \beta x - \cosh \beta x) + D_n \sigma(\cosh \beta x - \cos \beta x) \quad (1)$$

$$\text{donde : } \sigma = \left(\frac{\sinh \lambda_n + \sin \lambda_n}{\cosh \lambda_n + \cos \lambda_n} \right),$$

$$\lambda_n = \beta_n L \quad \text{y} \quad \beta_n^4 = \frac{\rho A \omega_n^2}{EI}$$

- ϕ : desplazamiento lateral
- A : área transversal
- I : momento de inercia
- L : longitud
- ρ : masa longitudinal
- λ : constante lambda
- E : módulo de Young
- D : factor de escala
- ω_n : frecuencia natural angular 'n'

y los valores de λ ayudan a calcular las frecuencias naturales (2).

$$\omega_n = \lambda_n^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}} \quad ; \quad n = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Cada modo de vibración corresponde a una frecuencia natural, dando como resultado n frecuencias naturales. Con los valores de λ y las frecuencias naturales f_n calculadas, pueden encontrarse los modos de vibración de cualquier viga. El modo n de vibración debido a la frecuencia f_n , tiene $n-1$ nodos. A medida que se analiza una frecuencia natural grande, ésta tendrá un mayor número de nodos y por tanto mayor número de valles y crestas donde tenga su mayor efecto. De esta forma, cuando se toman en cuenta más frecuencias naturales, las variables implicadas para el análisis de las vibraciones de las vigas, tal y como la posición de los acelerómetros, crece.

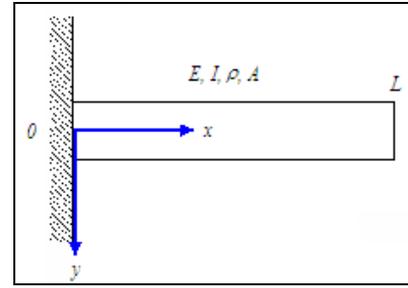


Fig. 1 Viga en cantiliver

2.2 Procesamiento digital

Aunque no pueden escribirse ecuaciones matemáticas explícitas para las historias de tiempo producidas por un proceso aleatorio, como son las señales de vibración, procedimientos estadísticos se usan para definirlos, obtener sus propiedades y comportamientos [6].

Las estadísticas de alto orden (Higher Order Statistics, HOS, por sus siglas en inglés), en particular los cumulantes, proporcionan información de alto orden de los datos o señales [7], dando entre otras cosas, la cantidad de correlación de alto orden y la medida de la desviación de un proceso de la Gaussianidad [8]. Una propiedad importante y muy usada en la mayoría de los trabajos de estadísticas de alto orden para variables aleatorias de media cero, Gaussianas, es que los cumulantes de segundo y tercer orden son idénticos a los momentos de su orden respectivo. En particular para un proceso aleatorio estacionario de media cero las variables aleatorias $x(t)$, $x(t+\tau_1)$, ..., $x(t+\tau_{k-1})$ dependen o están en función de t_1, t_2, \dots, t_{k-1} , así los cumulantes de segundo y tercer orden son:

$$c_{2x}(\tau) = m_{2x}(\tau) = E\{x(t)x(t+\tau)\} \quad (3)$$

$$c_{3x}(\tau_1, \tau_2) = m_{3x}(\tau_1, \tau_2) = E\{x(t)x(t+\tau_1)x(t+\tau_2)\} \quad (4)$$

donde

$$E[x] = \mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- c_{2x} : cumulante de segundo orden
- c_{3x} : cumulante de tercer orden
- m_{2x} : momento de segundo orden
- m_{3x} : momento de tercer orden
- x_i : variable aleatoria
- $E[]$: esperado
- μ_x : media
- n : número de datos
- t : tiempo
- τ : corrimiento en el tiempo

Una herramienta fundamental para el estudio de dichos procesos es convertir la representación de dichas estadísticas de alto orden al dominio de la frecuencia. De esta forma, se observa la composición espectral de estos procesos o fenómenos. A la representación en frecuencia de las HOS se le conoce como espectro de alto orden o simplemente **poliespectro**. El poliespectro, a diferencia de las representaciones espectrales convencionales, revela más información, como acoplamientos frecuenciales y presencia de armónicas, lo que lo vuelve una herramienta más poderosa para el estudio de procesos o fenómenos.

La función de densidad espectral (PSD) es la herramienta más usada actualmente para el análisis de las señales en frecuencia. El PSD mide la potencia promedio de una señal contra la frecuencia, además es bien conocido que muestra las periodicidades de los procesos o sistemas [9]. El PSD se define como la transformada de Fourier de los cumulantes de segundo orden,

$$PSD_x(\omega) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} c_{2,x}(\tau) e^{-j(\omega\tau)} \quad (5)$$

o simplemente

$$PSD_x(\omega) = \gamma X(\omega)X(\omega)^* \quad (6)$$

donde: $X(\omega)$: transformada de Fourier de $x(t)$
 γ : constante de proporcionalidad

este resultado indica que el PSD siempre es positivo y es un número real.

El biespectro (BIS), en términos de estudio de aplicación se encuentra en una etapa madura. Actualmente se aplica exitosamente en diferentes campos de investigación como detección de periodicidades [10] y no linealidades [11]; en modelado de sistemas [12]; reconocimiento de voz [13]; recuperación de fase de una señal [14]; procesamiento de imágenes, radar, sonar e identificación de sistemas [15]; y además en el estudio de señales de vibración [16].

El BIS es un caso particular del poliespectro y por definición es la transformada de Fourier bidimensional de los cumulantes de tercer orden, y contiene la información de amplitud y fase de las señales [17],

$$BIS(\omega_1, \omega_2) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{\infty} \sum_{\tau_2=-\infty}^{\infty} c_{3,x}(\tau_1, \tau_2) e^{-j(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)} \quad (7)$$

o simplemente

$$BIS(\omega_1, \omega_2) = \gamma X(\omega_1)X(\omega_2)X^*(\omega_1 + \omega_2) \quad (8)$$

del cual su magnitud será

$$|BIS(\omega_1, \omega_2)| \quad (9)$$

y su fase será

$$\phi(\omega_1, \omega_2) = \phi(\omega_1) + \phi(\omega_2) - \phi(\omega_1 + \omega_2) \quad (10)$$

donde: ϕ : fase

este resultado indica que el BIS tiene magnitud y fase, la cual no se encontraba con el PSD. Esta es una de las razones por las que el uso de esta herramienta se hace más interesante que las herramientas convencionales pues se obtiene más información del mismo proceso respecto a acoplamientos de fase

3. Experimentación

Se acondicionó un banco de pruebas y la viga en cantiliver fue instrumentada con un equipo de monitoreo de vibraciones mecánicas que incluye un procesador de señales de vibración, acelerómetros, amplificadores, shaker (excitador) y martillo de impacto, Fig. 2.

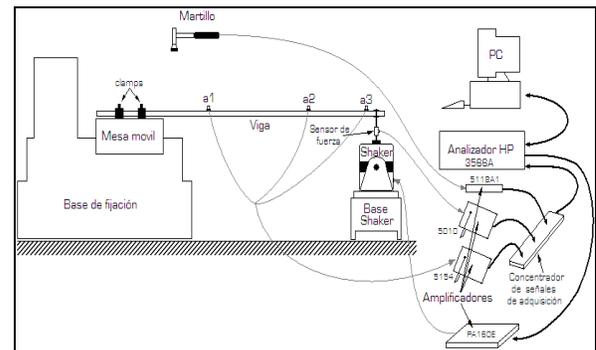
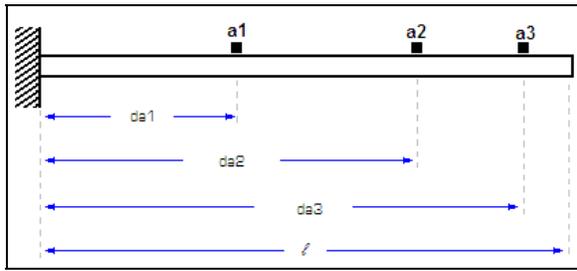


Fig. 2 Diagrama general de la experimentación

Se realizaron diferentes pruebas tomando en cuenta variables como la longitud de la viga, tipo de excitación, y colocación de los sensores. Las señales de vibración fueron adquiridas en el tiempo por el analizador de espectros y guardadas para su posterior procesamiento.

La posición de los sensores en forma normalizada se toma con respecto a la base de la viga. Las distancias de los acelerómetros (d_{ax}) son

porcentajes de la longitud de la viga como se ve en la Fig. 4.



Viga de 530, 600 y 870mm: $da1 = 34.48\%$, $da2 = 71.26\%$, $da3 = 88.5\%$

Fig. 4 Posición de los acelerómetros

4. Análisis de resultados

Al concluir las experimentaciones se procedió a procesar los datos con el PSD y el BIS, y se analizó la información generada por ambas herramientas. Las herramientas del PSD y BIS fueron programadas y corren en la plataforma de Matlab. El software además de ser propio es abierto y tiene la posibilidad de agregar o modificar las funciones de acuerdo a las necesidades del estudio.

Con el PSD se encontraron las frecuencias naturales de las vigas y fueron comparadas con las obtenidas teóricamente. Se determinó con precisión las frecuencias naturales de las vigas con una variación de 2.4% en promedio.

Por ejemplo para la viga de 870mm excitada con martillo, punta roja y masa adicional, la gráfica del PSD muestra las frecuencias naturales, Fig. 5,

Frecuencias naturales teóricas (Hz)	Frecuencias naturales experimentales (Hz)
8.7	7.9
54.4	52.99
152.3	148.88
298.5	291.91
493.4	481.90
737.1	717.95
1029.5	1002.9

Tabla1. Frecuencias naturales

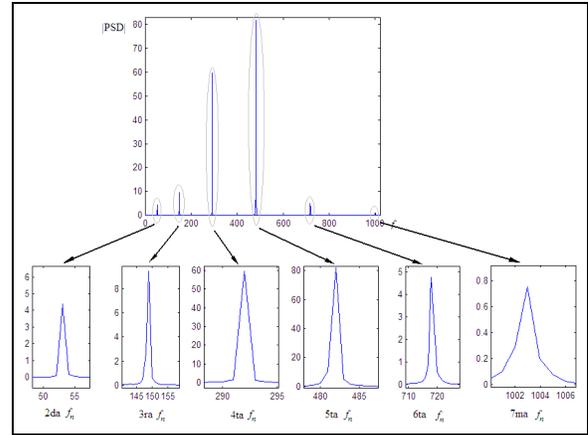


Fig. 5 Frecuencias naturales de la viga de 870mm

siendo sus frecuencias naturales teóricas y experimentales mostradas en la Tabla 1.

Por parte del BIS, no solo se obtuvieron las frecuencias naturales de las vigas, sino más información del sistema como se esperaba. Los resultados más importantes son los acoplamientos que surgen entre las diferentes frecuencias y en algunos casos las descomposiciones de las mismas en otras. Por ejemplo, para el mismo caso de viga, su respectivo BIS se muestran en la Fig. 6.

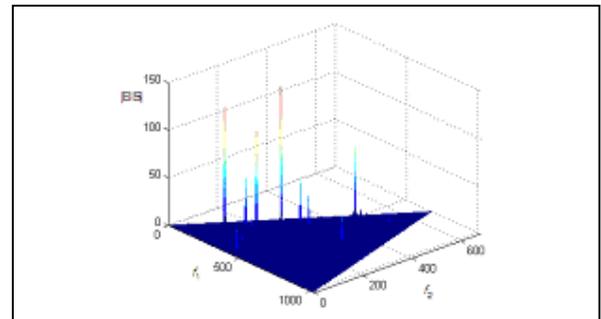


Fig. 6 BIS de las señales de vibración y sus acoplamientos

Son tres tipos de acoplamientos importantes, los que se dan entre diferentes frecuencias naturales del sistema, los que una frecuencia natural se acopla consigo misma (cuadrático), y los que una frecuencia natural se descompone en dos diferentes frecuencias que sumadas dan el valor de esa frecuencia natural. Estos acoplamientos dan información de cuales frecuencias son las que se acoplan entre sí para diferentes sistemas, diferentes vigas, y muestran el comportamiento del sistema.

Además de la información en magnitud, como se planteó anteriormente, el BIS tiene información de fase la cual también es motivo de estudio. Para el BIS

anterior su fase se muestra en la Fig. 7. La fase se encuentra en radianes y va de $-\pi$ a π radianes. Los patrones generados por la fase muestran zonas o regiones de un mismo comportamiento en forma aleatoria formando pequeños o grandes triángulos.

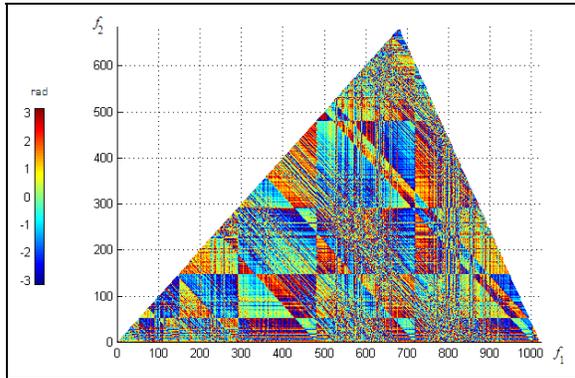


Fig. 7 Fase de BIS

El uso del BIS en el procesamiento de las señales de vibración da resultados que necesitan ser estudiados detalladamente, tanto los acoplamientos en la magnitud y la fase.

5. Conclusiones

Dentro del trabajo realizado, se desarrollaron herramientas de procesamiento en frecuencia como lo son el PSD y el BIS. En particular el BIS es un aporte novedoso al estudio, pues no se encuentra en los sistemas modernos de monitoreo para el diagnóstico y prevención de fallas.

Las herramientas de procesamiento programadas se aplicaron al estudio de las señales de vibración de vigas cantiliver con fines de diagnóstico, pero pueden ser usadas en el procesamiento de cualquier estudio de vibraciones, incluso en el estudio y desarrollo de otros proyectos de investigación no afines. De esta forma se creó una herramienta base con posibilidad de aplicarse a la industria, investigación o enseñanza.

Se confirma que el uso BIS en el análisis de las señales de vibración para una viga en cantiliver dio información adicional al encontrado con el PSD, demostrando la conveniencia, ventaja y necesidad de aplicar nuevos métodos de procesamiento al estudio como el BIS para obtener más información. La información adicional encontrada requiere más estudios.

Los resultados obtenidos alientan al estudio y su aplicación a sistemas más complejos como estructuras y máquinas. Actualmente se preparan nuevas experimentaciones con vigas fracturadas y se estudiarán los resultados para obtener parámetros que ayuden a detectar y ubicar las fracturas.

Referencias

- [1] Kadushin D. "Using Modal Analysis to Lengthen Bearing Service Life", SKF Condition Monitoring Area Centers, Technical Bulletin, 1997.
- [2] Rivola A. "Comparison Between Second and Higher Order Spectra Analysis in Detecting Structural Damages". Proceedings of Seventh International Conference on Recent Advances in Structural Dynamics, UK, 2000.
- [3] Dimarogonas A. "Vibration for Engineers", Prentice Hall, USA, Second Edition, 1996.
- [4] Hartog J. "Mecanica de las Vibraciones", C.E.C.S.A., México, 5ª Impresión, 1964.
- [5] De Silva C. "Vibrations Fundamentals and Practice", CRC, USA, 2000.
- [6] Bendat J., Piersol A. "Random Data Analysis and Measurement Procedures", John Wiley & Sons, USA, Third Edition, 2000.
- [7] Gatt G., Kalouptsidis N. "Identification of discrete-time state affine state space models using cumulants", Automatica, Elsevier Science, No.38, 2002.
- [8] Mendel, J. "Tutorial on Higher-Order Statistics (Spectra) in Signal Processing and System Theory: Theoretical Results and Some Applications", Proceedings of the IEEE, Vol. 79, No. 3, 1991.
- [9] Toledo E., et al . "Bispectrum and Bicoherence for the Investigation of Very High Frequency Peaks in Heart Rate Variability", Computers in Cardiology, Proceedings of the IEEE, No. 28, 2001.
- [10] DeGroat R, et al. "Nonlinear State Space Modeling of Sunspot Data", 24th ASI Lomar Conference on Signals, Systems and Computers, vol.1, 1990.

- [11] Brockett P., et al. *"Bispectral Characterization of Ocean Acoustic Time Series: Nonlinearity and Non-Gaussianity"*, Journal on Acoustics Soc. Amer., Vol. 82, No. 4, 1987.
- [12] Emara-Shabaik E., et al. *"Cumulant/Bispectrum Models Structure Identification Applied to a pH Neutralization Process"*, UKACC International Conference on Control, Conference Publication No. 427, 1996.
- [13] Moreno A., Rutllán M. *"Integrated Polyspectrum on Speech Recognition"*, Proc. ICSLP'96, USA, 1996.
- [14] Takaya K., Dodds D. *"Bispectrum Phase Estimation for p/4 DQPSK Signals Under Flat Fading"*, ISPACS99 Phuket, Thailand, 1999.
- [15] Mendel J. *"Introduction Special Issue on Higher Order Statistics in System Theory and Signal Processing"*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 35, No. 1, 1990..
- [16] Rivola A. *"Crack Detection by Bispectral Analysis"*, XIII Congresso Nazionale Associazione Italiana di Meccanica Teorica ed Applicata - AIMETA'97, Italia, 1997.
- [17] Peyton P. *"Probability, random variables, and random signal principles"*, McGraw-Hill, Japan, 1980.