

# Aplicación de los diferenciadores de estructura variable a servomecanismos de Corriente Directa..

R. Garrido<sup>1</sup>, L. M. Fridman<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Departamento de Control Automático  
CINVESTAV-IPN, México D.F

<sup>2</sup> Division de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería  
UNAM, México D.F.

## Resumen

*En estela acción derivativa en un controlador Proporcional Derivativo aplicado a un motor de Corriente Directa es efectuado utilizando diferenciadores basados en la teoría de modos deslizantes. Tres tipos de diferenciadores son evaluados, dos de ellos basados en modos deslizantes de alto orden. Su desempeño es evaluado a través de experimentos en tiempo real en un prototipo de laboratorio.*

**Palabras clave:** Diferenciador de modo deslizante, control de servomecanismos, control en tiempo real.

## 1. Introducción.

La acción derivativa en un controlador Proporcional Derivativo (PD) aplicado an un servomotor de corriente directa es implementado tradicionalmente empleando diferencias finitas o filtros lineales [8]. El filtro de Kalman también ha sido usado para obtener estimados de la velocidad angular a partir de decodificadores de posición ópticos [1]. En el caso de control de robots [2] los filtros pasa altos lineales juegan un papel importante remplazando tacogeneradores. Las técnicas antes mencionadas han probado ser efectivas en la obtención de estimados de velocidad a partir de mediciones de posición.

Los modos deslizantes (MD) es una técnica que permite el control de sistemas lineales y no lineales con un alto grado de incertidumbre y la generación de observadores y filtros para estos sistemas. Una de las metodologías más innovadoras en MD es la denominada modos deslizantes de lato

orden en la cuales la superficie de conmutación es definida a través de un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales [3]. En Levant [5] se propone un diferenciador basado en MS de alto orden. Más recientemente, Shkolnikov [6] et al propusieron una estructura alternativa de filtros basados en MD de alto orden. El desempeño de este filtro es comparado con un filtro de Kalman utilizando simulaciones numéricas en un sistema de guía de un misil interceptor.

El objetivo de este trabajo es la evaluación del desempeño de diferenciadores de tipo modos deslizantes en una aplicación real. Para este fin fue escogido un servomecanismo de corriente directa controlado mediante una ley de control PD. Los diferenciadores MD fueron empleados para la estimación de la velocidad angular a partir de mediciones de posición. LA sección 2 describe el servomecanismo, la ley de control PD y los diferenciadores de MD. La Sección 3 los experimentos efectuados y en Sección 4 el artículo culmina con algunas observaciones finales.

## 2. Servomecanismo de CD, controlador PD y diferenciadores de MD.

### 2.1 Servomecanismo de CD y controlador PD.

Un modelo para un servomotor de corriente directa está dado por las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -ax_2 + bu\end{aligned}\tag{1}$$

donde los estados  $x_1$  y  $x_2$  son la posición y velocidad del motor respectivamente,  $a$  corresponde al amortiguamiento debido a la fricción mecánica y a la fuerza contraelectromotriz,  $b$  es la ganancia del servomotor la cual incluye la ganancia asociada al amplificador de potencia y  $u$  el voltaje de entrada proveniente del controlador. Si ambos estados en la ecuación (1) son medibles mediante captosres, una ley de control PD que estabiliza la posición del motor (1) alrededor de una posición deseada  $x_1^d$  está dada por

$$u = K_p(x_1^d - x_1) - K_d x_2 \quad (2)$$

donde  $K_p$  y  $K_d$  son las ganancias proporcional y derivativa respectivamente. La implementación de la ley de control (2) requiere de la medición de la velocidad  $x_2$  la cual puede ser llevada a cabo mediante un tacogenerador. Las mediciones efectuadas con este tipo de captosres pueden contener mucho ruido además de que la inclusión de un segundo captor hace más cara la implementación además de que un segundo captor puede ser problemática en situaciones en donde no se disponga de mucho espacio. En los servomotores industriales modernos la obtención de un estimado de la velocidad a partir de mediciones de posición se realiza mediante algún tipo de filtrado o de diferenciación numérica. En la siguiente subsección se describen algunas estructuras de diferenciadores basadas en la teoría de modos deslizantes son presentados.

## 2.2 Diferenciadores de Modos Deslizantes.

La primera estructura que se presenta, denominada diferenciador de primer orden, y que está basada en la teoría de Modos Deslizantes fue presentada en [4] y es descrita por las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} \dot{z} &= v \\ v &= \lambda \operatorname{sgn}(x_1 - z) \\ \dot{v}_f &= a(v - v_f) \end{aligned} \quad (3)$$

El estimado en velocidad  $v$  es generado a través de mediciones de la posición  $x_1$  y posee un contenido armónico elevado debido a la presencia de la función signo. Entonces, es necesario agregar un filtro para atenuar las altas frecuencias. Para este fin, la salida del diferenciador se trata mediante un filtro pasa bajos lineal de primer orden con frecuencia de corte

$a$  y salida  $v_f$ . Comparando (1) y (3), es claro que la ecuación diferencial (3)  $\dot{z} = v$  intenta reproducir el comportamiento de la ecuación  $\dot{x}_1 = x_2$  en (1). Tomando esta observación en cuenta, en la práctica es necesario conocer una cota superior de  $x_2$  a fin de sintonizar la ganancia  $\lambda$ . Si  $\lambda$  es de un valor pequeño, el estimado  $v_f$  tomará valores muy alejados del valor real  $x_2$ . Si  $\lambda$  es muy grande, el castaño introducido por la función signo será amplificado de manera considerable. En la Sección 3 se discutirá con más detalle la sintonización de  $\lambda$  y  $a$ .

Otro tipo de diferenciador es tratado por Levant [5] y su estructura es la siguiente

$$\begin{aligned} \dot{z}_0 &= z_1 - \lambda_0 |z_0 - x_1|^{0.5} \operatorname{sgn}(z_0 - x_1) \\ \dot{z}_1 &= -\lambda_1 \operatorname{sgn}(z_0 - x_1) \end{aligned} \quad (4)$$

donde  $\lambda_0$  y  $\lambda_1$  son constantes positivas. De acuerdo con Levant [5], la salida del diferenciador está dada por  $\dot{z}_0$  que depende directamente del término discontinuo  $\lambda_0 |z_0 - x_1|^{0.5} \operatorname{sgn}(z_0 - x_1)$ . Una revisión cuidadosa de (4) revela que su estructura es similar a la del sistema

$$\begin{aligned} \dot{z}_0 &= z_1 - \lambda_0 (z_0 - x_1) \\ \dot{z}_1 &= -\lambda_1 (z_0 - x_1) \end{aligned}$$

el cual puede ser visto como un observador lineal diseñado para estimar el estado en (1) pero sin los términos  $-ax_2 + bu$ . Entonces, el estado  $z_1$  puede ser considerado como un estimado de la velocidad  $x_2$  del servomotor. Siguiendo el razonamiento anterior es natural considerar en (4) a  $z_1$  como el estimado de la velocidad en lugar de  $z_0$ . Nótese también que  $z_1$  no depende directamente de un término discontinuo sino de la salida de un integrador lo cual significa que el contenido de alta frecuencia generado por el término discontinuo es atenuado en gran medida.

El tercer diferenciador bajo estudio fue propuesto en (6) y está dado por el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_0 &= z_1 \\
 \dot{z}_1 &= \rho_0 \operatorname{sgn}(z_2 + e) \\
 \dot{z}_2 &= b|e|^{0.5} \operatorname{sgn}(e) - a|z_2 + e|^{0.5} \operatorname{sgn}(z_2 + e) \\
 e &= x_1 - z_0
 \end{aligned} \quad (5)$$

donde  $z_1$  es la salida del diferenciador y  $\rho_0$ ,  $a$  y  $b$  are constantes positivas. En los párrafos subsiguientes, (5) será denominado el filtro SSZL de acuerdo a las iniciales de los autores del artículo. Una característica de (5) es el hecho de que su salida no depende directamente de una función discontinua sino de un integrador como es el caso del diferenciador de Levant (4) con salida  $z_1$ . Esta observación es importante debido a que el integrador atenúa ruido de alta frecuencia. También es importante mencionar que el filtro (5) se comporta de manera similar que un filtro lineal pasabanda.

### 3. Resultados Experimentales.

#### 3.1 Prototipo de laboratorio.

Los experimentos fueron efectuados en un prototipo de laboratorio basado en un motor de corriente directa con escobillas de la marca Clifto Precision. La electrónica de potencia consiste de un amplificador por modulación de ancho de pulso de la marca Copley Controls configurado en modo par. La posición angular fue medida usando un decodificador de posición óptico con una resolución de 2500 pulsos por revolución. La adquisición de datos fue efectuada mediante una tarjeta de marca Quanser modelo MultiQ 3. La electrónica de la tarjeta permite un incremento en la resolución de la señal del decodificador óptico por un factor de 4 teniéndose una resolución final de 10 000 pulsos por revolución. El convertidor analógico digital con el cual se envían voltajes al amplificador de potencia tiene una resolución de 12 bits. El control en tiempo real se efectuó utilizando el programa MatLab Simulink en el ambiente de tiempo real Wincon empleándose un periodo de muestreo de 2 Khz. La figura 1 muestra un esquema de prototipo de laboratorio.

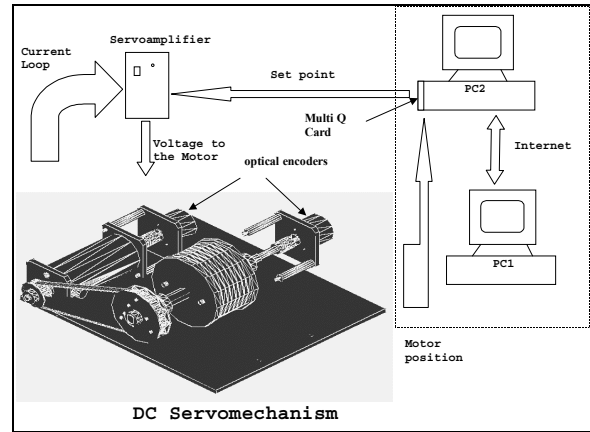


Figura 1. Prototipo de laboratorio.

#### 3.b Experimentos.

Un controlador proporcional derivativo fue implementado con la parte derivativa generada utilizando los diferenciadores descritos en la Sección precedente. Las ganancias en todos los casos fueron colocadas en  $K_p = 9$  y  $K_d = 0.6$ . Usando estos valores, la respuesta del servomotor fue sin sobretiro. Los valores de la ganancia derivativa fueron mantenidos a un valor relativamente elevado para apreciar el efecto del ruido de alta frecuencia sobre la calidad de la señal de control. Las mediciones de posición fueron escaladas por un factor de 1/10000 de manera que 10 000 pulsos por revolución corresponden a una vuelta del eje del motor. La referencia fue un tren de pulsos variando de 0 a 1 vueltas con una frecuencia de 0.2 Hz.

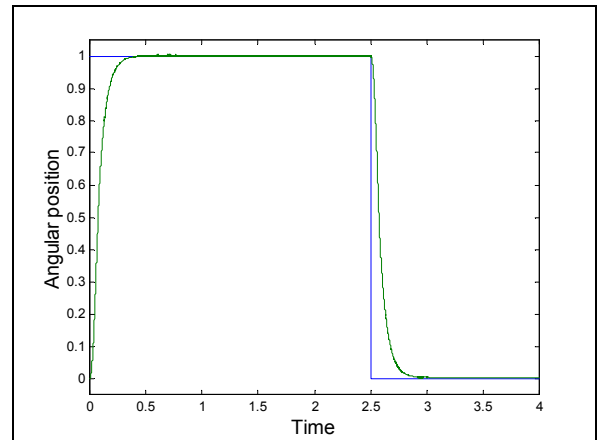
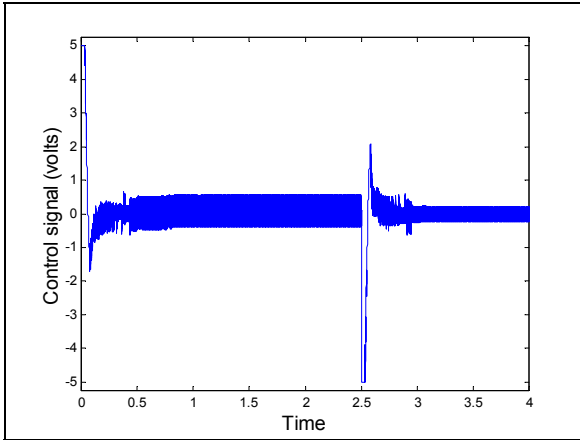


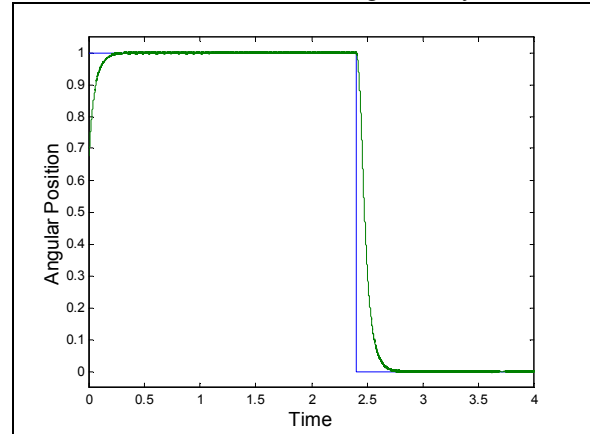
Figura 2. Respuesta en posición usando el diferenciador clásico.



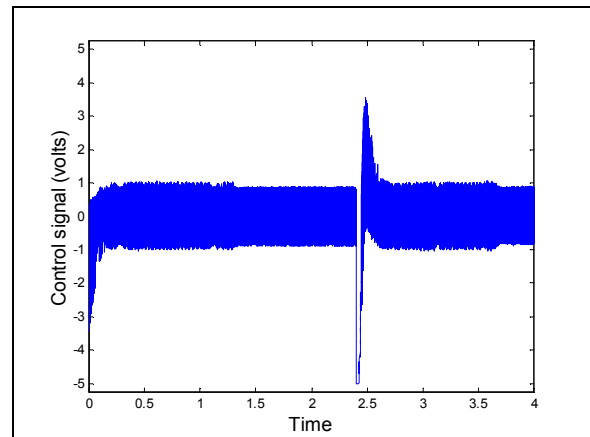
**Figura 2b.** Señal de control utilizando un diferenciador clásico.

Las figuras 2a. y 2b. muestran la respuesta del servomotor y su señal de control correspondiente usando el diferenciador clásico (3). Los parámetros utilizados fueron  $\lambda = 10$  y  $a = 150$ . LA señal de control presenta un gran contenido de ruido el cual fue percibido audiblemente durante los experimentos. En un principio  $\lambda$  se colocó en un valor de 40 pero la respuesta del servomotor presentó oscilaciones de alta frecuencia. Con  $\lambda$  en un valor de 5 la respuesta fue errática debido a que el diferenciador fue incapaz de proporcionar un estimado adecuado de la velocidad angular. Un valor de  $\lambda = 10$  mostró ser el valor más adecuado. En el caso del filtro lineal valores altos de la frecuencia de corte  $a$  producen altos niveles de ruido y valores pequeños generan respuestas erráticas del servomotor. Los resultados usando el diferenciador de Levant (4) son mostrados en las figuras 3a y 3b considerando  $\dot{z}_0$  como la salida. Los parámetros fueron  $\lambda_0 = 40$  y  $\lambda_1 = 200$ . Comparando las figuras 2a y 3a se puede observar que la respuesta del servomotor es casi la misma. En el caso de las señales de control mostradas en las figuras 2b y 3b ambas son similares, sin embargo, la señal proveniente del diferenciador de Levant fue audiblemente percibida como menos ruidosa. Tal y como se mencionó en la Sección 2 la salida  $\dot{z}_0$  depende directamente de un término discontinuo lo cual explica el alto contenido de altas frecuencias de la señal de control. Esta fue también una razón para dar a  $\lambda_0$  valores relativamente pequeños comparado con  $\lambda_1$ . Como regla empírica para sintonizar estos parámetros  $\lambda_1$  debe ser entre 8 y 12 veces el valor de  $\lambda_0$ . También se realizaron experimentos con el

diferenciador de Levant utilizando como salida  $z_1$  los cuales son mostrados en las figuras 4a y 4b.



**Figura 3a.** Respuesta en posición usando el diferenciador de Levant.



**Figura 3b.** Señal de control utilizando el diferenciador de Levant.

Los parámetros empleados fueron los mismos que los empleados en el caso en que la salida fue  $\dot{z}_0$ . La señal de control muestra mucho menos oscilaciones  $\dot{z}_0$  debido al hecho de que  $z_1$  no depende directamente de un término discontinuo. Durante los experimentos en ambos casos fueron percibidas oscilaciones de alta frecuencia pero en un menor grado cuando la salida es  $z_1$ .

La respuesta del servomotor utilizando el filtro SSZL es mostrada en las figuras 5a y 5b. Los parámetros fueron  $\rho_0 = 200$ ,  $a = 20$  y  $b = 0.5$ . LA respuesta en posición fue casi la misma que la obtenida con los otros diferenciadores. Sin embargo, la señal de control fue menos ruidosa y no se percibió audiblemente durante los experimentos. Una razón

de este comportamiento es el hecho de que la salida del diferenciador depende directamente de un integrador y no de un término discontinuo. Este integrador filtra las altas frecuencias producidas por el término discontinuo que le precede.

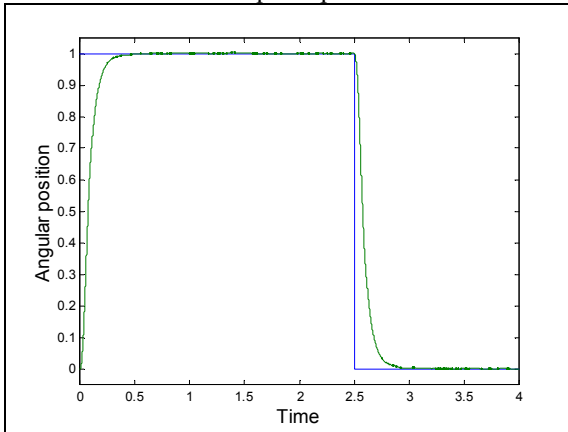


Figura 4a. Respuesta en posición usando el diferenciador de Levant. Salida del integrador.

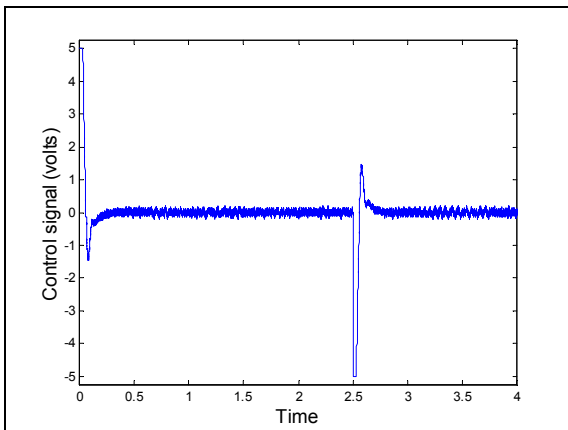


Figura 4b. Señal de control utilizando el diferenciador de Levant. Salida del integrador.

La sintonización de este diferenciador fue un tanto problemática debido a su naturaleza no lineal. En general, el parámetro  $a$  está relacionado con la frecuencia central del filtro mientras que el parámetro  $b$  se relaciona con el factor de calidad del filtro. Valores elevados de  $\rho_0$  generan una cantidad de ruido mayor y valores pequeños producen una respuesta errática.

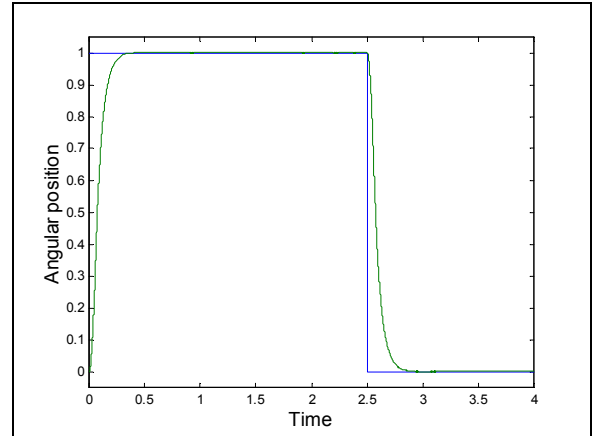


Figura 5a. Respuesta en posición utilizando el diferenciador SSZL.

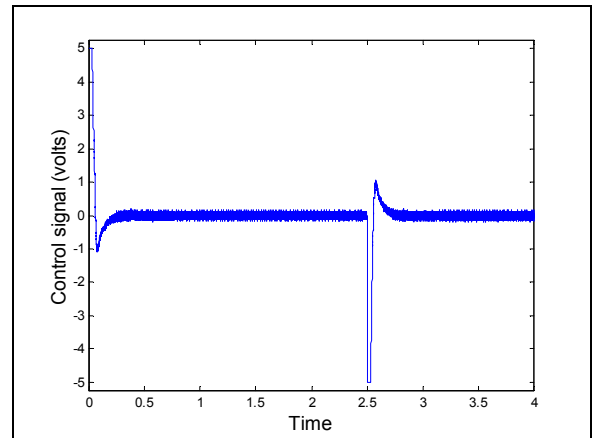


Figura 5b. Señal de control utilizando el diferenciador SSZL.

### 3.c Discusión.

De los resultados presentados en párrafos anteriores es obvio que los diferenciadores basados en la teoría de modos deslizantes son opciones prácticas viables para la obtención de estimados en velocidad a partir de mediciones de posición. El diferenciador de primer orden produce altos niveles de ruido aún si su salida es filtrada utilizando un filtro de primer orden lineal pasa bajos. Los algoritmos de Levant y SSZL producen menos castaño. Aún si bajos niveles de castaño no es deseable en ciertas aplicaciones, esto puede ser una ventaja en el control de servomecanismos accionando cargas con altos valores de fricción estática. Una técnica corrientemente utilizada para atenuar los efectos de la fricción estática es agregar a la señal de control producida por un controlador lineal una señal de frecuencia media, del orden de 300 Hz . LOs

desplazamientos de pequeña magnitud producidos por esta señal ayudan a vencer la fricción estática. En el caso de los controladores PD con acción derivativa generada utilizando diferenciadores de modos deslizantes, el castaño producido por estos controladores podría producir el mismo efecto.

La sintonización de los diferenciadores fue un tanto problemática. Reglas de sintonizado con un significado intuitivo para los ingenieros son necesarias para el empleo de estos diferenciadores en la práctica. Este aspecto requiere de una mayor consideración en trabajos futuros. Los diferenciadores basados en la teoría de estructura variable presentados aquí no son las únicas técnicas para diferenciar una señal. en [5], Levant muestra estructuras alternativas a (4) y en [6] el empleo de dos diferenciadores de Levant en cascada para reducir el castaño también es propuesto.

#### 4. Conclusiones.

En este trabajo se mostró un estudio comparativo de tres diferenciadores no lineales basados en la teoría de Modos Deslizantes. Estos filtros fueron empleados para generar derivadas respecto al tiempo de una señal de posición de un servomotor de corriente directa. La señal producida fue utilizada para generar la acción derivativa en controlador PD. Los resultados experimentales muestran que los estimados en velocidad que no dependen directamente de funciones discontinuas muestran un mejor desempeño. Este trabajo motivó el estudio de otras estructuras basadas en la teoría de modos deslizantes no mostradas aquí por razones de espacio. El trabajo futuro incluye la aplicación de los diferenciadores al control de robots manipuladores.

#### 5. Reconocimientos

Los autores agradecen la ayuda de Roberto Lagunes y Gerardo Castro en la puesta a punto de la plataforma experimental empleada en este trabajo.

#### Referencias

- [1] Bélanger P.R. *Estimation of angular velocity and acceleration from shaft encoders measurements*. Proc. IEEE Conf. On Robotics and Automation. Nice, France (1992)
- [2] Berghuis H., Nijmeijer H. *Global regulation of robots using only position measurements*. System and Control Letters 21 (1993) 289-293.
- [3] Fridman L, Levant A. *Sliding modes of higher order as a natural phenomenon in control theory*. In *Robust control via variable structure & Lyapunov techniques*. Lecture Notes in control and Information Science 217. F. Garofalo, L. Glielmo Ed. Springer Verlag London, pp 107, 133. 1996.
- [4] Golebo B.Z. , Melyanov S.V., Utkin V.I., Shubladze A.M. *Applications of piecewise-continuous dynamic systems to filtering problems*. Automation and Remote Control, 37(3), Part I, pp 369-377,1976.
- [5] Levant A. *Higher order sliding modes and arbitrary-order exact robust differentiation*. Proc. Of the European Control Conf. 2001.
- [6] Shkolnikov I.A., Shtessel Y.B., Zarchan P., Lianos D.P. *Simulation study of the homing interceptor guidance loop with sliding mode observers versus Kalman filters*. Tech. Report. Department of Electrical and Computer Engineering. University of Alabama. Huntsville, AL, USA.
- [7] V. I. Utkin. *Sliding modes in optimization and control problems*. Springer Verlag, New York, 1992.
- [8] K.J. Aström, B. Wittenmark. *Computer Controlled Systems*. Prentice Hall. Englewood Cliffs, New Jersey, 1990.